



Kontrolle der Atom-Resonator-Wechselwirkung mit Hilfe einer Regelschleife

von
Stefan Brakhane

Diplomarbeit in Physik

angefertigt im
Institut für Angewandte Physik

vorgelegt der
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität
Bonn
im Januar 2011

Referent: Prof. Dr. D. Meschede
Koreferent: Prof. Dr. M. Fiebig

Inhaltsverzeichnis

1. Einführung	1
2. Optischer Resonator hoher Finesse	3
2.1. Experimenteller Aufbau	3
2.1.1. Magneto-optische Falle	3
2.1.2. Dipolfalle	5
2.1.3. optischer Resonator hoher Finesse	6
2.2. Theorie der Atom-Resonator-Wechselwirkung	8
2.2.1. Jaynes-Cummings-Modell	8
2.2.2. Dichtematrix	9
2.3. Zustandsdetektion	10
3. Echtzeit-Aparatur	13
3.1. Digitaler Signalprozessor	14
3.1.1. Eigenschaften des Prozessors und der Platine	14
3.1.2. Elektronische Erweiterungen	15
3.1.3. Programmbeschreibungen	17
3.2. Prüfung des Zeitverhaltens	19
3.2.1. Fazit	21
4. Quantensprünge	23
4.1. Quantensprünge eines Atoms	23
4.1.1. Schwellwert-Algorithmus	23
4.1.2. Allgemeine Betrachtungen zu Bayes-Wahrscheinlichkeiten	25
4.1.3. Bayes-Algorithmus für ein Atom	26
4.1.4. Erweiterter Bayes-Algorithmus	30
4.1.5. Einzelphoton-Bayes-Algorithmus	36
4.2. Quantensprünge zweier Atome	37
4.2.1. Bayes-Algorithmus für zwei Atome	39
4.3. Simulation	42
5. Quantensprungregelschleife	45
5.1. Trivialer Regelkreis für ein Atom	45

5.2. Regelkreis für zwei Atome	46
5.2.1. inkohärentes Rückpumpen	47
5.2.2. kohärentes Pumpen	52
5.2.3. Vergleich der Regelungen	53
5.3. Herausforderungen	54
6. Zusammenfassung und Ausblick	57
A. Abkürzungsverzeichnis	59

Abbildungsverzeichnis

2.1. Schematischer Aufbau von MOT, Dipolfalle und Abbildungsoptik	4
2.2. MOT Fluoreszenz und Bild von zwei Atomen	5
2.3. Schematischer Aufbau und Stehwellen des Resonators	6
2.4. Hyperfeingrundzustandsdetektion	11
3.1. Schematischer Aufbau der Entwicklungsplatine	14
3.2. Schematischer Aufbau mit elektronischen Erweiterungen	16
3.3. Schematischer Programmablauf	17
3.4. Differenzen von Pulsanzahl und Pulsraten	20
3.5. zeitlich aufgelöste Pulsratendifferenzen	21
4.1. Quantensprünge eines Atoms	24
4.2. Photonenzählraten-Histogramme	25
4.3. Histogramm von Verweildauern	27
4.4. Entwicklung der Streuratenwahrscheinlichkeiten	28
4.5. Ratenwahrscheinlichkeiten	31
4.6. Ratenentwicklung	32
4.7. Quantensprünge eines Atoms mit Wahrscheinlichkeiten	33
4.8. Echtzeit-Ratenentwicklung	34
4.9. Ratenbestimmung bei Variation des Beobachtungsintervalls	36
4.10. Transmissionunterschied und effektive Kopplung	38
4.11. Quantensprünge zweier Atome	42
5.1. Rückkopplung auf den koppelnden Zustand eines Atoms	46
5.2. Bestimmung der optimalen Rückpumperrate	48
5.3. Rückkopplung mit hoher Rate R_{rep}	49
5.4. Rückkopplung mit nahezu optimaler Rate R_{rep}	49
5.5. Variation des Skalierungsparameters	51
5.6. Vergleich der Regelungen für zwei Atome	53

1. Einführung

Sollte die stetige Miniaturisierung integrierter elektronischer Schaltkreise auch in Zukunft dem Mooreschen Gesetz [24] folgen, wird ein Transistor in nicht allzu ferner Zukunft nur noch aus wenigen Atomen bestehen. Daher verwenden wir direkt einzelne Atome als Schaltelemente, welche mit einzelnen Lichtteilchen gesteuert werden können. Derart kleine Systeme können nur durch die Quantenmechanik erfolgreich beschrieben werden. Die Einschränkung des Lichtfeldes auf das Volumen eines Resonators verstärkt die ansonsten geringe Wechselwirkung zwischen Atom und Lichtteilchen (Photon). Damit handelt es sich bei dem in dieser Arbeit genutzten Experiment um ein System der Resonator-Quantenelektrodynamik¹ [14].

Weiterhin können mit mikroskopischen Quantensystemen, neben den reinen Zuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ der klassischen Datenverarbeitung, auch beliebige Überlagerungszustände der Form $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ erzeugt werden. Damit ist die Anwendung von Methoden der Quanten-Informationsverarbeitung denkbar. In Verbindung mit einer probabilistischen Verschränkung mehrerer Atome durch eine Wechselwirkung über das Resonatorfeld [31] entspräche dies einem Schaltelement (Gatter) eines Quantencomputers. Ein solcher wäre z.B. in der Lage die Primfaktorzerlegung, auf der heutige Verschlüsselungstechniken beruhen, drastisch zu beschleunigen [28]. Generell ist man aber aufgrund der Dekohärenz von derart leistungsfähigen Quantencomputern noch weit entfernt [37].

In unserem Experiment wird der Zustand einzelner Atome durch die Messung der Transmission eines Nachweislasers durch einen Resonator hoher Finesse bestimmt. Dies ist möglich, weil sich die Frequenz des Resonators in Abhängigkeit des Zustands der Atome verändert. Da sukzessives Messen des Zustandes in guter Näherung keine Zustandsänderungen hervorruft, handelt es sich um eine nicht-zerstörende Zustandsmessung² [18].

Diese soll in Zukunft in Echtzeit genutzt werden, um quantenmechanische Verschränkungszustände mittels einer Quanten-Regelung zu erzeugen und zu stabilisieren. Allerdings ist es uns zur Zeit wegen dekohärierender Wechselwirkungen mit der Umgebung nicht möglich Verschränkungszustände zu erzeugen oder nachzuweisen [36]. Aus diesem Grund werden in dieser Arbeit die Regelbausteine und -Algorithmen sowie die Echtzeit-Zustandsmessung an nicht-verschränkten Zuständen getestet.

¹engl. **Cavity Quantum Electro Dynamics**

²engl. **Quantum Non Demolition measurement**

Da es mit dem existierenden Aufbau lediglich möglich war den Zustand im Nachhinein auszuwerten, ist im Rahmen dieser Arbeit eine Erweiterung mit einem digitalen Signalprozessor entwickelt und getestet worden (siehe Kap. 3).

Für die Detektion der Hyperfeingrundzustände von einem bzw. zwei Atomen habe ich zunächst die Methodik der Bayesschen Wahrscheinlichkeiten für die Zustandsbesetzung [25, 36] auf dem Signalprozessor implementiert. Damit konnten zeitliche Änderungen der Zustände (Quantensprünge) in Echtzeit aufgenommen und ausgewertet werden. Die Methodik von Wahrscheinlichkeiten beinhaltet jedoch freie Parameter, weswegen zu deren Bestimmung stets Vormessungen durchgeführt werden mussten. Deshalb sind in dieser Arbeit Methoden entwickelt worden, welche die Bestimmung beschleunigen oder mit einem erweiterten Algorithmus ganz vermeiden. Der erweiterte Algorithmus ist jedoch sehr rechenintensiv, so dass auf eine Implementierung innerhalb des Signalprozessors verzichtet worden ist (siehe Kap. 4).

Schließlich habe ich Echtzeit-Zustandsinformation in Form der Bayesschen Wahrscheinlichkeiten in verschiedenen Rückkopplungsverfahren zur Stabilisierung eines Zustandes genutzt. Allerdings war es aufgrund technischer Probleme nicht mehr möglich alle Rückkopplungsverfahren experimentell zu testen. Deshalb habe ich eine Simulation für einen quantitativen Vergleich der Verfahren programmiert (siehe Kap. 5).

2. Optischer Resonator hoher Finesse

Das Ziel dieses Experimentes ist die kontrollierte Wechselwirkung von einzelnen kalten Atomen mit der quantisierte Mode eines Resonators hoher Finesse im Bereich starker Kopplung.

Dies erfordert ein hohes Maß an Sensitivität und weitreichende Kontrolle über einzelne Atome. Dementsprechend wird dieses Experiment seit mehreren Jahren erweitert und optimiert [1, 9, 18, 19, 22, 25, 26, 36]. Aus diesem Grund werden im folgenden nur die wesentlichen Errungenschaften zur Detektion und Manipulation einzelner Atome vorgestellt. Für ein tiefer gehendes Verständnis wird an den jeweiligen Stellen auf Diplom- oder Doktorarbeiten bzw. Journalartikel verwiesen.

2.1. Experimenteller Aufbau

Einen Überblick über die Apparatur liefert Abb. 2.1. Das Experiment findet in einer Glaszelle unter Ultrahochvakuum statt um Stöße von gefangenen Atomen mit dem Hintergrundgas zu vermeiden. Ein Reservoir für Caesium ist an die Vakuumkammer angeschlossen um als Quelle von einzelnen Atomen zu dienen. Es werden neutrale Caesium-Atome verwendet, da Caesium ein gut bekanntes Termschema besitzt [33] und in unserem Fall effektiv als Zwei-Niveau-System behandelt werden kann.

Eine Standardmethode zum optischen Fangen und Kühlen von einzelnen neutralen Atomen ist eine magneto-optische Falle¹ [21].

2.1.1. Magneto-optische Falle

In dieser Falle werden einzelne Cs-Atome aus dem Hintergrundgas mit drei orthogonalen Paaren aus gegenläufigen rot verstimmten Laserstrahlen gefangen. Ein Atom absorbiert durch den Dopplereffekt bevorzugt Photonen aus demjenigen Laserstrahl, der entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung des Atoms ist. Die Emission ist isotrop, so dass es einen effektiven Impulsübertrag entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung gibt und das Atom gekühlt wird.

Durch ein zusätzliches magnetisches Quadrupolfeld wird die energetische Entartung der Zeeman-Niveaus in Abhängigkeit vom Abstand aufgehoben. Bei gegenläufigen und entgegengesetzt zirkular polarisierten Laserstrahlen findet ein Impulsübertrag

¹engl. Magneto-Optical Trap

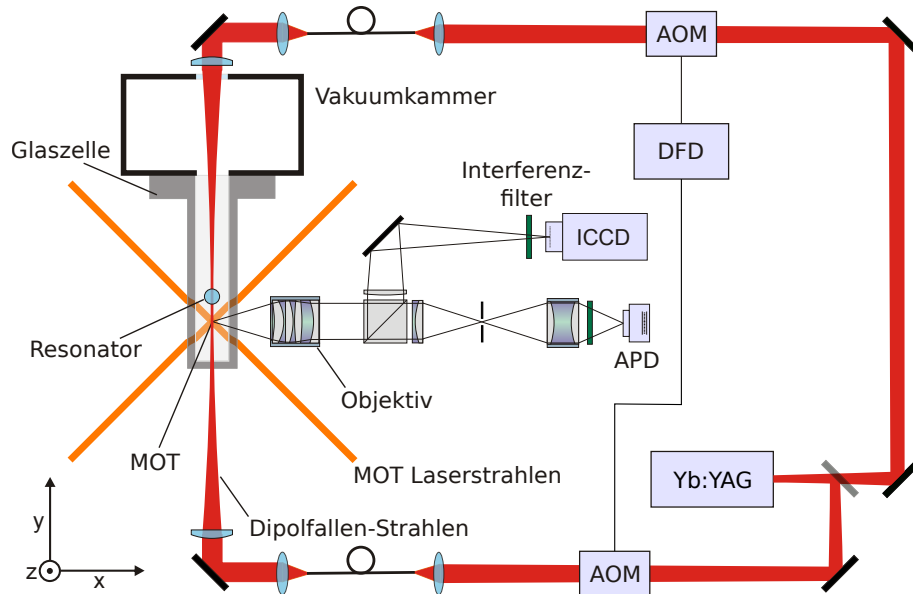


Abbildung 2.1.: Schematischer Aufbau von MOT, Dipolfalle und Abbildungsoptik

in Richtung des Zentrums der MOT statt. Der Vorgang ist dem des weiter oben erwähnten Kühlen ähnlich, erzeugt aber eine positionsabhängige Rückstellkraft.

Als Übergang für die Kühlung wird der $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 5\rangle$ Übergang verwendet. Die Frequenz des Kühl-Lasers ist dagegen rot verstimmt. Aufgrund einer endlichen Anregungswahrscheinlichkeit von $|F' = 4\rangle$ mit Zerfall nach $|F = 3\rangle$ kann das Atom den Kühlzyklus verlassen. Deshalb wird ein zusätzlicher Rückpumper-Laser $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ benötigt.

Die MOT lässt sich in zwei Bereichen betreiben, sodass sich eine kontrollierte Anzahl von Atomen fangen lässt. Bei einem kleinen magnetischen Feldgradienten von 30 Gs/m werden kurz (10 – 50 ms) Atome mit hoher Laderate gefangen. Dagegen ist bei einem Gradienten von 300 Gs/m der Einfangbereich so klein, dass keine zusätzlichen Atome gefangen werden.

Das Fluoreszenzlicht wird mittels eines Objektivs hoher numerischer Apertur [1] auf eine Lawinen-Photodiode² fokussiert. Aus deren Signal lässt sich die Atomanzahl bestimmen (siehe Abb. 2.2.a). Mit Hilfe eines Computer-gesteuerten Regelkreises werden solange Atome gefangen bis die korrekte Anzahl an Atomen verfügbar ist. Diese werden darauf in eine Dipolfalle umgeladen.

²engl. **A**valanche **P**hoto **D**iode

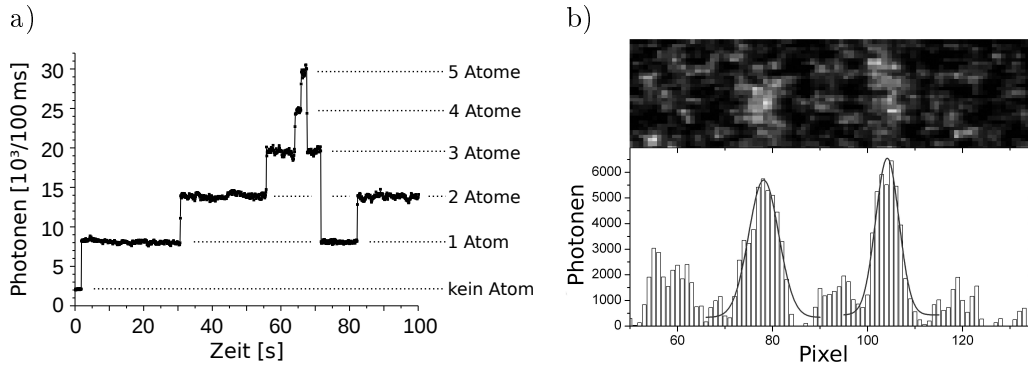


Abbildung 2.2.: (a) Fluoreszenz in der MOT bei verschiedenen Atomzahlen nach [1], (b) Bild von zwei Atomen und vertikale Summation über den Bereich inklusive Anpassung Gaußglocken zur Ortsbestimmung nach [36]

2.1.2. Dipolfalle

Diese Falle besteht aus einer weit verstimmtten Stehwelle der Periodizität $\lambda_{DF}/2$, welche durch zwei gegenläufige Laserstrahlen bei einer Wellenlänge von $\lambda_{DF} = 1030 \text{ nm}$ aus einem Yb:YAG-Scheibenlaser erzeugt wird. Das Fallenpotential basiert auf der Wechselwirkung zwischen einem induzierten elektrischen Dipolmoment der Atome mit der Stehwelle. Bei roter Verstimmung von der Resonanz der Atome wird ein attraktives Potential mit Minima in den Intensitätsmaxima erzeugt. Die Falltiefe beträgt bei einer Strahltaile von $w_{DF} = 34 \mu\text{m}$ und einer typischen Intensität von $I = 1,8 \text{ W}$ pro Laserstrahl etwa 1 mK . Die Strahltaile liegt $1,6 \text{ mm}$ vom Resonator und 3 mm von der MOT entfernt (siehe Abb. 2.3.a). Daher gibt es Variationen der maximalen Falltiefe entlang dieser Strecke.

Die Dipolfalle kann als Quantenregister [26] oder als Förderband für Atome aus der MOT in den Resonator verwendet werden. Dazu verstimmt man die Frequenz der Laserstrahlen mit zwei akusto-optischen Modulatoren (AOM) (siehe Abb. 2.1) gegeneinander, woraufhin sich die Phase der Stehwelle ändert. Durch kontinuierliche, langsame Frequenzänderung werden die Intensitätsmaxima und damit die gefangenen Atome über mehrere Millimeter transportiert [9].

Für den Transport von Atomen an eine vorgegebene Stelle in der TEM_{00} -Mode des Resonators hoher Finesse ist es notwendig die Anfangsposition der gefangenen Atome und die Modenposition des Resonators zu kennen. Die Anfangsposition wird mit einer ICCD³-Kamera aufgenommen (Abb. 2.2.b), während die Atome mit der MOT-Melasse beleuchtet werden. Die Abbildungen erlauben die Positionsbestimmung auf 143 nm [7] und die zuverlässige Abstandsbestimmung zweier Atome. Die Bestimmung

³engl. Intesified Charge Coupled Device

2. Optischer Resonator hoher Finesse

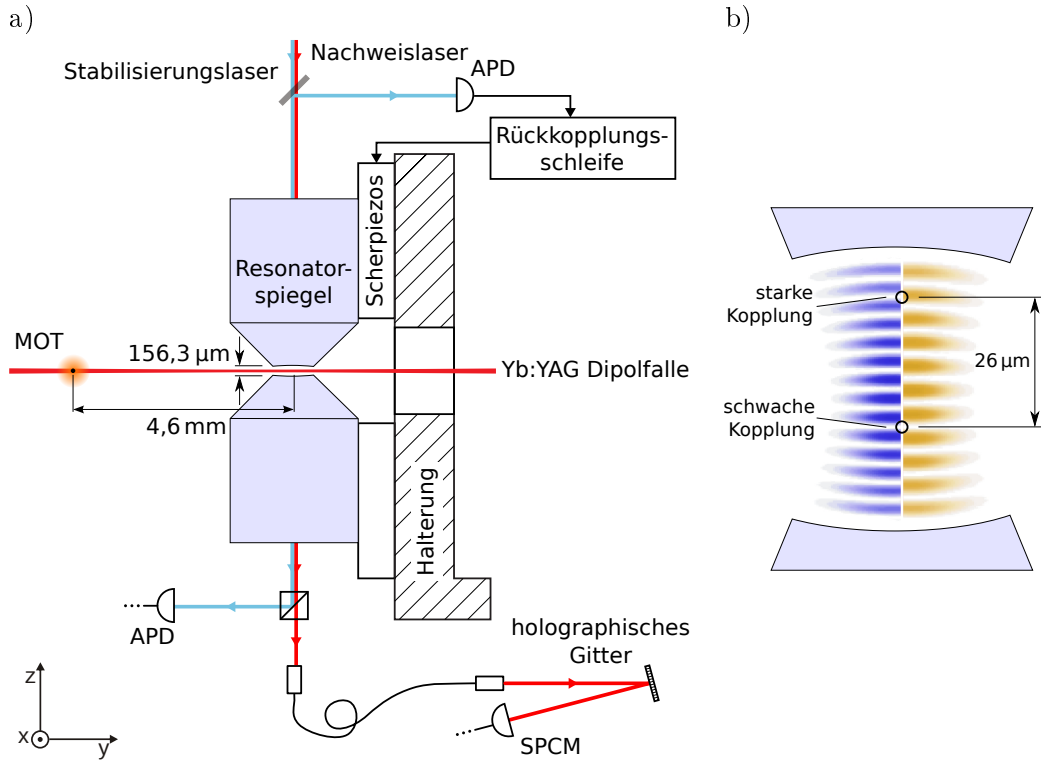


Abbildung 2.3.: (a) Schematischer Aufbau des Resonators, (b) Schwebung zwischen Stabilisierungslaser (links) und Nachweislaser (rechts) nach [36]

der Modenposition basiert auf einem kontinuierlichen Transport von einzelnen Atomen durch den Resonator [18]. Unglücklicherweise wies die ICCD-Kamera gegen Ende dieser Diplomarbeit technische Probleme auf, so dass die präzise Positionierung von Atomen im Resonator nicht mehr möglich war.

2.1.3. optischer Resonator hoher Finesse

Bei dem Resonator handelt es sich um einen Fabry-Perot-Resonator bestehend aus zwei hoch reflektierenden Spiegeln mit Krümmungsradien von 5 cm in einem Abstand von $L = 156,3 \mu\text{m}$ (siehe Abb. 2.3.a). Dies ergibt einen freien Spektralbereich von $\omega_{\text{FSR}} = 2\pi \times \frac{c}{2L} = 2\pi \times 946 \text{ GHz}$. Als Maß für die Qualität des Resonators eignet sich die Finesse

$$\mathcal{F} = \frac{\omega_{\text{FSR}}}{2\kappa} = \frac{\pi c}{2L\kappa} = (1,2 \pm 0,1) \cdot 10^6, \quad (2.1)$$

wobei $\kappa = 2\pi \times (0,4 \pm 0,02) \text{ MHz}$ die Resonatorfeld-Zerfallsrate ist und der halben Resonator-Linienbreite entspricht. Für eine genauere Charakterisierung des Resona-

tors sei auf [9, 36] verwiesen.

Die Information über das System ist durch die Transmission eines Nachweislasers gegeben, die mit einem Einzelphotonenzähler (SPCM⁴) detektiert wird. Als Nachweislaser wird der MOT-Kühlaser verwendet, welcher mittels Spektroskopie auf die D₂-Linie (852 nm) stabilisiert wird.

Stabilisierung Aufgrund der sehr schmalen Linienbreite ist das Stabilisieren des Resonators eine äußerst wichtige Bedingung für eine konstante Atom-Resonator-Kopplung. Die Länge des Resonators wird mit Scherpiezos geregelt, deren Fehlersignal aus der Reflexion eines Stabilisierungslasers (845 nm) mit Hilfe des Pound-Drever-Hall (PDH) Verfahrens [10] erzeugt wird. Durch die Stabilisierung des Stabilisierungslasers auf einen zusätzlichen Resonator geringer Finesse (Transfer-Resonator), der wiederum auf den Nachweislaser stabilisiert ist, überträgt sich die Frequenzstabilität des Caesium-Übergangs auf den Resonator hoher Finesse [20]. Zudem ist eine unabhängige Einstellung der Verstimmungen zwischen der Resonatorfrequenz und der atomaren Übergangsfrequenz mit AOMs möglich. Nachweis- und Stabilisierungslaser sind orthogonal zueinander polarisiert, so dass der Stabilisierungslaser mittels eines Glan-Allen-Polarisators und einem holographisches Gitter vor dem SPCM stark unterdrückt werden kann.

Lokalisierung innerhalb des Resonators Während einer Messung bleiben die Atome in der Dipolfalle gefangen und sind so in y -Richtung besser als $\lambda_{DF}/2$ lokalisiert. Der blau verstimmte Stabilisierungslaser hat außerhalb des Resonators mit $1 \mu\text{W}$ eine geringe Leistung. Innerhalb des Resonators kommt es jedoch zu einer Leistungsüberhöhung von der Größenordnung der Finesse, so dass sich eine Stehwelle mit vergleichbarem Dipolpotential bildet. Im Gegensatz zu einer roten bewirkt eine blaue Verstimmung eine repulsive Kraft. Die Atome werden sich daher an Intensitätsminima der Stabilisierungslaser-Stehwelle aufhalten. Der Nachweislaser bildet ebenfalls eine Stehwelle im Resonator aus, dessen Potentialfeld kann aber vernachlässigt werden.

In Abbildung 2.3.b sind die Stehwellen von Nachweis- (links) und Stabilisierungslaser (rechts) innerhalb des Resonators angedeutet. Beide Wellenlängen sind unterschiedlich, so dass die Intensität der rechten Stehwelle an den verschiedenen Minima der linken Stehwelle unterschiedlich ist. Die Wellenlänge des Stabilisierungslasers ist so gewählt, dass sich der Ort maximaler Kopplung, entgegen der Abbildung, in der Mitte des Resonators befindet.

Wünschenswert wäre eine zweite Dipolfalle in x -Richtung um auch entlang dieser Achse für einen besseren Einschluss zu sorgen. Aufgrund des beschränkten optischen Zugangs konnte dies bisher nicht realisiert werden.

⁴engl. **S**ingle **P**hoton **C**ounting **M**odule

2.2. Theorie der Atom-Resonator-Wechselwirkung

Da nun einzelne Atome kontrolliert im Resonator bereit stehen, wird in diesem Abschnitt die Theorie der Wechselwirkung von einzelnen Atomen mit dem Lichtfeld des Resonators behandelt [18, 25].

Dabei unterscheidet man zwei fundamentale Eigenschaften des Systems: Unter Vernachlässigung jeglicher Verlustkanäle wechselwirken die Atomzustände mit einer Mode des Lichtfeldes und es kommt zu einem kohärenten Austausch von Anregungsenergie gemäß der Schrödingergleichung (Jaynes-Cummings-Modell). Auch wenn ein abgeschlossenes System wünschenswert erscheint, liefert es einem Beobachter keine Information über die inneren Vorgänge. Ein Ansatz mittels Dichtematrixformalismus beinhaltet Wechselwirkungen der angeregten Atomzustände und Lichtzustände mit der Umgebung. Auf diese Art findet ein inkohärenter Energietransfer an die Umgebung statt, der sich mit experimentellem Geschick als Messgröße nutzen lässt.

2.2.1. Jaynes-Cummings-Modell

Im Modell von Jaynes und Cummings [16] wird die Wechselwirkung von einem Zwei-Niveau Atom aus Grundzustand $|g\rangle$ und Anregungszustand $|e\rangle$ über ein elektrisches Dipolmoment mit genau einer quantisierten Mode des Resonators über

$$\hat{H}_{\text{jc}} = \hat{H}_{\text{a}} + \hat{H}_{\text{c}} + \hat{H}_{\text{dip}} \quad (2.2)$$

den Hamilton-Operator im Heisenbergbild beschrieben. Dabei ist \hat{H}_{a} der Hamilton-Operator des zwei-Niveau-Atoms und \hat{H}_{c} der Hamilton-Operator der Resonatormode, welche gegeben sind durch

$$\hat{H}_{\text{a}} = \hbar\omega_{\text{a}} |e\rangle\langle e| = \hbar\omega_{\text{a}} \hat{\sigma}^{\dagger} \hat{\sigma}, \quad \hat{H}_{\text{c}} = \hbar\omega_{\text{c}} \left(\hat{a}^{\dagger} \hat{a} + \frac{1}{2} \right). \quad (2.3)$$

mit den Vernichtungsoperatoren für eine atomare Anregung $\hat{\sigma} = |g\rangle\langle e|$ und für ein Photon der quantisierten Mode \hat{a} . Weiterhin wird die Frequenz des Atomübergangs mit ω_{a} und die Frequenz des elektromagnetischen Felds mit ω_{c} benannt. Die Schwerpunktsbewegung des Atoms wird vernachlässigt.

Die Dipolwechselwirkung wird beschrieben durch die Absorption eines Photons aus der Resonatormode und der Übergang in den Anregungszustand oder durch Übergang in den Grundzustand und der Emission eines Photons in die Resonatormode. Das ergibt folgenden Hamilton-Operator für die Dipolwechselwirkung

$$\hat{H}_{\text{dip}} = \hbar g(\mathbf{r}) \left(\hat{\sigma}^{\dagger} \hat{a} + \hat{\sigma} \hat{a}^{\dagger} \right). \quad (2.4)$$

Hierbei bezeichnet $g(\mathbf{r})$ eine ortsabhängige Atom-Lichtfeld-Kopplung, welche bei einem normierten Modenprofil $\Psi(\mathbf{r})$ gegeben ist durch

$$g(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{d} \cdot \mathbf{E}_c}{\hbar} = d \sqrt{\frac{\omega}{2\hbar\epsilon_0 V}} \Psi(\mathbf{r}) \quad (2.5)$$

mit dem atomaren Dipol \mathbf{d} und dem Übergangsmatrixelement des zugehörigen Übergangs sowie dem Modenvolumen V und der Permittivität des Vakuums ϵ_0 . Diese Kopplungskonstante entspricht der halben Rabi-frequenz im freien Raum bei entsprechendem elektrischen Feldvektor \mathbf{E}_c . Die Wechselwirkung erzeugt einen neuen Satz an Eigenzuständen und -energien. Die zeitliche Entwicklung der Schrödinger-gleichung führt zu einer Oszillation zwischen diesen Zuständen mit fester Frequenz $2g$ und fester Phase. Deshalb nennt sich dieses Verhalten auch kohärent.

Wie bereits erwähnt, kann eine Kopplung des Systems an die Umgebung nie vollständig verhindert werden, weswegen im Folgenden das Modell erweitert werden muss.

2.2.2. Dichtematrix

Hierbei wird die spontane Emission eines angeregten Atoms und der Verlust von Licht aus dem Resonatoreinschluss berücksichtigt. Die spontane Emission kann durch die Linienbreite $\Gamma = 2\pi \times 5,22$ MHz oder mit der Dipolzerfallsrate $\gamma = \Gamma/2 = 2\pi \times 2,6$ MHz charakterisiert werden. Während die Resonatorfeldzerfallsrate $\kappa = 2\pi \times 0,40$ MHz der halben spektralen Breite der Resonatortransmission entspricht. Beide Faktoren wirken dämpfend auf den kohärenten Austausch von Energie $g = 2\pi \times 13,1$ MHz. Für $g \gg \kappa, \gamma$ dominiert der Austausch über die Zerfallskanäle und man spricht von starker Kopplung.

Formal erweitert man den Hilbertraum des Systems \mathcal{H}_s um den Hilbertraum der Umgebung \mathcal{H}_u ($\mathcal{H}_{\text{tot}} = \mathcal{H}_s \otimes \mathcal{H}_u$) und stellt den gemeinsamen Hamiltonoperator für das System, die Umgebung und die Wechselwirkung auf. Durch die Heisenbergsche Bewegungsgleichung und die Spur über die Umgebung $\rho_s = \text{Spur}_e(\rho_{\text{tot}})$ erhält man nach [3] den Dichteoperator näherungsweise für unser System zu

$$\dot{\rho}_s = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_{\text{jc}}, \rho_s] - \frac{i}{\hbar} [\hat{H}_p, \rho_s] \quad (2.6)$$

$$+ \gamma \left(2\sigma \rho_s \sigma^\dagger - \sigma^\dagger \sigma \rho_s - \rho_s \sigma^\dagger \sigma \right) + \kappa \left(2a \rho \sigma^\dagger - a^\dagger a \rho - \rho a^\dagger a \right). \quad (2.7)$$

Diese Lindblad-Gleichung beinhaltet in der zweiten Zeile die Wechselwirkungen mit der Umgebung. Die Umgebung wurde dabei als Bad von harmonischen Oszillatoren angenommen. Durch den Fluss Φ_{ph} von Photonen mit Frequenz ω_p des Nachweislasers wird das Resonatorfeld gemäß

$$\hat{H}_p = -i\hbar \sqrt{\kappa \Phi_{\text{ph}}} (a + a^\dagger) \quad (2.8)$$

angeregt. Daraus lässt sich für absorptionsfreie Spiegel die mittlere Photonenzahl innerhalb des Resonators $n_p = \langle a^\dagger a \rangle$ bestimmen. Nach [25] ist die Photonenzählrate des Nachweislasers hinter dem Resonator proportional zu n_p .

Die mittlere Photonenzahl innerhalb des Resonators normiert auf die mittlere Photonenzahl des leeren Resonators in Resonanz nennt sich normierte Transmission \bar{T} . Die Form maximaler, normierter Transmission folgt den Mischzuständen des Jaynes-Cummings-Modell. Für große Verstimmungen $\Delta_{pc} = \omega_p - \omega_c$ von Nachweislasers und Resonator ist die maximale Transmission durch die Atome dominiert. Bei kleinen Verstimmungen ist das System durch den Resonator geprägt.

Für den Fall der Resonanz des Nachweislasers mit dem leeren Resonator und für eine große Atom-Resonator-Verstimmung $\omega_c - \omega_a \gg \gamma$ ergibt sich die normierte Transmission

$$\bar{T}(\omega_c - \omega_a \gg \gamma, g) = \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + \left(\frac{|g|^2}{\omega_c - \omega_a}\right)^2} \quad (2.9)$$

Dies ist eine um $\frac{g^2}{\omega_c - \omega_a}$ verschobene Lorentz-Kurve mit voller Halbwertsbreite κ . Daher verursacht die Kopplung des Atom-Resonatorlichtfeldes im dispersiven Bereich eine Verschiebung der Resonatorfrequenz.

Effektive Kopplung Bisher gilt die Theorie nur für ein ruhendes Zwei-Niveau-Atom. Wegen der Doppelbrechung der Resonatorspiegel sind nur lineare Polarisierungen möglich. Abhängig von der Quantisierungsachse lassen sich somit nur π - oder simultane σ_+ , σ_- -Übergänge treiben. Diese Übergänge sind nicht geschlossen, weswegen es eine Verteilung über die m_F Zustände gibt. Eine Mittelung über die Kopplungskonstanten der verschiedenen m_F -Übergänge ergibt eine effektiv kleinere Kopplungskonstante [25].

Weiterhin können der nicht perfekte Einschluss und die endliche Temperatur durch eine geringere effektive Kopplungskonstante modelliert werden. Die Messungen der Transmission und ein Vergleich mit dem Modell haben gezeigt, dass damit die maximale Kopplungskonstante $g_{\max} = 2\pi \times 13,6$ MHz auf $g_{\text{eff}} = 2\pi \times 9$ MHz reduziert wird [25].

Des weiteren kann der Fall von mehreren Atomen ersetzt werden [36] durch ein Atom mit der neuen kollektiven Kopplungskonstante

$$|g_{\text{eff}}|^2 = \sum_i |g_i|^2 . \quad (2.10)$$

2.3. Zustandsdetektion

Das Hauptinteresse unseres Experiments besteht in der Detektion und Manipulation von effektiven Zwei-Niveau-Systemen in Form der Hyperfeingrundzustände $|F = 3; 4\rangle$

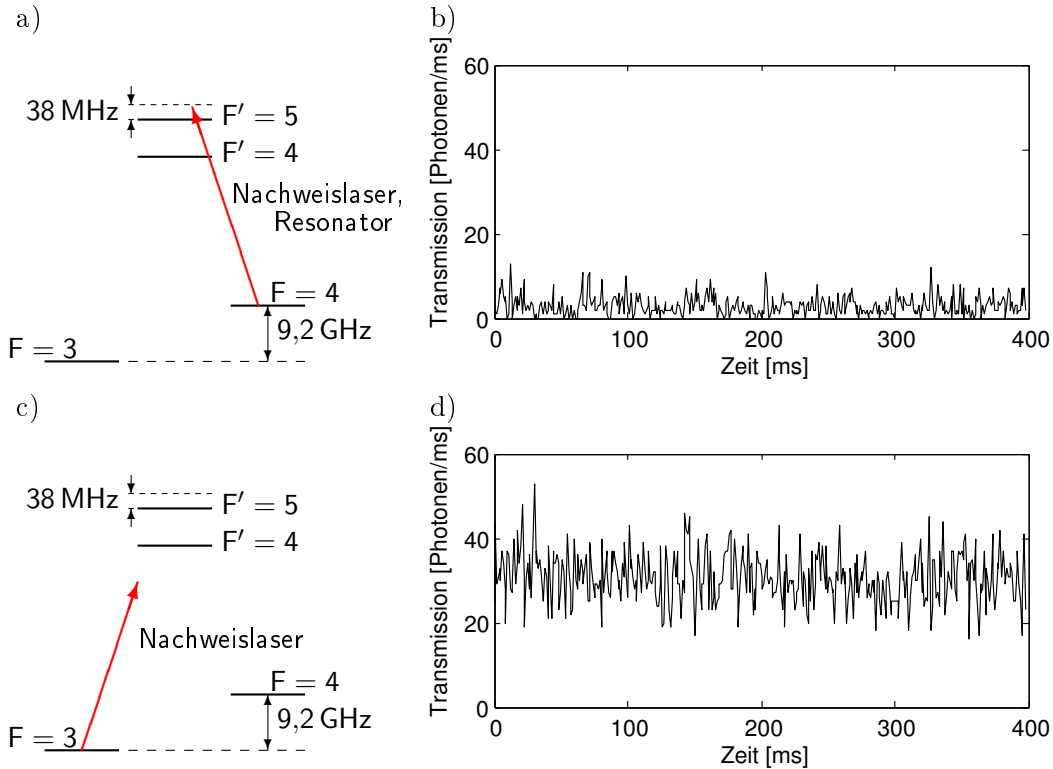


Abbildung 2.4.: Ein Atom in $|F=4\rangle$ ist nah resonant (a) und die Transmission ist unterdrückt (b). Ein Atom in $|F=3\rangle$ ist weit verstimmt (c) und die Transmission ist hoch (d).

von Caesium, da sie für die Quanteninformation als Qubits dienen können.

Eine weit verbreitete Methode zur Detektion ist ein sog. „Push-Out“. Dabei treibt ein kurzer resonanter Laserpuls den Übergang $|F=4\rangle \rightarrow |F'=5\rangle$. Absorption von Photonen und der einhergehende Impulsübertrag finden nur für Atome in $|F=4\rangle$ statt, so dass bei reduzierter Potentialtiefe nur Atome in $|F=3\rangle$ in der Falle verbleiben.

Die Messung der Fluoreszenz im Übergang $|F=4\rangle \rightarrow |F'=5\rangle$ könnte auch als Zustandsdetektion ohne Atomverluste dienen. Allerdings ist dieser Übergang nicht geschlossen, weshalb eine Messung den Zustand verändern kann.

Im Gegensatz dazu ist eine nahezu projektive, nicht-zerstörende Zustandsmessung mit dem gekoppelten Atom-Resonator-System zuerst von [2] und in dieser Gruppe durch [18] realisiert worden. Nicht-zerstörend bedeutet, dass sukzessives Messen den Zustand nicht mehr ändert.

Für die Zustandsdetektion wird sowohl die Resonanzfrequenz des Resonators als auch die Frequenz des Nachweislasers um 38 MHz blau verstimmt vom $|F=4\rangle \rightarrow |F'=5\rangle$

Übergang eingestellt. Für ein Atom in $|F = 3\rangle$ ist der Resonator weit (9,2 GHz) vom atomaren Übergang verstimmt ($\omega_c - \omega_a \gg \gamma$), so dass die Resonanzfrequenz des Resonators nach (2.9) nur marginal verschoben ist (Abb. 2.4.c). Dementsprechend ist eine hohe Transmission messbar (Abb. 2.4.d).

Für ein Atom in $|F = 4\rangle$ ist der Frequenzunterschied $\omega_c - \omega_a \geq \gamma$ nur gering und die Resonanzfrequenz des Resonators ist weit verschoben (Abb. 2.4.a). Als Folge ist die Transmission des Nachweislasers stark unterdrückt (Abb. 2.4.b).

Mit der vorgestellten Methode lassen sich somit Atome in $|F = 4\rangle$ detektieren. Zur Detektion des anderen Hyperfeingrundzustandes werden die entsprechenden Atome mit dem Rückpumper der MOT ($|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$) nach $|F = 4\rangle$ gepumpt. Auf diese Weise kann man sie von einem Verlust an Atomen unterscheiden.

Im Prinzip ist die Art der Zustandsdetektion unabhängig von der Streuung von Photonen, da sie nur auf einem dispersiven Effekt beruht. In der Realität kann es jedoch durch inkohärente Ramanstreuung des Nachweislasers zu einem Übergang $|F = 4\rangle \rightarrow |F' = 3/4\rangle \rightarrow |F = 3\rangle$ und damit zu einer Zustandsänderung kommen. Die Rate inelastischer Streuung liegt in der Größenordnung von 50 Hz. Verglichen mit der Photonenzählrate von 20 – 30 kHz demnach recht selten. Es handelt sich deshalb nur näherungsweise um eine nicht-zerstörende Zustandsmessung.

Für diese Art der Zustandsdetektion ist es von enormer Bedeutung, dass die Kopplung und damit die Unterdrückung der Transmission stark genug ist. Andernfalls könnte ein Atom in $|F = 4\rangle$ fälschlicherweise für eines in $|F = 3\rangle$ gehalten werden. Zudem muss die Verstimmung so gewählt werden, dass eine signifikante Änderung des Transmissionsniveaus erreicht wird und gleichzeitig die Zustands-ändernde Streurrate minimal wird. Inklusiv der Stark-Verschiebung durch die Dipolfalle hat sich eine Verstimmung von 38 MHz als günstig erwiesen [36].

In Kapitel 4 wird auf die Zustandsdetektion in Echtzeit eingegangen sowie auf eine Regelung um den ursprünglichen Zustand nach einer Änderung wiederherzustellen (\rightarrow Kap. 5). Die Echtzeitfähigkeit wird durch einen digitalen Signalprozessor ermöglicht, welcher im nächsten Kapitel beschrieben wird.

3. Echtzeit-Aparatur

Die aktive Stabilisierung von Zuständen innerhalb des Resonators erfordert eine hohe Rechenleistung und eine garantierte Echtzeitfähigkeit. Echtzeitfähigkeit bedeutet in diesem Zusammenhang die Berechnung eines Algorithmus und eine entsprechende Reaktion innerhalb von $30 \mu\text{s}$. Denn die Zeitskala ist gegeben durch den mittleren zeitlichen Abstand zwischen zwei Photonenergebnissen der Transmissionsraten, die bei ungefähr 30 kHz liegt. Für eine Rückkopplung ist das Zeitverhalten von entscheidender Bedeutung und sollte daher mindestens unter der Anforderung von $30 \mu\text{s}$ liegen. Zudem sollte genügend Rechenkapazität für eine spätere Weiterentwicklung des Regelalgorithmus vorhanden sein. Das Langzeitziel ist eine Erweiterung auf eine Quanten-Rückkopplungsschleife, die zudem den Einfluss des Messprozesses auf den Zustand beinhaltet.

Die Steuerung des Experiments erfolgt durch Karten von National Instruments mit denen analoge Spannungen und TTL¹-Signale ausgegeben werden. In Verbindung mit der selbst geschriebenen Steuerungssoftware „Experiment Control“ [19] ist bei einer vorgegebenen zeitlichen Abfolge (Sequenz) eine Auflösung von $2 \mu\text{s}$ erreichbar. Mit den Karten besteht weiterhin die Möglichkeit analoge bzw. digitale Signale aufzunehmen und in Computerprogrammen zu verarbeiten.

Dennoch wird das bisherige System eine Echtzeitfähigkeit auf einer Zeitskala von einigen μs nicht erfüllen können. Denn moderne grafische Betriebssysteme erlauben keine garantierte Ausführung eines Programms innerhalb eines definierten Zeitfensters, sondern versuchen lediglich den Durchsatz zu optimieren. Speziell für Echtzeit entworfene Betriebssysteme garantieren eine Ausführung innerhalb einiger $10 \mu\text{s}$ [11]. Um die zeitlichen Anforderungen zu erfüllen und weiterhin genügend Ressourcen für Erweiterungen zu besitzen, wird daher zusätzliche Hardware benötigt.

Eine hohe Rechenleistung und ein vorhersagbares Zeitverhalten kann auch durch eine Hardwareimplementierung in einem FPGA² erreicht werden. Die Programmierung findet dabei in VHDL oder SystemC statt. Im Gegensatz dazu kann bei einem digitalen Signalprozessor (DSP) die in Wissenschaftskreisen weit verbreitete Programmiersprache „C“ verwendet werden. Bei VHDL oder SystemC wird ein Algorithmus direkt in Logik umgesetzt und dann in das FPGA geschrieben. Die Begrenzung ist dabei weniger das Zeitverhalten, sondern vielmehr die für den Algorithmus zur Verfügung stehenden Logikbausteine im FPGA. Bei einem Xilinx SPARTAN-3A wurde dieser

¹ Transistor-Transistor-Logik

² engl. **F**ield **P**rogrammable **G**ate **A**rray

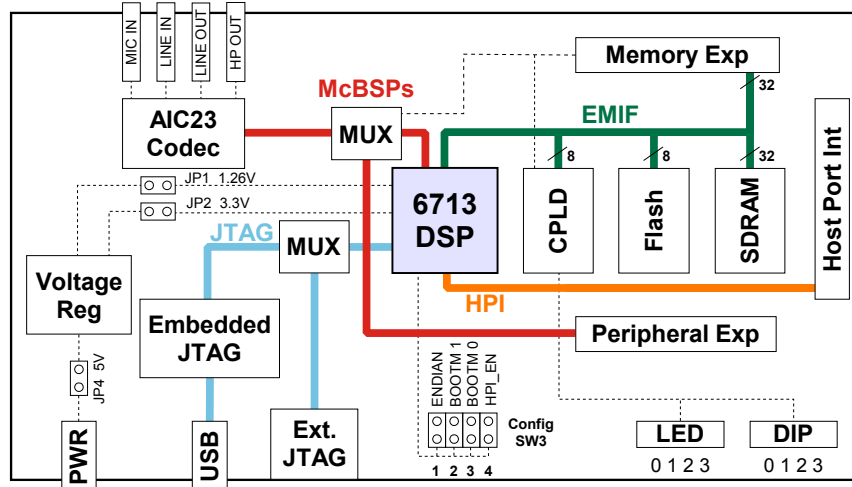


Abbildung 3.1.: Schematischer Aufbau der Entwicklungsplatine nach [32]

bereits zu 79,8 % durch die Zustandsdetektion mittels Bayesschem Algorithmus (siehe Kap. 4.1.3) belegt. Für eine spätere Erweiterung ist dieser Ansatz somit wegen einem Mangel an funktionalen Einheiten nicht geeignet. Der Einarbeitungsaufwand durch die ungewöhnliche Beschreibungssprache ist außerdem größer als bei einem DSP.

Für eine Regelschleife, welche den Einfluss der Messung auf das zu regelnde System berücksichtigt, wird in [8] ein kommerzielles Hardwaresystem namens „ADwin“ verwendet. Dieses garantiert ein vorhersagbares Zeitverhalten besser als $1 \mu\text{s}$ bei hoher Rechenleistung und besteht im Kern aus einem DSP von Analog Devices [17]. Der finanzielle Aufwand widerspricht der Verwendung eines derartigen Systems, weswegen im folgenden ein eigenes System basierend auf einem DSP entworfen wird.

3.1. Digitaler Signalprozessor

3.1.1. Eigenschaften des Prozessors und der Platine

Die verwendete Hardware ist die Entwicklungsplatine DSK6713 von Texas Instruments, welche den Prozessor TMS320C6713 beinhaltet. Dieser wird mit einer Taktfrequenz von 225 MHz betrieben und verfügt über 2 separate Datenpfade, welche jeweils 4 logische Einheiten und 16 Register besitzen. Es handelt sich um eine Harvard Architektur, d.h. es gibt separate Speicherbereiche für Daten und Programme. So sind bei optimaler Ausnutzung der Ressourcen über 1,8 Milliarden Fließkommaoperationen pro Sekunde möglich [35].

Für eine Eingabe gibt es drei Zähler, welche durch externe Quellen bzw. durch den Prozessortakt und Vorteiler angesteuert werden können. Des weiteren sind 2 seriel-

le Schnittstellen und mehrere digitale Ein- und Ausgänge verfügbar, deren genaue Anzahl von den verwendeten Funktionen abhängt. Auf der Platine erlauben mehrere Pegelwandler die Verwendung von TTL-Pegeln anstatt der vom Prozessor verwendeten Pegel von maximal 3,3 V (Low-Voltage-TTL). Die Zugänge werden über den Anschluss „Peripheral Exp“ bereitgestellt (siehe Abb. 3.1) und von einem programmierbaren Logikbaustein (CPLD³) gesteuert. Falls erforderlich (→ Kap. 4.1.5) kann der CPLD-Baustein neu programmiert werden.

Die Kommunikation mit dem Experiment findet über 2 serielle Schnittstellen (McBSP⁴) statt. Auf der Platine stehen weiterhin 16 MiB SDRAM⁵ für Daten und 512 KiB Flash-Speicher über eine EMIF-Schnittstelle⁶ bereit.

Die Programmierung und die Kommunikation zwischen einem PC und der Platine findet über JTAG⁷ statt. Über die mitgelieferte Entwicklungsumgebung „Code Composer Studio“ stehen diese Daten dann auch anderen Programmen wie Matlab zur Verfügung. Als Programmiersprachen eignen sich Assembler oder C/C++.

Des Weiteren sind auf der Platine ein Digital-Analog-Wandler mit zusätzlichem Tiefpass in Form des „AIC23 Codec“ sowie jeweils 4 Schalter (DIP) und 4 Leuchtdioden (LED) integriert.

Diese Auflistung gibt nur einen kurzen Überblick über die Möglichkeiten des Prozessors und der Platine. Für weitere Details siehe [32, 35].

3.1.2. Elektronische Erweiterungen

Die Integration der Platine in das bestehende Experiment ist in Abbildung 3.2 zu finden. Die Information über die Anzahl der Atome ergibt sich aus dem Fluoreszenzsignal innerhalb der MOT und der Hyperfeinzustand aus der Resonatortransmission eines Nachweislasers. Im DSP steht jedoch nur ein freier Zählereingang zur Detektion von Photonenergebnissen zur Verfügung, weswegen die Signale der Photodioden über einen Multiplexer an den Zählereingang CNT1 angeschlossen sind. Der Multiplexer wird über den digitalen Ausgang GPIO7 angesteuert.

Die Manipulation des Hyperfeinzustands wird durch ein bestehendes, auf die optische Phase geregeltes Lasersystem (Rückpumper-Laser) erreicht. Das Schalten des Laserstrahls erfolgt durch einen AOM in Doppelpass-Konfiguration. Der Treiber für den AOM besteht aus einer Radiofrequenzquelle (RF) bei 86 MHz und -5 dBm, welche durch ein spannungskontrolliertes Dämpfungsglied um bis zu 31 dB abgeschwächt werden kann. Nachfolgend wird das RF-Signal um ≈ 35 dB für den AOM verstärkt. Die für die Abschwächung nötige Spannung wird indirekt durch das Programm „Ex-

³ engl. **C**omplex **P**rogrammable **L**ogic **D**evice

⁴ engl. **M**ultichannel **B**uffered **S**erial **P**ort

⁵ engl. **S**ynchronous **D**ynamic **R**andom **A**ccess **M**emory

⁶ engl. **E**xternal **M**emory **I**nterface

⁷ engl. **J**oint **T**est **A**ction **G**roup

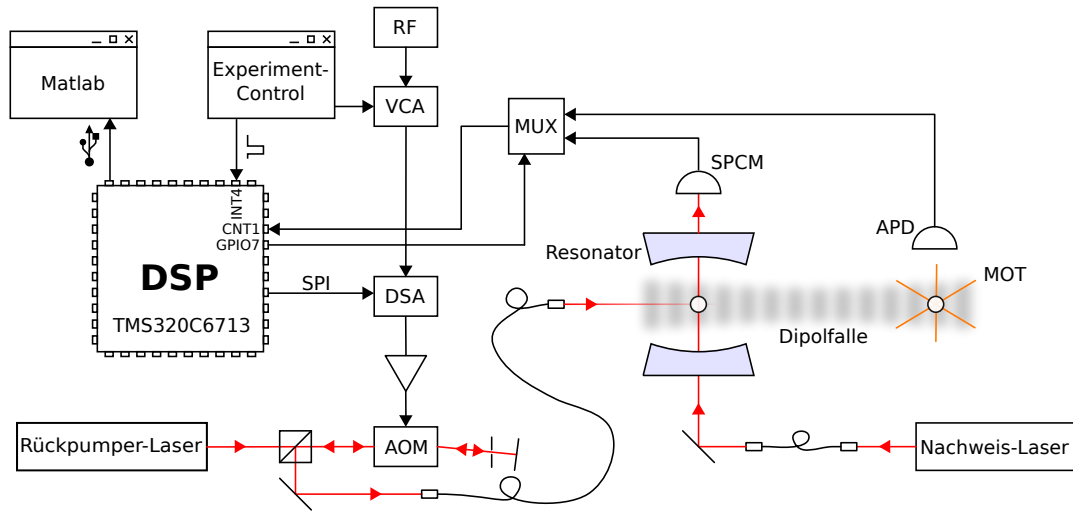


Abbildung 3.2.: Schematischer Aufbau mit elektronischen Erweiterungen

periment Control“ erzeugt, welches den gesamten Ablauf des gesamten Experiments steuert [12, 27].

Hinter das erste Dämpfungsglied wurde ein seriell ansteuerbares Dämpfungsglied (ZX76-31R5-SP+ von mini circuits) eingefügt (DSA⁸), das vom DSP über die SPI⁹-Schnittstelle angesteuert wird. Das Dämpfungsglied besitzt intern ein 6 Bit Register wobei jedes Bit eine Pin-Diode mit unterschiedlicher Abschwächung ansteuert. Bei Anliegen eines Taktes und eines Signals zur Aktivierung des Registers wird ein neuer Wert gespeichert und sofort am Ausgang angenommen. Auf diese Weise lassen sich Pulsängen unter $1\ \mu\text{s}$ erzeugen. Die Verzögerung zwischen Aussenden eines Signals über SPI und dem stabilen Zustand der Laserleistung hinter der Glasfaser beträgt $1,8\ \mu\text{s}$.

Zur Kontrolle der Berechnungen des DSP werden die Daten über USB und der Entwicklungsumgebung einem Analyseprogramm (Matlab) zur Verfügung gestellt. Diese Art der Datenübermittlung nennt der Hersteller RTDX¹⁰. Ein wesentliches Merkmal ist die Verwendung von Kanälen, so dass verschiedene Daten über separate Kanäle transportiert werden und somit keine Vermischung stattfinden kann. Unter einem Kanal versteht man einen gepufferten Datenstrom zwischen zwei Prozessen.

Weiterhin wird der DSP über das Programm „Experiment Control“ durch TTL-Pulse an Eingang INT4 mit dem Experiment synchronisiert.

⁸engl. **D**igital **S**tep **A**ttenuator

⁹engl. **S**erial **P**eripheral **I**nterface

¹⁰engl. **R**eal **T**ime **D**ata **E**xchange

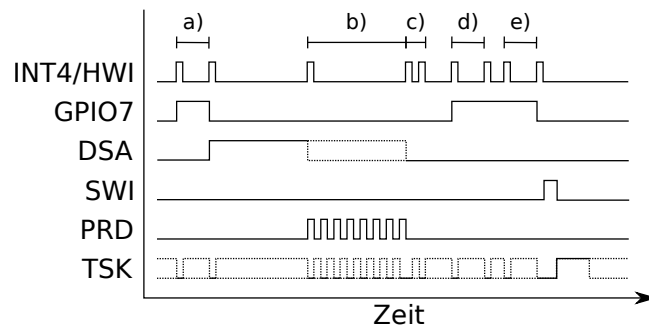


Abbildung 3.3.: Schematisches Impulsdiagramm für den Programmablauf. Durchgezogene Linien geben den sicheren Zustand an, während gestrichelte mögliche Zustände aufzeigen.

3.1.3. Programmbeschreibungen

Der DSP mit seinen Erweiterungen erfüllt im wesentlichen zwei Aufgaben. Zum einen wird sichergestellt, dass die Anzahl der Atome der Vorgabe entspricht und nötige Vormessungen zur Bestimmung von Parametern erledigt werden. Zum anderen muss der Zustand von Atomen detektiert und für eine Rückkopplung benutzt werden. Aus diesen Gründen ist das Programm in zwei endliche Automaten und eine Regelung aufgeteilt.

Am Anfang jedes Programms wird das Echtzeit-Betriebssystem (DSP/BIOS Real-Time Kernel) geladen sowie verwendete Komponenten und globale Variablen initialisiert. Das Betriebssystem wird benötigt um mehrere Prozesse in der Reihenfolge ihrer Priorität (Prozess-Scheduling) bearbeiten zu können und Zugriff auf alle Funktionalitäten zu besitzen. Es gibt insgesamt vier verschiedene Prioritäten für Prozesse. Eine von außen ausgelöste Unterbrechung der aktuellen Ausführung (HWI¹¹) hat die höchste Priorität. Eine programmierte Programmunterbrechung (SWI¹²) kann durch einen HWI unterbrochen werden, besitzt aber eine höhere Priorität als ein gewöhnlicher Prozess (TSK¹³). Hintergrundprozesse verfügen über die niedrigste Priorität und werden nur bei Fehlen anderer Prozesse ausgeführt. Eine Sonderform stellen periodisch aufgerufene Prozesse (PRD¹⁴) dar, welche eine Sonderform der Software-Interrupts sind und durch den internen Zeitgeber ausgelöst werden [34].

Als nächstes wird ein Prozess (TSK) gestartet, welcher auf Parameter für den späteren Bayes Algorithmus (siehe Kap. 4.1.4) über die RTDX Schnittstelle wartet. Die Parameter können mittels eines Matlab-Skripts gesendet werden um die erneute Bestim-

¹¹ engl. **H**ardware **I**nterrupt

¹² engl. **S**oftware **I**nterrupt

¹³ engl. **T**ask

¹⁴ engl. **P**eriodic **F**unctions

mung der Parameter zu überspringen. Für den Fall von Zwei-Atom-Quantensprüngen ist die Übertragung der Parameter zwingend erforderlich (siehe Kap. 4.2.1). Deshalb wirkt das Warten und der Empfang der Parameter blockierend auf die Ausführung bis die Übertragung erfolgreich abgeschlossen worden ist.

Des Weiteren wird der Prozess „*transmitJumps*“ gestartet, der bei einem gesetzten Signal (Semaphor) gemessene und berechnete Daten via RTDX an den Computer sendet, sofern kein Prozess höherer Priorität vorhanden ist. Empfangen werden sie durch ein Matlab Programm, das periodisch die Verfügbarkeit neuer Daten prüft und sie ggf. auf dem Monitor anzeigt. Zu Beginn ist das Semaphor allerdings nicht gesetzt. Durch einen steigende Flanke am Eingang INT4 wird ein HWI ausgelöst. Der zeitliche Ablauf des Programms ist in Abbildung 3.3 schematisch dargestellt. Zwischen den ersten beiden steigenden Flanken (a) werden die Photonereignisse der Fluoreszenz der Atome für 100 ms gezählt. Dafür wird der Multiplexer mit einem aktiven Signal an Ausgang GPIO7 auf die MOT-APD gestellt. Nach der zweiten steigenden Flanke wird der Multiplexer wieder auf das SPCM-Signal gestellt (GPIO7=0) und der AOM für das Rückpumper Lasersystem wird maximal abgeschwächt (DSA=63).

Im Bereich (b) findet die eigentliche Messung mit einer eventuellen Regelung statt. Um die je nach Messung möglichen Abschwächungen des Rückpumpers (SDA) darzustellen, wird der Zustand des DSA mit gestrichelten Linien gezeichnet. Mit der dritten steigenden Flanke wird ein periodischer Prozess gestartet, dessen eingestellte Periode die Zeit für das Zählen der Transmissionsphotonen definiert. Später (siehe Kap. 4) wird diese Zeit auch als Beobachtungsintervall und die Anzahl der Transmissionsphotonen pro Beobachtungsintervall als Photonenzählrate bezeichnet. Innerhalb des periodischen Prozesses werden z.B. Algorithmen zur Zustandsdetektion angewendet. Zur Kontrolle der Kopplung von Atomen an die Resonatormode wird im Abschnitt (c) das Rückpumper Lasersystem nicht mehr abgeschwächt. Dadurch befinden sich alle Atome in $|F = 4\rangle$ und die Transmission wird maximal unterdrückt. Nur wenn die Anzahl der gezählten Photonen in diesem Bereich unter einem vorgegebenen Grenzwert liegt, kann ein SWI nach der neunten steigenden Flanke ausgelöst werden.

Im Abschnitt (d) wird wieder die Fluoreszenz der Atome und in (e) die Hintergrundstrahlung für je 100 ms gemessen. Aus der Differenz zwischen Fluoreszenz und Hintergrundstrahlung ergibt sich die Anzahl der Atome, bei der typischen Fluoreszenz eines Atoms von 20 – 30 kHz. Hier wird die Tatsache genutzt, dass die Fluoreszenz sich stufenförmig mit der Anzahl der Atome verhält (Abb. 2.2.a). Nach der Berechnung der Atomanzahl wird ein SWI ausgelöst, wobei zusätzlich die Anzahl der Atome vor und nach dem Experiment als Parameter übergeben werden. Die Unterscheidung der auszuführenden Aktionen nach jeder steigenden Flanke geschieht in der HWI-Routine durch einen endlichen Automaten.

Einen zweiten Automaten gibt es in der Routine für den SWI für den Fall von Ein-Atom-Quantensprüngen. Ansonsten ist die Funktion der SWI stark abhängig von der Verwendung und wird daher in den entsprechenden Abschnitten nachfolgender

Kapitel behandelt. Zum Ende des SWI wird das Semaphore für den Prozess „*transmitJumps*“ gesetzt. Allerdings nur, falls die Anzahl der Atome vor und nach einer Messung identisch sind und der geforderten Anzahl entsprechen. Ansonsten werden die gemessenen Daten verworfen. Damit ist eine Messung abgeschlossen und eine neue kann beginnen.

3.2. Prüfung des Zeitverhaltens

Für spätere Versuche ist es von großer Bedeutung die Anzahl von Photonen in einem bestimmten Zeitintervall zu zählen um Aussagen über den internen Zustand der Atome treffen zu können. In diesem Abschnitt wird das Zeitverhalten des Programms untersucht, denn durch das Prozess-Scheduling und die Komplexität des Programms ist eine exakte theoretische Vorhersage des Zeitverhaltens schwierig. Mit dem Zeitverhalten sind insbesondere zwei Punkte gemeint: Zum einen mögliche Variationen in der Periodizität der periodischen Funktion (PRD) und zum anderen das Auslesen der Zählervariablen. In späteren Versuchen werden diese durch TTL-Pulse von APD und SPCM inkrementiert und in jeder Ausführung der PRD ausgelesen. Allerdings kann während des Auslesens der Zählervariablen ihr Wert nicht von außen inkrementiert werden. Dadurch gehen Pulse verloren und das Messergebnis wird verfälscht.

Der Einfluss beider Effekte wird in einer Vormessung überprüft. Dazu wird ein Puls-generator mit fester Frequenz als Quelle von 25 ns langen TTL-Pulsen verwendet. Zur Kontrolle wird diese Frequenz zusätzlich mit einem Zähler von Hameg überprüft. Beide Geräte werden mit einer 10 MHz Referenz aus einer Atomuhr gespeist um Frequenzstabilität zu sichern. Die Länge des Messintervalls wird mit dem Programm „Experiment Control“ auf 100 μ s eingestellt. Das Betriebssystem wird so konfiguriert, dass es die PRD alle 100 μ s ausführt. Der Zählerstand wird in der PRD gelesen und die Differenz zum vorherigen Stand gespeichert um die Anzahl der Pulse seit der letzten Ausführung der PRD zu bestimmen. Die Differenz nennen wir im folgenden Pulsrate.

Bei Pulsfrequenzen von 5 bzw. 9,8 MHz ist der Gesamtverlust von Pulsen nach einer Messzeit von 1000 ms maximal 11 bzw. 20 (Abb. 3.4.a). Der relative Fehler zur Gesamtzahl aller Pulse ist mit ca. $2 \cdot 10^{-5}$ sehr klein. Die Verluste durch das Auslesen der Zählervariable können somit vernachlässigt werden. Es existiert auch eine Funktion, die die Zählervariable auf 0 zurücksetzt, dadurch erhöht sich jedoch die Wahrscheinlichkeit Pulse zu verlieren was im gemessenen relativen Fehler von ca. $300 \cdot 10^{-5}$ deutlich wird.

Entsprechend den Pulsfrequenzen sollten die Pulsraten 500 bzw. 980 betragen. Wie in Abbildung 3.4.b ersichtlich ist dies bei 100 Wiederholungen der Messung zu 89,0 % bzw. 91,9 % der Fall. Die Breite des zentralen Ausschlags erklärt sich dadurch, dass die Frequenz der periodischen Funktion kein exaktes Vielfaches der Pulsfrequenz ist.

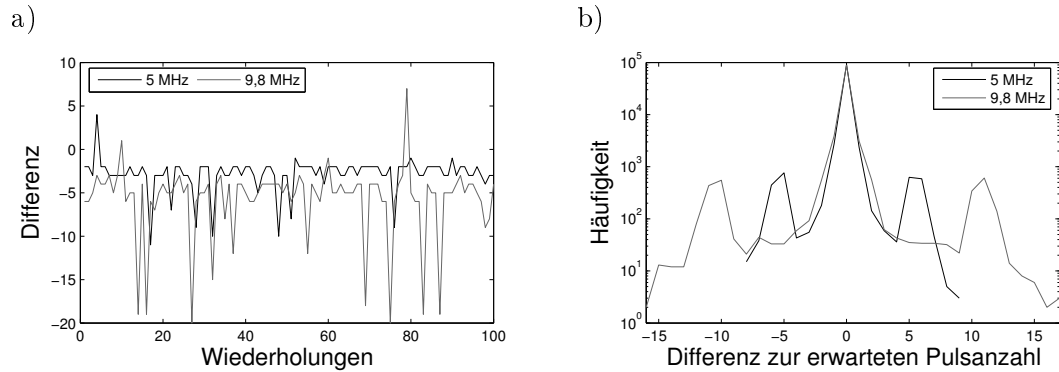


Abbildung 3.4.: (a) Differenz zur erwarteten Pulsanzahl , (b) Häufigkeit der Pulsratendifferenzen

Deshalb kann der letzte zu erwartende Puls einer Pulsrate an einem Zeitpunkt zur erwarteten Pulsrate und zu einem andern Zeitpunkt zur nächsten Pulsrate zählen. Da die Pulsrate durch zwei Auslesevorgänge definiert ist, sind Variationen von bis zu +2 und -2 Pulsen pro Pulsrate erklärbar. Die Häufigkeit der Pulsraten innerhalb dieses Variationsintervalls sind 97,2 % bzw. 97,3 %.

Die restlichen Abweichungen, d.h. die Nebenmaxima, lassen sich nicht auf diese Art erklären. Die naheliegenste Begründung liegt in der Funktionsweise des periodischen Aufrufs der PRD. Intern wird die Funktionalität durch einen Software-Interrupt ermöglicht. Die Ausführung dieser Unterbrechung kann verzögert werden, falls gerade eine externe Unterbrechung (HWI), ein anderer Software-Interrupt höherer Priorität oder der Prozess-Scheduler ausgeführt wird. Das bedeutet jedoch nicht, dass dadurch nachfolgende Auslösungen der PRD verzögert werden. Denn diese beruhen nur auf der internen Taktfrequenz und die bleibt von der Verzögerung unberührt. Infolgedessen bilden sich symmetrisch Nebenmaxima um das Hauptmaximum, da eine Pulsrate um die Pulse während der Verzögerung erhöht und die darauf folgende Pulsrate um denselben Betrag verringert wird. Betrachtet man die Differenz der Pulsraten zeitlich aufgelöst erkennt man genau diesen Effekt (Abb. 3.5).

Es fällt allerdings auf, dass es Bereiche mit relativ häufigen Abweichungen und Bereiche mit wenigen Abweichungen gibt. Die Periode in Abhängigkeit der Anzahl der Aufrufe der PRD ist ungefähr 230, d.h. 23 ms, und die Periode in Abhängigkeit der Wiederholungen ist ungefähr 8. Die Ursache beider Periodizitäten ist nicht ganz klar. Wahrscheinlich wird es durch die Übertragung von Informationen über den DSP durch den DEBUG-Modus der Entwicklungsumgebung verursacht. Denn in diesem können externe HWIs ausgelöst werden, die den Prozessor kurzzeitig anhalten und somit die Ausführung der periodischen Funktion stören. Experimentell kann diese These nicht eindeutig belegt werden.

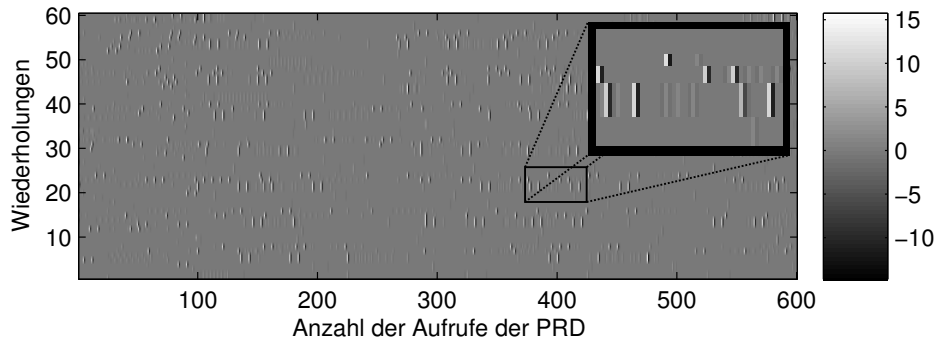


Abbildung 3.5.: zeitlich aufgelöste Pulsratendifferenzen

Abschließend sei daran erinnert, dass selbst die größten Abweichungen von bis zu 8 bzw. 16 nur einen relativen Fehler von 1,6 % bedeuten und einer Zeitverzögerung von rund $1,2 \mu\text{s}$ entsprechen. Bei einer im Mittel geringeren Pulsrate von mehreren 10 kHz, wie bei der Photonenzählrate der Resonatortransmission oder der MOT-Fluoreszenz, verringert sich dadurch der Effekt auf die Zählrate.

Eine weitere mögliche Fehlerquelle wäre der genaue Zeitpunkt des Beginns und des Endes einer Messung durch die Ausführung des HWI. Die beiden Verzögerungen sind nicht zwangsweise identisch, denn sollte der HWI zum Ende einer Messung vor der Ausführung des letzten PRD erfolgen, wird dieser nicht aufgerufen. Für spätere Experimente stellt dies jedoch kein Problem dar, weil dadurch lediglich die Experimentierzeit verringert wird. Zudem konnte bei den oben genannten Messungen kein derartiger Effekt beobachtet werden.

Weiterhin kann die Dämpfung von Signalen auf den im Labor vorhandenen Übertragungsdistanzen vernachlässigt werden und trägt deshalb nicht als Fehlerquelle bei. Im Rahmen dieser Messungen ist ein Fehler in einem bestehenden Auswertungsprogramm für die sog. „TimerCard“, die die Zeit zwischen zwei Pulsen mit einer zeitlichen Auflösung von 50 ns ermittelt, entdeckt und behoben worden. Aus Rundungsgründen mussten jeweils 50 ns addiert werden um auf die richtige Gesamtdauer einer Messung zu gelangen.

3.2.1. Fazit

Das System aus Platine mit zugehörigem DSP und den Erweiterungen ermöglichen die Berechnung von Algorithmen zur Zustandsdetektion und eine Rückkopplung mittels der Intensität eines Rückpumpers als Stellgröße. Diese Echtzeitfähigkeit ist mit dem zuvor existierenden System undenkbar gewesen. Die Abweichungen beim Zählen von Pulsen und der Unterteilung in Beobachtungsintervalle durch die PRD ist vernachlässigbar. Durch seine hohe Rechenleistung von 1,8 Milliarden Gleitkommaoperationen

3. Echtzeit-Aparatur

pro Sekunde eignet es sich auch für rechenintensive Algorithmen. Sollte die Rechenkapazität für kommende Erweiterungen nicht ausreichen, kann die Platine mitsamt Prozessor gegen einen leistungsfähigeren Typ ausgetauscht werden. Für die in dieser Arbeit verwendete Anwendung auf Quantensprünge und Rückkopplungsverfahren ist die Leistungsfähigkeit jedoch mehr als ausreichend.

4. Quantensprünge

Wie bereits in Abschnitt 2.3 erwähnt, lassen sich die Hyperfeingrundzustände nahezu zerstörungsfrei anhand der unterschiedlichen Unterdrückung der Resonatortransmission bestimmen. Limitiert sind wir durch inelastische Ramanstreuung, die durch den Nachweislaser verursacht wird. Diese Streuung führt zu einer Zustandsänderung von $|F = 4\rangle$ nach $|F = 3\rangle$ und erhöht somit die Transmission, falls diese zuvor durch den Zustand $|F = 4\rangle$ unterdrückt gewesen ist. Man spricht daher von einem Quantensprung. Durch die Einstrahlung eines schwachen Lasers (Rückpumper) resonant mit dem $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ Übergang kann der umgekehrte Übergang mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit induziert werden. Als Folge ergeben sich zeitliche Bereiche mit niedriger bzw. hoher Transmission (siehe Abb. 4.1). Die Auswertung und Interpretation dieser Signale ist bereits in vorherigen Arbeiten unserer Gruppe geschehen, siehe dazu [18, 25, 36]. Diese Messungen sind aber dahingehend beschränkt, dass die Auswertung erst im Nachhinein stattgefunden hat. Das Ziel dieses Kapitels ist es daher die Detektion der Zustände von einem und zwei Atomen in nahezu Echtzeit zu realisieren.

4.1. Quantensprünge eines Atoms

Folgende Unterkapitel beschränken sich zunächst auf die Quantensprünge eines einzelnen Atoms im Resonator. Vernachlässigt man die thermische Bewegung, so besteht die wichtigste Zustandsgröße im Hyperfeinzustand des Atoms. Eine Möglichkeit diesen aus der Transmission zu extrahieren besteht in der Anwendung eines simplen Schwellwert-Algorithmus.

4.1.1. Schwellwert-Algorithmus

Hierbei wird dem System der Zustand $|F = 3\rangle$ zugewiesen, falls die aktuelle Transmission über einem gegebenen Schwellwert liegt, ansonsten $|F = 4\rangle$. Der optimale Schwellwert ergibt sich durch eine Maximierung der summierten Differenzen der Histogramme (Abb. 4.2a). Diese ergeben sich jeweils durch ein normiertes Histogramm von Photonen pro Beobachtungsintervall für einen bestimmten Zustand. Es sind 50 Wiederholungen einer Messung mit einer Dauer von 300 ms ausgewertet worden. Für ein Atom in der Mitte der Resonatormode und einem Beobachtungsintervall von 1 ms ist die minimale Überlappung 1,5 % bei einem Schwellwert von 15 Photonen/ms.

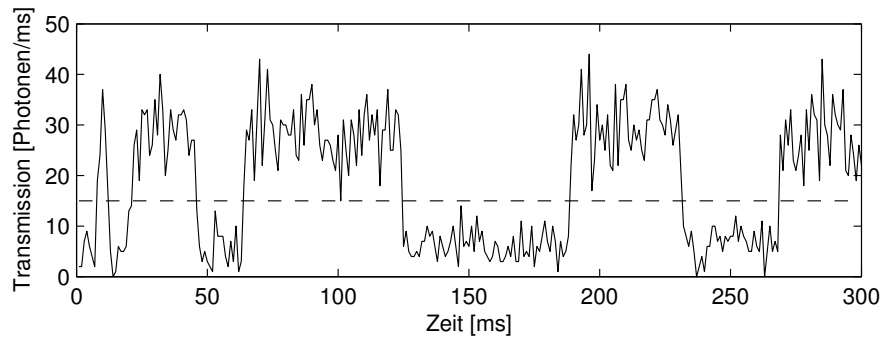


Abbildung 4.1.: Quantensprünge eines Atoms. Zu Zeiten hoher Transmission befindet sich das Atom im Zustand $|F = 3\rangle$ ansonsten in $|F = 4\rangle$. Die gestrichelte Linie entspricht dem gewählten Schwellwert (siehe 4.1.1).

Dementsprechend ist der Fehler der Detektion eines Zustands nur 1,5 % unter der Annahme, dass kein Sprung während des auszuwertenden Beobachtungsintervalls stattgefunden hat.

Probleme Mit der Länge des Beobachtungsintervalls steigt die Wahrscheinlichkeit für einen Sprung innerhalb dieses Intervalls. Um diesen Fehler zu minimieren und eine gute Zeitauflösung zu erreichen, soll das Beobachtungsintervall möglichst klein sein. Dadurch reduziert sich aber auch die Anzahl der Photonen pro Beobachtungsintervall und folglich überschneiden sich die Histogramme beider Transmissionsniveaus stärker (Abb. 4.2b). Eine Reduzierung des Beobachtungsintervalls auf $100\ \mu\text{s}$ liefert einen optimalen Schwellwert von 1 Photon/ms und erhöht die Überlappung auf 22,2 %. Folglich wird die Zuverlässigkeit der Zustandsdetektion schlechter. Im Vergleich zu Poissonverteilungen mit gleichem Erwartungswert sind die Histogramme durch die variierende Kopplung der Atome verbreitert [36]. Prinzipiell könnte man auf die Idee kommen Algorithmen zu verwenden, die im Allgemeinen zur Rauschunterdrückung verwendet werden. Allerdings führt dies immer zu gewissen Inkonsistenzen:

So kann die Verwendung eines oberen und eines unteren Schwellwerts [18] dazu führen, dass der Zustand nicht immer definiert ist. Ein laufender Mittelwert geht davon aus, dass kein Sprung innerhalb des Mittelungsintervalls auftritt und verzögert dadurch das Erkennen von Sprüngen.

Es wird daher nach einer Möglichkeit gesucht die zur Verfügung stehenden Informationen der Photonenzählraten optimal zu nutzen und zugleich willkürliche Parameter wie z.B. Schwellwerte auszuschließen. Die Lösung besteht in der Verwendung von bedingten Wahrscheinlichkeiten als Maß unseres Wissens unter gegebenen Bedingungen, auch bekannt als Bayessche Statistik [29].

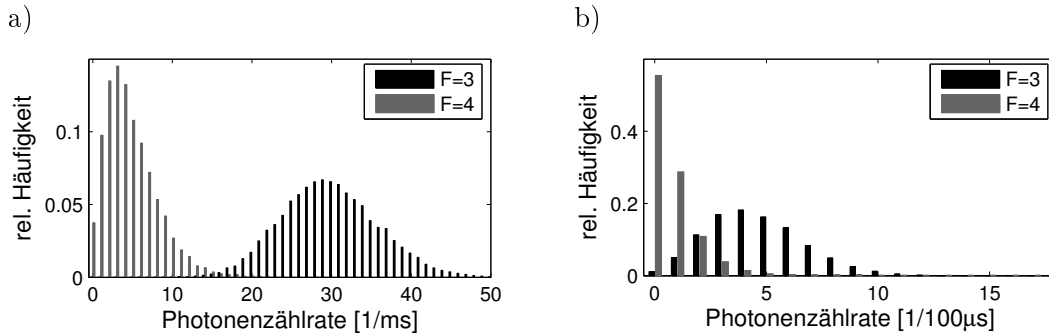


Abbildung 4.2.: Photonenzählraten-Histogramme für (a) 1 ms und (b) 100 μ s

4.1.2. Allgemeine Betrachtungen zu Bayes-Wahrscheinlichkeiten

Im Gegensatz zum Verständnis von Wahrscheinlichkeiten als relative Häufigkeit eines Ereignisses geht die Bayessche Statistik von Wahrscheinlichkeiten im Sinne eines Maßes an Wissen aus. Falls wir uns über das Eintreten eines Ereignisses X ganz sicher sind, weisen wir ihm die Wahrscheinlichkeit $p(X) = 1$ zu. Falls wir sicher sind, dass es nicht eintritt, ist $p(X) = 0$.

Auf Basis einiger logischer Annahmen lassen sich die Axiome der Wahrscheinlichkeitstheorie begründen [5]: Erstens wird Transitivität gefordert, d.h. wenn $p(X) > p(Y)$ und $p(Y) > p(Z)$ dann folgt stets $p(X) > p(Z)$. Zweitens, dass man bei Kenntnis der Wahrscheinlichkeit $p(X)$ für ein Ereignis X auch die Wahrscheinlichkeit für ein Nichteintreten $p(\bar{X})$ kennt. Drittens, dass bei gegebener Wahrscheinlichkeit $p(X)$ und der bedingten Wahrscheinlichkeit $p(Y|X)$ für ein Ereignis Y unter der Bedingung X die kombinierte Wahrscheinlichkeit $p(Y, X)$ für ein gleichzeitiges Eintreten von X und Y berechenbar ist.

Es lässt sich zeigen [15, 29], dass diese Bedingungen nur durch die Summenformel $p(X) + p(\bar{X}) = 1$ sowie die Produktregel $p(Y, X) = p(Y|X) \cdot p(X) = p(X|Y) \cdot p(Y)$ zu erfüllen sind. Aus der Produktregel ergibt sich der Satz von Bayes

$$p(X|Y) = \frac{p(Y|X) \cdot p(X)}{p(Y)} \quad (4.1)$$

sowie die Marginalisierung

$$p(X) = \sum_Y p(X, Y) \quad (4.2)$$

aus der Summenregel. Um den Nutzen dieser Formel zu verdeutlichen sei auf ein typisches Beispiel hingewiesen. Möchte man z.B. die Wahrscheinlichkeit für ein Zutreffen eines physikalischen Modells M angeben unter der Bedingung einer Menge

gemessener Daten $\{D\}$, so ergibt dies

$$p(M|\{D\}, H) = \frac{p(\{D\}|M, H) \cdot p(M, H)}{p(\{D\}, H)}. \quad (4.3)$$

Die anfängliche a-priori-Wahrscheinlichkeit für unser Modell $p(M, H)$ wird demnach mit der Wahrscheinlichkeit der gemessenen Daten in demselben Modell $p(\{D\}|M, H)$ („Likelihood“) zur a-posteriori-Wahrscheinlichkeit für das Modell unter der Information der Daten $p(M|\{D\}, H)$. Der Nenner $p(\{D\}, H)$ (Evidenz) kann häufig ignoriert werden, da er nur zur Normierung beiträgt.

Alle anfänglichen Hintergrundinformationen werden nicht ignoriert, sondern sind im Gegensatz zur Häufigkeitsauffassung der Wahrscheinlichkeiten explizit durch H angegeben. Das mag am Anfang dazu verleiten diese Theorie als subjektiv zu bezeichnen, da die Anfangsbedingungen willkürlich angenommen werden können. In der Tat verändert sich das Ergebnis bei einer Änderung der Anfangsannahmen. Allerdings spiegelt dies nur den zusätzlichen Informationsgehalt wider und ändert nichts an der Tatsache, dass unter gleichen Anfangsbedingungen und gleichen Daten dasselbe Ergebnis zu erwarten ist. Diese Reproduzierbarkeit ist das eigentliche Kriterium. Zudem nimmt die Abhängigkeit von den a-priori-Wahrscheinlichkeiten mit steigendem Informationsgehalt der Daten ab. Auf diese Weise lässt sich die „Maximum-Likelihood“-Methode begründen, welche die a-priori-Wahrscheinlichkeiten ignoriert.

Man könnte an dieser Stelle auf die Idee kommen Gl. (4.3) sequentiell für jedes Datum durchzuführen und somit die a-posteriori-Wahrscheinlichkeit des i -ten Datums als a-priori-Wahrscheinlichkeit des $i+1$ -ten Datum zu verwenden. Im allgemeinen Fall führt dies jedoch zu falschen Ergebnissen. Lediglich wenn die Daten unabhängig sind, d.h. $p(D_{i+1}|D_i, H) = p(D_{i+1}|H)$, ist ein derartiges Vorgehen möglich.

Um verschiedene Modelle zu vergleichen genügt es ihre zugeordneten a-posteriori-Wahrscheinlichkeiten zu vergleichen. Das beste Modell wäre damit das wahrscheinlichste einer vorgegebenen Menge. Handelt es sich anstatt Modellen um einen zu bestimmenden kontinuierlichen Parameter, so ergibt sich eine Verteilungsfunktion, aus der sich neben dem wahrscheinlichsten Wert auch dessen Fehlergrenzen durch Konfidenzintervalle berechnen lassen.

Ist diese Verteilung stark asymmetrisch oder enthält mehrere Maxima, so kann ein Erwartungswert dem wahrscheinlichsten Wert als optimaler Parameter vorzuziehen sein.

Bayessche Wahrscheinlichkeiten sind bereits erfolgreich in den unterschiedlichsten Bereichen der Physik [6] und im Speziellen in der CQED angewandt worden [13].

4.1.3. Bayes-Algorithmus für ein Atom

Im Folgenden wird das Konzept der Bayes-Wahrscheinlichkeiten auf den Fall der Cesium Hyperfeingrundzustände übertragen. Als Konvention verwenden wir α für die

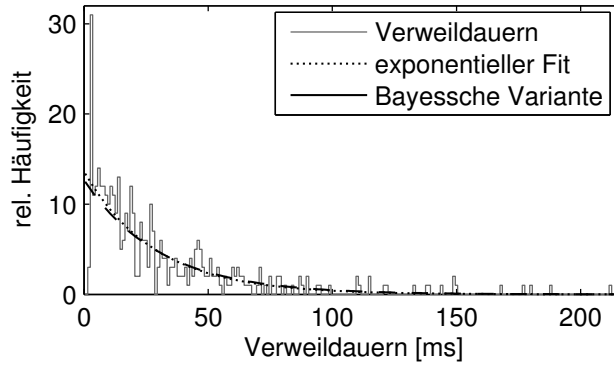


Abbildung 4.3.: Histogramm von Verweildauern in $|F = 3\rangle$ bei einem Beobachtungsintervall von 1 ms

Anzahl der Atome in Zustand $|F = 4\rangle$ und $p(\alpha) = p_\alpha$ für dessen Besetzungswahrscheinlichkeit. Nach einer Messung von n -Photonen pro Beobachtungsintervall ergibt sich in Übereinstimmung mit (4.1) die a-posteriori-Wahrscheinlichkeit

$$p(\alpha|n) = \frac{p(n|\alpha) p(\alpha)}{p(n)} = \frac{p(n|\alpha) p(\alpha)}{\sum_{\beta} p(n|\beta) p(\beta)} \quad (4.4)$$

wobei für die Umformung die Marginalisierung (4.2) und die Produktregel verwendet wurden. Für die bedingten Wahrscheinlichkeiten $p(n|\alpha)$ könnte man eine Poissonstatistik annehmen. Wie sich gezeigt hat [36], weist das Photonenzählraten-Histogramm für $|F = 4\rangle$ signifikante Abweichungen davon auf. Daher werden für die Analyse ausschließlich die gemessenen Photonenzählraten-Histogramme als $p(n|\alpha)$ verwendet. Man kann die Wahrscheinlichkeiten für die Zustände sequentiell nach jedem Beobachtungsintervall berechnen, da diese explizit zeitabhängig sind und nur vom letzten Zustand abhängen.

Unter der Annahme, dass vor einer Messung keine Informationen über den Zustand vorliegen ($p(0) = p(1) = 0.5$), hängt diese Art des Bayes-Algorithmus nur von der „Likelihood“, also den Photonenzählraten-Histogrammen ab. Auf diese Weise lässt sich auch der Schwellwertalgorithmus aus dem letzten Abschnitt rechtfertigen.

Vorab steht jedoch mehr Information über das System zur Verfügung, welche in einem Modell aus Ratengleichungen Verwendung findet.

Ratengleichungen Es gibt jeweils eine gewisse konstante Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit, dass sich der Hyperfeinzustand ändert. Deswegen lässt sich die Dynamik

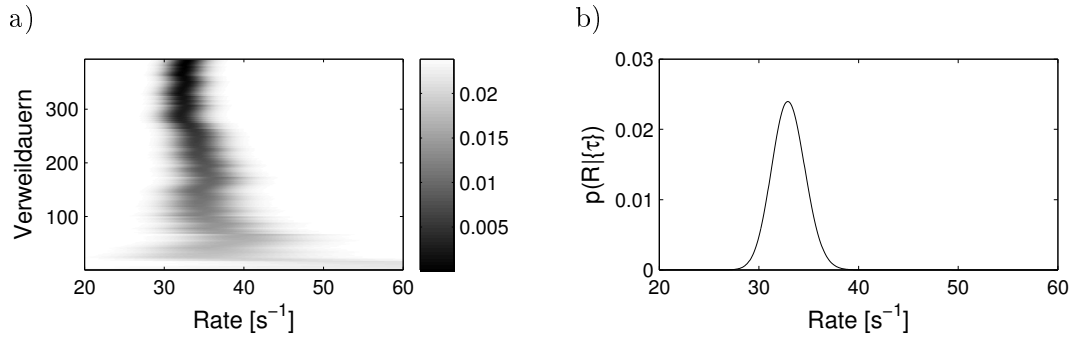


Abbildung 4.4.: (a) Entwicklung der Streuratenwahrscheinlichkeiten mit Anzahl der Verweildauern, (b) Streuratenwahrscheinlichkeiten nach 392 Verweildauern

mittels einfacher Ratengleichungen beschreiben [4, 36]:

$$\begin{aligned} \dot{p}_0(t) &= -R_{01} \cdot p_0(t) + R_{10} \cdot p_1(t) \\ \dot{p}_1(t) &= R_{01} \cdot p_0(t) - R_{10} \cdot p_1(t) . \end{aligned} \quad (4.5)$$

Hierbei bezeichnet R_{01} die Übergangsrate eines Atoms von $|F = 3\rangle \rightarrow |F = 4\rangle$ und für den umgekehrten Übergang R_{10} . Für kurze Beobachtungsintervalle Δt gilt $\Delta t \cdot R_{ij} \ll 1 \forall i, j \in \{0, 1\}$ und eine lineare Näherung ist möglich. In Matrixnotation $\vec{p} = (p_0, p_1)^T$ ergibt dies

$$\vec{p}(t + \Delta t) = \begin{pmatrix} 1 - \Delta t \cdot R_{01} & \Delta t \cdot R_{10} \\ \Delta t \cdot R_{01} & 1 - \Delta t \cdot R_{10} \end{pmatrix} \cdot \vec{p}(t) \quad (4.6)$$

Berücksichtigt man diese Entwicklung der Wahrscheinlichkeiten gemäß der Ratengleichungen in den a-priori-Wahrscheinlichkeiten, so lassen sich die Zustandswahrscheinlichkeiten zu jedem Zeitpunkt angeben. Mit dem wahrscheinlichsten Zustand können wir den realen Zustand prinzipiell rekonstruieren. Allerdings nur unter der Annahme, dass die Raten bekannt sind. Vor der ersten Messung ist dies logischerweise nicht der Fall.

Ratenbestimmung Um diesem Dilemma zu entgehen, können die Raten separat anhand der Autokorrelationsfunktion von Messungen mit Quantensprüngen bestimmt werden [36]. Einen anderen Ansatz, der hier weiter verfolgt werden soll, besteht darin die Verweildauern τ_j in einem rekonstruierten Zustand zu bestimmen. Für beide Zustände $i \in \{0, 1\}$ folgt aus der analytischen Lösung von Gl. (4.5) für die relativen Häufigkeiten $H_i(\tau_j)$

$$H_i(\tau_j) = \Delta t \cdot R_i \cdot \exp(-R_i \cdot \tau_j) . \quad (4.7)$$

Ein exponentieller Fit an die gemessenen relativen Häufigkeiten der Verweildauern ergibt die Raten [36]. Da durch die Stabilität des Aufbaus die Experimentierzeit beschränkt ist, muss die Ratenbestimmung so schnell wie möglich erfolgen. Das führt zu einer geringen Statistik, so dass das Bestimmtheitsmaß des Fits nicht immer den Erfordernissen entspricht. In Abbildung 4.3 ist ein Beispiel mit einer vergleichsweise guten Statistik von 392 Verweildauern aufgetragen. Der Satz über bedingte Wahrscheinlichkeiten Gl. (4.1) erlaubt es, Daten mit wenig Statistik optimal und schnell auszuwerten.

Interessiert sind wir an der Wahrscheinlichkeit für eine Rate $R \in [R_{\min}, R_{\max}]$ unter der Bedingung, dass eine bestimmte Verweildauer τ gemessen worden ist:

$$p(R|\tau) \propto p(\tau|R) \cdot p(R) , \quad (4.8)$$

wobei die Wahrscheinlichkeit für eine Verweildauer τ unter der Bedingung der Rate R gegeben ist durch Gl. (4.7), d.h. $p(\tau|R) = H(\tau)$. Die Verweildauern können nur ganzzahlige Vielfache des Beobachtungsintervalls annehmen und sind daher diskret. Des weiteren bringen wir ein hohes Maß an Unkenntnis dadurch zum Ausdruck, dass die a-priori Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(R) = 1/(R_{\max} - R_{\min})$ uniform ist. Es lässt sich zeigen, dass dies nicht der maximalen Unkenntnis entspricht [29]. Dies hat in unserem Fall aber keinen nennenswerten Einfluss auf das Ergebnis. Da die Messungen der Verweildauern wieder als voneinander unabhängig angenommen werden können, ergibt sich nach einer Messung der Menge von Verweildauern $\{\tau\}$ mit N Elementen

$$p(R|\{\tau\}) \propto \left(\prod_{\tau' \in \{\tau\}} p(\tau'|R) \right) \cdot p(R) . \quad (4.9)$$

In Abbildung 4.4.a ist die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsverteilung auf einem äquidistanten Gitter der Breite 1 s^{-1} mit jeder neuen Verweildauer gezeigt. Mit ansteigender Anzahl von Verweildauern wird das Maximum immer schmaler und höher und drückt damit unsere steigende Information aus. Die Verteilung hat nach Berücksichtigung von 392 Verweildauern näherungsweise die Form einer Gaußglocke, aus welcher neben der wahrscheinlichsten Rate auch deren Fehler bestimmt werden kann:

$$R_{01} = 32,9_{-1,5}^{+1,6} \text{ s}^{-1} . \quad (4.10)$$

Vergleicht man diesen Wert mit einer Rate $R'_{01} = 35 \text{ s}^{-1}$, die mit einer Kleinsten-Fehlerquadrate-Anpassung¹ ermittelt wird, so ergibt sich eine gute Übereinstimmung (Abbildung 4.3).

Alternativ zur numerischen Berechnung der Verteilung ist in diesem Fall eine analytische Lösung für die Stelle des Maximums möglich. Anstatt direkt die Nullstelle von

¹ engl. least-squares

$dp(R|\{\tau\})/dR$ zu berechnen ist es sinnvoller die Nullstelle von $d\log(p(R|\{\tau\}))/dR$ zu bestimmen. Nach einigen Umformungen ergibt sich die zu bestimmende Rate

$$R = \frac{N}{\sum_{\tau' \in \{\tau\}} \tau'} \quad (4.11)$$

als der Kehrwert des Mittelwertes der Verweildauern. Der Vorteil dieses Ansatzes besteht in der Einfachheit seiner Implementierung im Gegensatz zur aufwendigen Minimierung der Fehlerquadrate. Ein Nachteil ist die Annahme, dass die Verweildauern als exakt bekannt angenommen werden und daher jeder Verweildauer die gleiche Gewichtung bei der Berechnung zukommt. Die Verweildauern werden aus der Zeit zwischen Änderungen der rekonstruierten Zustände abgeleitet, welche wiederum aus dem wahrscheinlichsten Wert nach einer Anwendung des Bayesschen Satzes gewonnen werden. Eine falsche Rekonstruktion zu einem einzigen Zeitpunkt zerschneidet die wahre Verweildauer und erhöht damit die Rate. Dieser Vorgang tritt vor allem bei kleinen Beobachtungsintervallen ein und wird in Abschnitt 4.1.4 genauer behandelt.

4.1.4. Erweiterter Bayes-Algorithmus

Für eine Auswertung ist die Abhängigkeit der Raten von gemessenen Verweildauern von Nachteil. Gesucht ist daher ein Algorithmus, welcher keine Vormessungen erfordert und zugleich keine Abhängigkeit von einer zusätzlichen Größe wie den Verweildauern besitzt. Die Lösung des Problems ergibt sich durch erneutes Betrachten des Bayesschen Algorithmus Gl. (4.4). Mit Hilfe der Marginalisierung kann man die Besetzungswahrscheinlichkeiten auch ohne Kenntnis der Raten bestimmen. Dazu wird über die Ratenfreiheitsgrade der kombinierten Wahrscheinlichkeiten von Zuständen und Raten summiert:

$$p(\alpha|n) = \sum_{R'_{01} \in \{R_{01}\}} \sum_{R'_{10} \in \{R_{10}\}} p(\alpha, R'_{01}, R'_{10}|n). \quad (4.12)$$

Analog zu dem Satz über bedingte Wahrscheinlichkeiten bei bekannten Raten (Gl. 4.5) erhält man für die kombinierten Wahrscheinlichkeiten von Zuständen *und* Raten:

$$p(\alpha, R_{01}, R_{10}|n) = \frac{p(n|\alpha, R_{01}, R_{10}) \cdot p(\alpha, R_{01}, R_{10})}{p(n)}. \quad (4.13)$$

Zur Erinnerung: Die bedingten Wahrscheinlichkeiten $p(n|\alpha, R_{01}, R_{10})$ werden separat als Histogramme von Messungen mit und ohne Rückpumper aufgenommen und sind daher unabhängig von den Raten. Es bleibt die Frage wie sich die kombinierten Wahrscheinlichkeiten unter den Ratengleichungen verhalten, da diese nur bei gegebenen

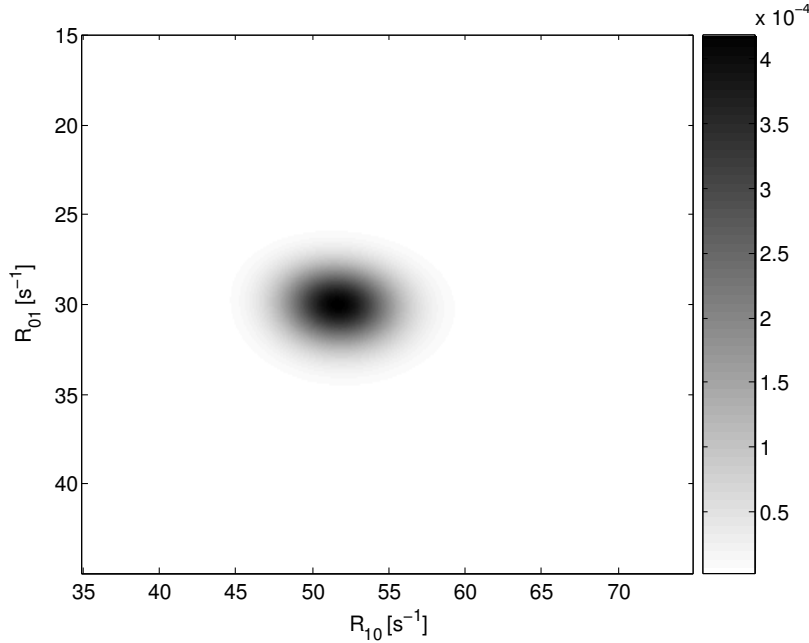


Abbildung 4.5.: Ratenwahrscheinlichkeiten

Raten aktualisiert werden können und deshalb nur für bedingte Wahrscheinlichkeiten $p(\alpha|R_{01}, R_{10})$ anwendbar sind. Allgemein gilt jedoch

$$p(\alpha, R_{01}, R_{10}) = p(\alpha|R_{01}, R_{10}) \cdot p(R_{01}, R_{10}), \quad (4.14)$$

so dass $p(R_{01}, R_{10})$ einen gleichen Faktor für alle Raten darstellt, falls am Anfang alle Raten als gleich wahrscheinlich angenommen werden. Durch die lineare Näherung der Ratengleichungen beeinflusst ein konstanter Faktor die Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(\alpha, R_{01}, R_{10})$ lediglich linear. Der Faktor findet sich durch die Marginalisierung

$$p(n) = \sum_{\alpha} \sum_{R'_{01} \in \{R_{01}\}} \sum_{R'_{10} \in \{R_{10}\}} p(\alpha, R_{01}, R_{10}|n) \cdot p(\alpha, R_{01}, R_{10}) \quad (4.15)$$

ebenfalls im Nenner von Gl. (4.13). Als Skalierungsfaktor einer Wahrscheinlichkeitsverteilung hat dieser aber keinen Einfluss auf die Bestimmung des gesuchten Maximums. Zum Verständnis des neuen Algorithmus folgt eine detaillierte Beschreibung: Zunächst wird die Entwicklung der Wahrscheinlichkeiten nach den Ratengleichungen für jede Kombination von Raten berechnet. Dies liefert die neuen erwarteten Wahrscheinlichkeiten für die Zustände in Abhängigkeit der Raten. Sind die Raten zum Beispiel zu hoch, steigt die neue Wahrscheinlichkeit eine Zustandsänderung zu favorisieren. Die anschließende Aktualisierung mittels Gl. (4.13) favorisiert jedoch den

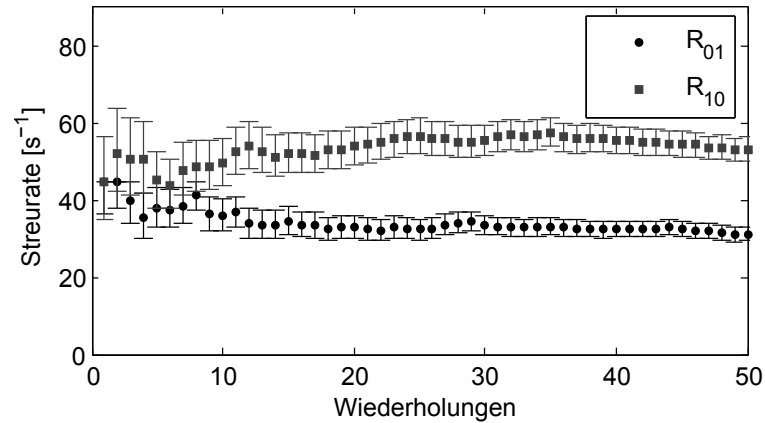


Abbildung 4.6.: Ratenentwicklung für 50 Wiederholungen einer Messung von 300 ms Dauer

tatsächlichen, nicht veränderten Zustand und reduziert damit die kombinierte Wahrscheinlichkeit von Zustand und Raten. Nach derselben Methode werden zu kleine Raten ebenfalls unterdrückt, so dass nach vielen Aktualisierungen Information über die wahrscheinlichsten Raten zur Verfügung steht.

Ist man nicht an den Zuständen, sondern an den wahrscheinlichsten Raten interessiert, so lassen sich diese durch

$$p(R_{01}, R_{10}|n) = \max_{\{R_{01}\}, \{R_{10}\}} \sum_{\{\alpha\}} p(\alpha, R_{10}, R_{10}|n) \quad (4.16)$$

bestimmen.

Für 68 Messungen zu je 300 ms wird dieser Algorithmus auf einem äquidistanten Gitter von Raten der Schrittweite $0,1 \text{ s}^{-1}$ von $R_{ij} = 0 \dots 100 \text{ s}^{-1}$ angewendet. Das Beobachtungsintervall beträgt 1 ms. Wie zuvor ist $p(\alpha, R_{01}, R_{10})$ am Anfang uniform. Durch die Aktualisierung mittels Ratengleichungen und Satz von Bayes nach jedem Beobachtungsintervall verändert sich die Verteilung. Abbildung 4.5 zeigt einen Ausschnitt der Wahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der zwei Raten. Dafür wurde über beide Zustände summiert. Während des Verweilens im Zustand $|F = 4\rangle$ wandert das Maximum zu einer geringeren Rate R_{10} . Findet eine Zustandsänderung statt, springt das Maximum der Verteilung zu einer größeren Rate R_{10} . Analoges gilt für R_{01} , falls sich das Atom in $|F = 3\rangle$ befindet. Durch zusätzliche Wiederholungen der Messungen wird die Verteilung immer spitzer und das Maximum wird zunehmend stationär.

Berechnet man gemäß Gl. (4.16) die Wahrscheinlichkeitsverteilungen, ergeben sich folgende Raten

$$R_{01} = 30,0^{+1,4}_{-1,4} \text{ s}^{-1} \quad R_{10} = 51,6^{+2,4}_{-2,4} \text{ s}^{-1} . \quad (4.17)$$

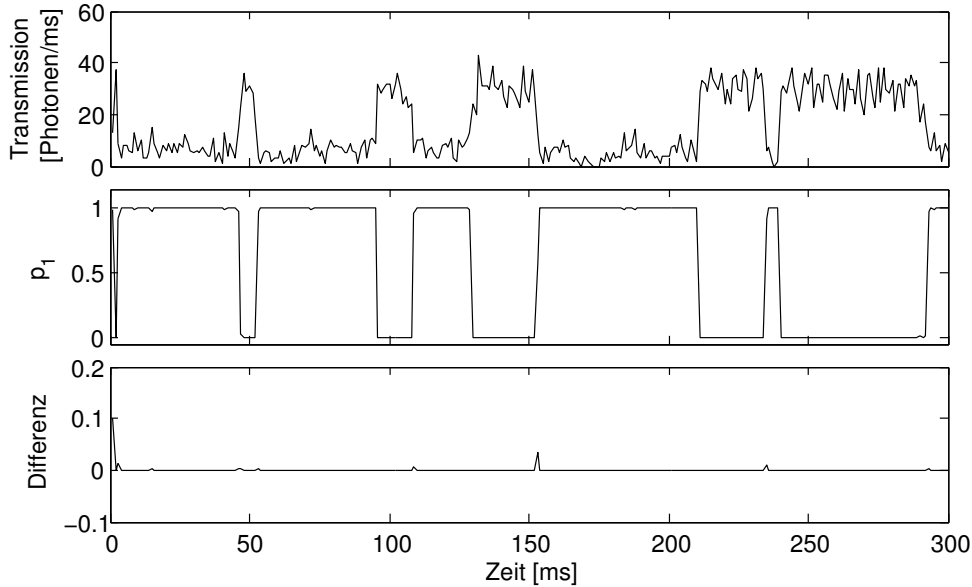


Abbildung 4.7.: (oben) Transmission, (mitte) p_1 aus DSP, (unten) Differenz von p_1 aus DSP zu p_1 nach (4.13)

als Maximalstellen und die Fehler als Wurzel der Varianz der Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$p(R'_{01}, R'_{10}) = \sum_{\alpha} p(\alpha, R'_{01}, R'_{10}) . \quad (4.18)$$

Explizit bedeutet das für den Fehler

$$\sigma_{R_{01}}^2 = \text{Var}(R_{01}) = \sum_{R'_{01}} \sum_{R'_{10}} (R'_{01} - R_{01})^2 \cdot p(R'_{01}, R'_{10}) \quad (4.19)$$

und $\sigma_{R_{10}}$ berechnet sich analog. In Abbildung 4.6 sind die Raten mit Fehlern nach jeder Wiederholung aufgetragen. Schon nach einer einzigen Messung ist die Größenordnung der Raten bekannt. Korrekturen nach zusätzlichen Informationen in Form von Wiederholungen sind gering und verringern hauptsächlich die Fehlerbalken.

Echtzeit-Implementierung Zu Beginn jedes Experiments wird ein Atom mit den experimentellen Techniken aus Kapitel 2 im Resonator präpariert. Das Detektionsprogramm folgt dem Ablauf aus Kap. 3.1.3. Darüber hinaus wird der SWI um einen endlichen Automaten erweitert, so dass zunächst Vormessungen ausgeführt werden:

Schritt 1: Aufnahme des Histogramms der Photonenzählraten für $|F = 4\rangle$: Dazu wird das digitale Dämpfungsglied auf minimale Abschwächung gesetzt, wor-

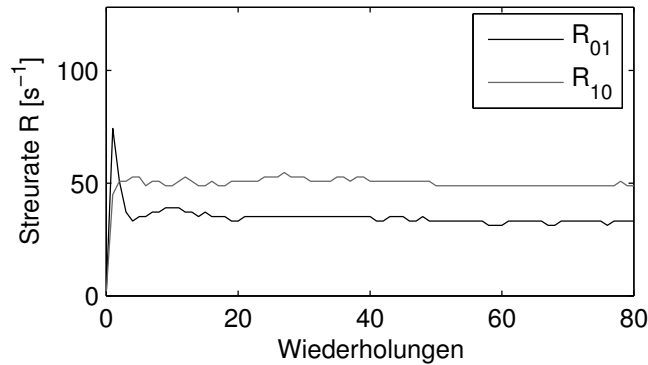


Abbildung 4.8.: Echtzeit-Ratenentwicklung

aus eine hohe Rückpumperintensität resultiert. Es werden nur Messungen verwendet, bei denen die Zählrate im Bereich c) von Abbildung 3.3 unter einem Grenzwert von 10 ms^{-1} liegt und die Atomanzahl genau 1 beträgt. Die Selektion ist notwendig, da die Kopplung zwischen Messungen stark schwanken kann. Nach typischerweise 30 Messungen bei einem Beobachtungsintervall von 1 ms erhält man eine Häufigkeitsverteilung wie in Abb. 4.2.a. Dann wird durch das Setzen eines Semaphors das Histogramm in einem TSK an das Matlab-Skript gesendet.

Schritt 2: Aufnahme des Histogramms der Photonenzählraten für $|F = 3\rangle$: Dieser Schritt ist analog zum vorherigen. Es werden nur Messungen verwendet, bei denen sich kein Atom im Resonator befunden hat. Aus den maximalen summierten Differenzen beider Histogramme berechnet sich der Schwellwert für den Schwellwert-Algorithmus.

Schritt 3: Bestimmung der Raten: Der Schwellwert-Algorithmus (\rightarrow Kap. 4.1.1) wird in der PRD benutzt um den Zustand zu rekonstruieren. Aus dem zeitlichen Verlauf der rekonstruierten Zustände werden die Verweildauern bestimmt. Mittels Gl. (4.11) und den Verweildauern wird in der SWI ein erster Schätzwert für die Raten ermittelt, falls es sich um genau ein Atom gehandelt hat. Zur Kontrolle werden die rekonstruierten Zustände, die Photonenzählraten und die Verweildauern in einem TSK an den Computer gesendet. Dieser Schritt wird so lange wiederholt, bis mindestens 10 Verweildauern für beide Zustände vorhanden sind.

Darauf folgende Messungen verwenden die Ratengleichungen Gl. (4.6) und den Satz von Bayes Gl. (4.4) zur Bestimmung der Zustandswahrscheinlichkeiten innerhalb der PRD. Die Rekonstruktion des Zustandes erfolgt durch die Wahl des wahrscheinlichsten Wertes. Daraus ergeben sich die Verweildauern aus denen wie in Schritt 3 die

neuen Raten für die nächste Messung bestimmt werden. Auf diese Weise erhält man schon nach 20 Messungen einen stabilen Wert für die Raten (Abb. 4.4). Dort wurde der Verlauf der Raten bei wiederholten Messungen nicht nach der analytischen Formel Gl. (4.11) berechnet, sondern auf einem äquidistanten Gitter von 64 Punkten im Intervall $[0 \text{ s}^{-1}, 128 \text{ s}^{-1}]$. Bei einer Menge von maximalen Funktionswerten wird die Stelle des ersten Wertes als Maximalstelle erkannt. Dies ist der Grund, weshalb die Raten bei 0 s^{-1} beginnen, da am Anfang alle Wahrscheinlichkeiten gleich groß sind. Zur Kontrolle der Ergebnisse wird die Transmission sowie p_1 und die Verweildauern nach jeder Messung an den Computer gesendet. Ein Vergleich zwischen der Berechnung des DSP mit dem erweiterten Bayesschen Algorithmus, wobei keine Annahmen über die Raten gemacht werden (Gl. (4.13)), ergibt weitestgehende Übereinstimmung (Abb. 4.7). Der RMS² Wert, also die Wurzel der mittleren quadratischen Abweichungen, über die gesamte Messung ist lediglich RMS=0,062. Für eine gute Detektion ist es damit nicht zwingend notwendig den rechenintensiven erweiterten Bayesschen Algorithmus zu verwenden. Die hohe Differenz am Anfang der Messung ist kein systematischer Fehler, dagegen ist bei einer drastischen Änderung von p_1 immer eine leicht erhöhte Differenz vorhanden. Die berechneten Werte für die Raten liegen mit $R_{01} = 33,2 \text{ s}^{-1}$ und $R_{10} = 48,8 \text{ s}^{-1}$ innerhalb des doppelten Fehlers von (4.17), wenn die Breite des Ratengitters beachtet wird (Abb. 4.8).

Abschließend sei auf früher gemessene Raten hingewiesen $R'_{01} = (35 \pm 1) \text{ s}^{-1}$ und $R'_{10} = (57 \pm 1) \text{ s}^{-1}$ [25]. Obwohl $R'_{01} \approx R_{01}$, ist diese gute Übereinstimmung eher zufällig, da ein anderer Rückpumper mit entsprechend anderer Intensität für diese Messung verwendet worden ist. Allerdings ist die Intensität ebenfalls so gewählt worden, dass sie ungefähr R_{10} entspricht und somit Quantensprünge gut zu erkennen sind. Die Abweichungen zwischen R'_{10} und R_{10} hängen möglicherweise mit einer anderen Charakteristik des PDH-Fehlersignals des Resonators zusammen, die bei diesen Messungen beobachtet werden konnte.

Variation des Beobachtungsintervalls Im Abschnitt über den Schwellwert-Algorithmus (Kap. 4.1.1) ist angesprochen worden, weshalb eine Reduzierung des Beobachtungsintervalls sinnvoll ist und welche Probleme dies für die Zustandsdetektion bedeutet. Da der wahre Zustand unbekannt ist, kann die Qualität der Zustandsdetektion nicht ohne weiteres beurteilt werden. Ein notwendiges Kriterium dafür ist die Selbstkonsistenz. Dies bedeutet, dass die Bestimmung der Raten bei verschiedenen Beobachtungsintervallen vereinbare Ergebnisse liefern muss.

Beginnend bei einem Intervall von 1 ms sind deshalb die notwendigen Histogramme für die Zustände aufgenommen und die Raten aus 50 Wiederholungen von Quantensprüngen bestimmt worden. Bei ansonsten identischen Bedingungen sind die Raten absteigend bis zu einem Beobachtungsintervall von $150 \mu\text{s}$ auf die gleiche Weise er-

²engl. root-mean-squared

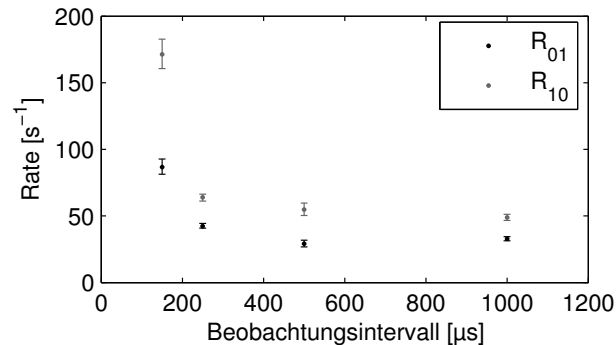


Abbildung 4.9.: Ratenbestimmung bei Variation des Beobachtungsintervalls

mittelt worden (Abb. 4.9). Deutlich zu erkennen ist der Anstieg der Raten hin zu kleinen Beobachtungsintervallen. Zurückzuführen ist dies auf die Zerschneidung von gemessenen Verweildauern durch Fehldetektionen, denn eine Analyse gemäß des erweiterten Bayesschen Algorithmus (4.13) ergibt lediglich eine geringe Variation der Raten innerhalb von 6 ms^{-1} .

Somit lässt sich folgern, dass eine Zustandsrekonstruktion bis zu einer zeitlichen Auflösung von ungefähr $300 \mu\text{s}$ die Raten richtig bestimmt. Das Beobachtungsintervall für die Regelschleife auf den oberen Hyperfeingrundzustand eines Atoms wurde daher zu $500 \mu\text{s}$ gewählt.

4.1.5. Einzelphoton-Bayes-Algorithmus

Neben den weiter oben vorgestellten Ratengleichungen für ein vorgegebenes Beobachtungsintervall gibt es einen Vorschlag von Klaus Mølmer [23], lediglich den zeitlichen Abstand zwischen zwei Photonereignissen als Information zu verwenden.

Danach gibt es zwei Entwicklungen: Eine für die Zeit zwischen zwei Zählereignissen und eine instantane Änderung, wenn ein Zählereignis eintrifft. Im Fall eines Poissonverteilten Signals, also einem Signal mit Limitierung durch Schrotrauschen, sollte dies eine sehr gute Zeitauflösung für eine Rückkopplungsschleife bieten.

Allerdings muss durch den DSP Echtzeit gewährleistet sein, d.h. das nächstes Ereignis darf erst nach der Verarbeitung des aktuellen Ereignisses auftreten. Eine einfache erste Implementierung benötigte für diesen Algorithmus knapp $7 \mu\text{s}$. Deshalb stellt eine Photonenzählrate von ungefähr 30 kHz kein Problem dar, weil im zeitlichen Mittel ca. $30 \mu\text{s}$ zur Verfügung stehen. Sehr wohl kann es aber Zählereignisse mit einem geringeren zeitlichen Abstand als die für den Algorithmus benötigte Zeit geben. Eine HWI mit Puffer in Form einer FIFO³ könnte die Zeitabstände zunächst sehr viel

³engl. **F**irst **I**n **F**irst **O**ut

schneller zwischenspeichern und sie dann in einem Prozess niedrigerer Priorität weiterverarbeiten, um die Limitierung der Algorithmus-Durchlaufzeit zu umgehen. Der kleinst mögliche Zeitabstand ist durch die Totzeit des Einzelphotonendetektors gegeben und beträgt 34 ns. Um in diese Größenordnung zu gelangen, stehen bei einer Taktfrequenz von 225 MHz ungefähr 8 Taktzyklen für die Ausführung des Interrupts zur Zwischenspeicherung zur Verfügung. Dieser muss zunächst aufgerufen, dann eine Zählervariable ausgelesen und in den Puffer geschrieben werden. Selbst mit Assemblerprogrammierung, die die Ausführungszeit um typischerweise 20 – 30% beschleunigen kann [30], ist das zur Verfügung stehende Zeitfenster zu kurz. Abhilfe kann eine „fest verdrahtete“ Lösung im CPLD der Entwicklungsplatine darstellen, um einen Puffer zu befüllen, welcher dann vom DSP mit Geschwindigkeiten von einigen 100 kHz abgearbeitet werden kann. Man kann somit eine Regelbandbreite von ca. 100 kHz für die simple Implementierung in C erwarten.

Des Weiteren kann die Verbreiterung der Photonenzählraten-Histogramme als eine Kombination aus zwei Zuständen behandelt werden, so dass es insgesamt bis zu acht statt vier⁴ freie Parameter für ein Atom gibt. Die Berechnung dieser Parameter ist nicht trivial und erfordert separate Messungen, wodurch die effektiv zur Verfügung stehende Messzeit reduziert und die Komplexität des Programms erhöht wird. Alternativ kann auf einen separat gemessenen Parametersatz zurückgegriffen werden, wobei im Gegensatz zum aktuellen Algorithmus die Stabilität des Experimentes über ein längeren Zeitraum vorausgesetzt wird.

Sieht man den Einzelphoton-Bayes-Algorithmus als Grenzwert des in Kapitel 4.1.3 beschriebenen Algorithmus mit unendlich kleinem Beobachtungsintervall an und berücksichtigt man zugleich das qualitative Verhalten bei kurzen Beobachtungsintervallen (siehe Kap. 4.1.4), so sollte überprüft werden, ob eine zuverlässige Zustandsdetektion möglich ist.

Zusammenfassend sollten daher vor einer Implementierung die Eigenschaften des Einzelphoton-Algorithmus genauer untersucht und mögliche Verbesserungen gegen den zusätzlichen Aufwand abgewogen werden.

4.2. Quantensprünge zweier Atome

Ein großer Vorteil unserer Apparatur ist es eine zuvor festgelegte Anzahl von Atomen an den Resonator zu koppeln. Daher ist es prinzipiell möglich Quantensprünge zweier Atome zu beobachten.

Für die weiter oben gewählten Parameter ist eine Unterscheidung von ein und zwei koppelnden Atomen kaum möglich, da bereits ein Atom in $|F = 4\rangle$ die Transmission fast vollständig unterdrückt. Bei geringer Anregung und im dispersiven Bereich

⁴2 Raten und 2 Erwartungswerte für die Histogramme nach Poissonverteilung

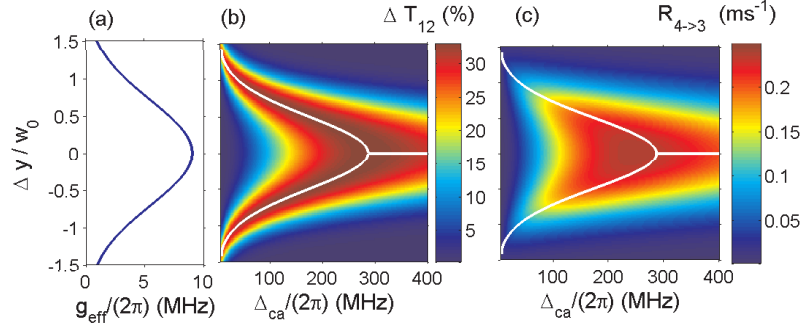


Abbildung 4.10.: (a) effektive Kopplung bei Abstand Δy vom Modenzentrum, Transmissionsunterschied $\Delta \bar{T}_{12}$ (b) und Streurrate $R_{10} = R_{43}$ als Funktion des Abstands Δy und der Verstimmung Δ_{ca} aus [25]

$\Delta_{\text{ca}} \gg g, \gamma$ können zwei Atome ohne thermische Bewegung wie ein Atom mit Kopplungskonstante $g' = \sqrt{2}g$ beschrieben werden. Somit ergeben die normierten Transmissionen

$$\bar{T}_N = \frac{1}{1 + \left(\frac{Ng^2}{\kappa\Delta_{\text{ca}}}\right)^2} \quad (4.20)$$

mit $N = 0, 1, 2$ einen theoretischen, maximalen Transmissionsunterschied $\Delta \bar{T} = \bar{T}_i - \bar{T}_{i+1}$ von 33% bei $g^2/(\kappa\Delta_{\text{ca}}) = 1/\sqrt{2}$. Die Verstimmung zwischen Atomübergangs- und Resonatorfrequenz Δ_{ca} ist durch AOMs über einen weiten Bereich frei einstellbar. Ebenso lässt sich die Kopplungskonstante g durch Variation des radialen Abstandes der Atome zur Mitte der Resonatormode einstellen (Abb. 4.10.a).

In der Mitte der Resonatormode $\Delta y = 0$ ist die effektive Kopplung für zwei Atome $g(\Delta y = 0) = 2\pi \times 9$ MHz und man erhält einen maximalen Transmissionsunterschied bei einer Verstimmung von $\Delta_{\text{ca}} = 200 \dots 300$ MHz. Dies führt auf der anderen Seite zu einer maximalen Streurrate R_{10} , welche auf eine zustandserhaltende Messung störend wirkt.

Die Streurrate kann bei nahezu gleichbleibender Transmissionsdifferenz dadurch verringert werden, dass die Atome an den Rand der Resonatormode transportiert werden. Auf diese Weise kann man die Verstimmung reduzieren und gleichzeitig die ungewollte Streurrate verkleinern. Für die folgenden Messungen wird eine Verstimmung von $\Delta_{\text{ca}} = 2\pi \times 38$ MHz und ein Abstand von der Resonatorachse von typischerweise $\Delta y = 15 \dots 20 \mu\text{m}$ verwendet.

Streng genommen gelten die obigen Transmissioneniveaus nur für Atome am selben Ort. In unserem Experiment besitzen die Atome auf Grund der Größe der magneto-optischen Falle ($\varnothing 20 \mu\text{m}$) einen endlichen Abstand. Durch die Aufnahme der Atom-

position innerhalb der Dipolfalle werden die Messungen später nach Abständen von unter $10 \mu\text{m}$ selektiert.

4.2.1. Bayes-Algorithmus für zwei Atome

Theorie Ebenso wie im Fall eines einzelnen Atoms kann man Ratengleichungen für die Besetzungswahrscheinlichkeiten der 3 möglichen Zustände von keinem (p_0), einem (p_1) und zwei (p_2) Atomen in $|F = 4\rangle$ angeben.

Im Gegensatz zu vorherigen Arbeiten über Zwei-Atom-Quantensprünge gehe ich zunächst von 4 möglichen Raten R_{ij} aus, welche jeweils für den Übergang von i zu j Atomen in $|F = 4\rangle$ bezeichnet. Die Ratengleichungen ergeben sich dann zu

$$\begin{aligned} \dot{p}_0(t) &= -R_{01} \cdot p_0(t) + R_{10} \cdot p_1(t) , \\ \dot{p}_1(t) &= R_{01} \cdot p_0(t) - (R_{10} + R_{21}) \cdot p_1(t) + R_{21} \cdot p_2(t) , \\ \dot{p}_2(t) &= -R_{12} \cdot p_1(t) - R_{21} \cdot p_2(t) . \end{aligned} \quad (4.21)$$

Diese Behandlung geht implizit von der Ununterscheidbarkeit beider Atome aus. Demnach macht es keinen Unterschied, ob sich Atom A in $|F = 4\rangle$ und Atom B in $|F = 3\rangle$ befindet oder der umgekehrte Fall eintritt. Außerdem wird angenommen, dass direkte Übergänge von keinem zu zwei bzw. zwei zu keinem koppelnden Atomen nicht existieren.

Nach der Bayesschen Formel ergibt sich wieder

$$p(\alpha, \{R\} | n) = \frac{p(n | \alpha, \{R\}) \cdot p(\alpha, \{R\})}{\sum_{\beta} p(n | \beta, \{R\}) \cdot p(\beta, \{R\})} , \quad (4.22)$$

wobei $\alpha = 0, 1, 2$ für einen Zustand und $\{R\}$ für einen Satz der 4 Raten $R_{01}, R_{10}, R_{21}, R_{12}$ steht. Für jedes Beobachtungsintervall wird zunächst Gl. (4.21) und dann Gl. (4.22) angewendet. Vor dem Beginn der ersten Messung sind alle Zustände und Raten gleich wahrscheinlich. Dagegen werden für Wiederholungen der Messung die kombinierten Wahrscheinlichkeiten von Zuständen und Raten so normiert, dass jeder Zustand gleich wahrscheinlich ist.

Raten Die obige Analyse wird für 30 Messungen zu je 500 ms bei einem Beobachtungsintervall von 1 ms für ein Gitter von Raten $R_i = 0, 1, \dots, 150 \text{ s}^{-1}$ durchgeführt. Es ergeben sich die wahrscheinlichsten Raten zu

$$R_{01} = 101_{-6}^{+6} \text{ s}^{-1} , \quad (4.23)$$

$$R_{10} = 67_{-6}^{+2} \text{ s}^{-1} , \quad (4.24)$$

$$R_{12} = 69_{-4}^{+4} \text{ s}^{-1} , \quad (4.25)$$

$$R_{21} = 42_{-4}^{+2} \text{ s}^{-1} . \quad (4.26)$$

4. Quantensprünge

In der Diplomarbeit von A. Thobe [36] wird ein vereinfachtes Ratenmodell mit lediglich 3 Raten verwendet. Es geht von der Annahme aus, dass die Übergangswahrscheinlichkeit nach $|F = 4\rangle$ eines Atoms unabhängig vom Hyperfeinzustand des anderen Atoms ist. Deshalb sollte der Übergang eines Atoms bei zwei vorhandenen Atomen in $|F = 3\rangle$ doppelt so wahrscheinlich sein, wie bei nur einem Atom in diesem Zustand. Für die Raten bedeutet dies

$$R'_{01} = 2 \cdot R_{12} = 138_{-8}^{+4} \text{ s}^{-1}. \quad (4.27)$$

Ein Vergleich von (4.27) mit (4.23) ergibt nur eine unwahrscheinliche Übereinstimmung innerhalb des fünffachen Fehlers. An dieser Stelle wäre es interessant mehrere Datensätze auf diese Diskrepanz hin zu untersuchen, um die statistische Sicherheit zu erhöhen. Dafür ist jedoch in der aktuellen Form des Programms mehr Rechenkapazität nötig als ein einzelnes modernes Notebook besitzt. Denn die Bestimmung der obigen 4 Raten bei 30 Wiederholungen hat alleine ca. 20 h gedauert. Reduziert man die Anzahl freier Parameter oder die Dichte des Gitters, beschleunigt dies die Ausführungszeit des Algorithmus exponentiell, allerdings auf Kosten der Genauigkeit. Unter diesem Gesichtspunkt erscheint die Tolerierung der Abweichung in (4.27) zulässig.

Für kleine Beobachtungsintervalle Δt ist analog zu (4.6) die lineare Näherung

$$\vec{p}(t + \Delta t) = \begin{pmatrix} 1 - 2 \Delta t \cdot R_{01} & \Delta t \cdot R_{10} & 0 \\ 2 \Delta t \cdot R_{01} & 1 - \Delta t \cdot (R_{10} + R_{01}) & \Delta t \cdot R_{21} \\ 0 & \Delta t \cdot R_{01} & 1 - \Delta t \cdot R_{21} \end{pmatrix} \cdot \vec{p}(t) \quad (4.28)$$

möglich.

In [36] sind die 3 verbleibenden Raten R_{01}, R_{21}, R_{10} selbstkonsistent berechnet worden: Beginnend mit einem gewählten Satz von Raten werden die Zustandswahrscheinlichkeiten berechnet und über mehrere Messungen gemittelt. Entsprechend den Abweichungen von dem erwarteten Verhalten durch die Lösung der Ratengleichung werden neue Raten ermittelt bis eine Fehlergrenze unterschritten ist. Als Anfangsraten bieten sich die Ein-Atom-Quantensprung-Raten an, die unter gleichen Bedingungen, d.h. insbesondere im gleichen Abstand von der Modenmitte, bestimmt worden sind. Da die Zustands-ändernden Streuraten in erster Näherung von der Intensität des Nachweislasers innerhalb des Resonators abhängen, muss dies zusätzlich mit

$$R'_{21} = 2 \frac{\bar{T}_2}{\bar{T}_1} R_{10} = 76_{-12}^{+4} \text{ s}^{-1} \quad (4.29)$$

berücksichtigt werden. Hierbei sind die Transmissionen T_1, T_2 durch die Erwartungswerte der Photonenzählraten-Histogramme von zwei bzw. einem koppelnden Atom festgelegt. Der Faktor 2 berücksichtigt die Tatsache, dass zwei Atome ihren Zustand ändern können. Offensichtlich stimmen (4.29) und (4.26) nur innerhalb des dreifachen

Fehlers überein. Der Ursprung dieser Abweichungen liegt in der Variation der Kopplung von Atomen zwischen zwei Wiederholungen der Messung. Es kann vorkommen, dass zwei Atome in $|F = 4\rangle$ die Transmission nicht nahezu komplett unterdrücken, sondern nur auf etwas weniger als das Niveau eines gut koppelnden Atoms senken. Dies kann zum Beispiel durch den Wechsel in ein anderes Minimum der Stehwelle des Stabilisierungslasers verursacht werden. Dadurch wird der Zustand fälschlicherweise häufiger als $\alpha = 1$ erkannt und folglich sind R_{01} und R_{21} systematisch zu groß. Deshalb werden zur Bestimmung der Raten innerhalb des DSP nur Messungen verwendet, bei denen eine gute Kopplung vorhanden ist.

Echtzeit-Implementierung Zur Detektion von Zwei-Atom-Quantensprüngen muss zunächst die Separation der Transmissionen in Vormessungen sichergestellt sein. Je weiter die Transmissionen auseinanderliegen desto zuverlässiger wird die Zustandsdetektion.

Danach werden mit dem Programm aus Kap. 4.1.4 Photonenzählraten-Histogramme der drei möglichen Zustände aufgenommen und die Raten R_{10} und R_{12} aus den entsprechenden Raten von Ein-Atom-Quantensprüngen ermittelt. Mittels Gl. (4.29) lässt sich außerdem R_{21} bestimmen.

Im Folgenden werden Quantensprünge von zwei Atomen mit einem separaten Programm für den DSP gemessen. Dazu müssen nach dem Programmstart im DSP die 3 Histogramme und 3 Raten übertragen werden. Dies geschieht wieder über RT-DX mit einem Matlab-Skript. Ansonsten folgt das Programm dem Aufbau aus Kap. 3.1.3. Innerhalb der PRD werden die Zustandswahrscheinlichkeiten mit der Raten-gleichung (4.28) und des Satzes von Bayes nach Gl. (4.22) aktualisiert. Dabei gilt $p(\alpha, \{R\}|n) = p(\alpha|n)$, da die Raten fest vorgegeben werden um die Dauer des Algorithmus stark zu beschleunigen. Somit muss nicht über alle Raten summiert werden um die Wahrscheinlichkeiten der Zustände zu erhalten. Nach einer Messung werden die Wahrscheinlichkeiten p_2, p_1 und Photonenzählraten an den Rechner übertragen und direkt am Monitor angezeigt (Abb. 4.11). Die Wahrscheinlichkeit p_0 ergibt sich aus der Normierungsbedingung $1 = p_0 + p_1 + p_2$.

In der Abbildung befindet sich oben links die Photonenzählrate in Abhängigkeit von der Zeit. Rechts davon werden die zugrunde liegenden Histogramme der Photonenzählraten der aktuellen Messung sowie die Histogramme der drei Zustände $\alpha = 0, 1, 2$ angezeigt. Damit lassen sich die berechneten, zeitabhängigen Zustandswahrscheinlichkeiten auf ihre Konsistenz überprüfen. Denn für eine hohe Wahrscheinlichkeit p_α des Zustands α sollte die zugehörige Photonenzählrate eine hohe Wahrscheinlichkeit im Photonenzählraten-Histogramm besitzen. Für die dargestellte Messung ist dies der Fall. Die relative Häufigkeit des wahrscheinlichsten Zustandes (unten rechts) zeigt in diesem Fall an, dass alle Zustände ungefähr gleich häufig auftreten. Bestätigt wird dies durch den zeitlichen Verlauf der Photonenzählraten (oben links) bei dem Bereiche

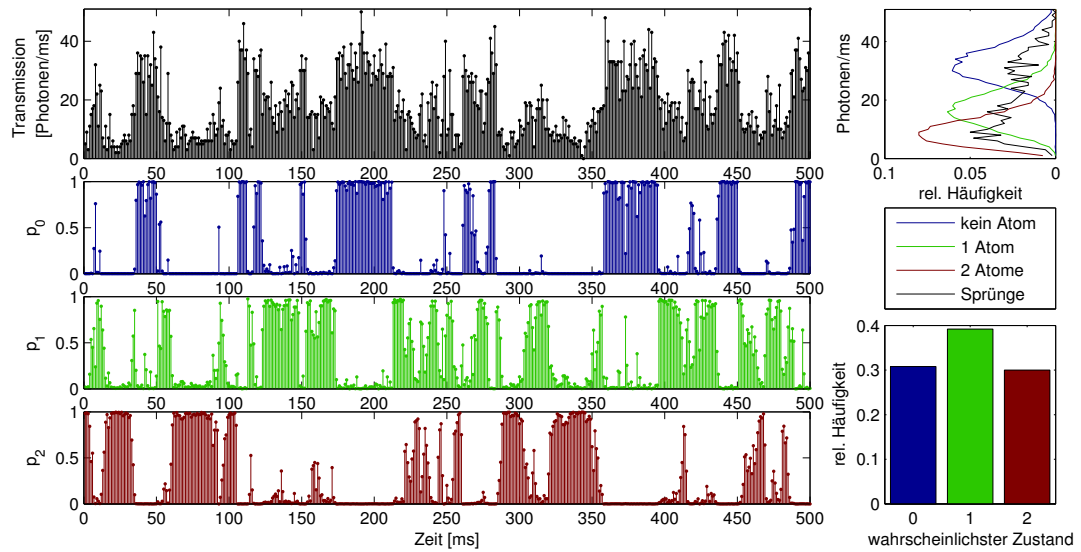


Abbildung 4.11.: Quantensprünge zweier Atome: (oben links) Photonenzählraten, darunter gemessene Bayessche Wahrscheinlichkeiten, (oben rechts) Photonenzählraten-Histogramme, (unten rechts) rel. Häufigkeiten der wahrscheinlichsten Zustände

niedriger, mittlerer und hoher Transmission ungefähr gleich häufig auftreten.

4.3. Simulation

Zum Schluss dieses Kapitels wird die Simulation der zeitabhängigen Photonenzählraten von Quantensprüngen behandelt. Die Simulation ist notwendig um die Konsistenz der Raten- und Zustandsbestimmung zu überprüfen. Weiterhin können mit ihr Regelalgorithmen vor der experimentellen Realisierung auf ihre Wirksamkeit überprüft werden.

Zur Erklärung des Simulationsprinzips beschränken wir uns zunächst auf ein Atom. Die Erweiterung auf zwei Atome ist offensichtlich, da lediglich die die Anzahl der Zustände erhöht und die Ratengleichungen für zwei Atome verwendet werden müssen. Es wird ferner zwischen zwei Zeitschritten unterschieden: dem Simulationsintervall ΔT und dem Beobachtungsintervall Δt wobei $\Delta T \leq \Delta t = N \cdot \Delta T$, $N \in \mathbb{N}$.

Ersteres definiert den Zeitschritt, für den der wahre Zustand des Systems neu ermittelt wird, wohingegen letzteres das Intervall definiert, für das die Photonenzählrate erzeugt werden soll. Sei der Zustand des Systems zu Beginn der Simulation gegeben durch den Vektor $\vec{p}(0) = (0, 1)^T$. Die erste Komponente gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass

kein Atom koppelt, und die zweite Komponente gibt die Wahrscheinlichkeit an mit der ein Atom koppelt. Das System verhält sich gemäß den Ratengleichungen (4.5). In Matrixnotation ergibt sich

$$\dot{\vec{p}}(t) = A \cdot \vec{p}(t) \quad \text{mit} \quad A = \begin{pmatrix} -R_{01} & R_{10} \\ R_{01} & -R_{10} \end{pmatrix}. \quad (4.30)$$

Die Raten sind prinzipiell frei wählbar. Zum Vergleich mit gemessenen Quantensprüngen werden die Raten aus (4.17) verwendet. Die Vektorgleichung wird gelöst durch

$$\vec{p}(t) = e^{A \cdot t} \cdot \vec{p}(0), \quad (4.31)$$

so dass sich aus der Differenz der Zustandswahrscheinlichkeit am Anfang und am Ende des Simulationsintervalls

$$\vec{\Delta} = \vec{p}(t + \Delta T) - \vec{p}(t) \quad (4.32)$$

die Übergangswahrscheinlichkeit ermitteln lässt. Der aktuelle Zustand entspricht der Komponente von $\vec{\Delta}$, die negativ ist, und die Übergangswahrscheinlichkeit in den Zustand i ist durch die jeweils andere Komponente von $\vec{\Delta}$ gegeben. Im Gegensatz zum Detektionsalgorithmus wird hier keine lineare Näherung verwendet, weil dies eine Einschränkung des zu wählenden Simulationsintervalls zur Folge hätte.

Ist eine erzeugte (Pseudo-) Zufallszahl $r = 0 \dots 1$ kleiner als die Übergangswahrscheinlichkeit, so hat sich der Zustand des Systems geändert. Wiederholt man diesen Prozess für Vielfache von ΔT erhält man einen zeitlichen Verlauf von Zuständen. Im nächsten Schritt werden diesen Zuständen zufällig Photonenzählraten mit einer Wahrscheinlichkeitsverteilung gemäß dem entsprechendem Photonenzählraten-Histogramm bei einem Simulationsintervall von ΔT zugewiesen. Die Histogramme für ein beliebiges ΔT lassen sich aus alten Messungen der Zustände erzeugen. Denn mit einer sog. „TimerCard“ werden die zeitlichen Abstände von Photonen mit einer Genauigkeit von 50 ns aufgezeichnet.

Im letzten Schritt werden jeweils N aufeinander folgende Photonenzählraten addiert um die Photonenzählrate des Beobachtungsintervalls zu erhalten. Die Vorgehensweise ist bei zwei Atomen identisch, außer dass sich die Ratengleichungen gemäß Gl. (4.21) ändern.

Für die Simulation wird auf bereits analysierte Daten zurückgegriffen. Die Raten und Histogramme sind für ein Atom identisch mit denen aus (4.17) und für zwei werden die benötigten Vorgaben aus (4.23) entnommen. Zur Kontrolle der Ergebnisse wird für den Zwei-Atom-Fall noch ein anderer Datensatz verwendet, da die Bestimmung der Raten in (4.23) nicht sehr gut mit bisherigen Erkenntnissen in Einklang zu bringen ist. Es werden jeweils 200 Wiederholungen der Messung simuliert bei einer Dauer von 300 ms und einem Beobachtungsintervall von 1 ms. Das Simulationsintervall ist um den Faktor 10 kleiner.

Zusätzlich findet eine Analyse der simulierten Signale statt, um dadurch Aussagen über die Qualität der Bayes-Algorithmen treffen zu können.

Folgerungen Sei die Detektionseffizienz der Anteil der richtig erkannten Zustandsbestimmung an der gesamten Zustandsbestimmung der jeweiligen Bayes-Algorithmen. Dann lassen sich aus den Simulationen zwei Schlüsse ziehen:

Zum einen ist die Detektionseffizienz bei einem Atom mit $\eta_1 = (95 \pm 1)\%$ etwas höher als bei zwei Atomen $\eta_1 = (89 \pm 1)\%$.

Zum anderen hat sich gezeigt, dass die Zustandsdetektion recht unempfindlich gegenüber systematischen Fehlern in den Raten für den Bayesschen Algorithmus ist. Selbst ein Faktor 2 in den Raten verringert die Detektionseffizienz für die getesteten Kombinationen von Raten und Histogrammen nur um wenige Prozent ($< 5\%$). Verstehen lässt sich dies durch die Aktualisierung nach dem Satz über bedingte Wahrscheinlichkeiten. Denn wenn die „Likelihood“, d.h. die Photonenzählraten-Histogramme der Zustände, die a-posteriori Wahrscheinlichkeit dominiert, können selbst falsche a-priori Wahrscheinlichkeiten aus den Ratengleichungen zu richtigen Ergebnissen führen. Der dominierende Störungsmechanismus muss demnach die unterschiedliche Kopplung der Atome in einem Zustand aufgrund endlicher Bewegungsenergie sein. Diesen Einfluss zu simulieren ist schwierig, da völlig neue Histogramme erzeugt werden müssten. Das ist auch der Grund, warum in dieser Arbeit davon Abstand genommen wurde.

Probleme Im idealen Fall erwarten wir, dass die Photonenzählraten eines Zustandes nicht autokorreliert sind und die Photonenzählraten-Histogramme daher einer Poisson-Verteilung folgen. Aufgrund technischer Störungen wie Schwankungen in der Leistung des Stabilisierungslasers oder der variierenden Kopplung durch die thermische Bewegung der Atome können Korrelationen nicht verhindert werden.

Die Korrelationen führen zur Verbreiterung der Histogramme von Zuständen, welche die Transmission unterdrücken. Die erzeugten zufälligen Zählraten müssen lediglich der Verteilung der Photonenzählraten-Histogramme für die Simulationsintervalle folgen und sind daher prinzipiell nicht korreliert. Werden daraus Zählratenhistogramme erzeugt für ein Beobachtungsintervall, das größer ist als das Simulationsintervall, so zeigen diese Histogramme kaum bzw. keine Verbreiterung im Vergleich zur Poisson-Verteilung. Deshalb ist es für eine spätere Anwendung des Bayesschen Algorithmus auf die Signale wichtig auch die Zählratenhistogramme der Zustände zu simulieren, um die Analyse nicht mit falschen Histogrammen zu verfälschen.

Durch verschiedene Simulationen weisen die Folgerungen zwar eine Tendenz auf für alle Kombinationen aus Raten und Histogrammen gültig zu sein, allerdings kann daraus nicht auf beliebige Parameter geschlossen werden. Deshalb werden für die Simulation der Rückkopplungsverfahren bereits bekannte Parameter verwendet.

5. Quantensprungregelschleife

In diesem Kapitel werden die Echtzeit-Informationen über die Zustände verwendet, um eine Rückkopplung zu realisieren. Als Stellgröße wird die Intensität des Rückpumper-Lasers verwendet, welcher sich über einen AOM in Doppelpasskonfiguration steuern lässt.

5.1. Trivialer Regelkreis für ein Atom

Ein Atom innerhalb des Resonators kann nur zwei Zustände annehmen: es koppelt oder es koppelt nicht. Beide Zustände lassen sich auch ohne Regelschleife unter alleiniger Verwendung eines Rückpumper-Lasers stabilisieren. Ohne Rückpumper wird das Atom nach einigen 10 ms in den nicht koppelnden Zustand übergehen, während durch einen starken Rückpumper ein Atom nach einem Sprung instantan in den koppelnden Zustand wechselt. Dennoch macht es Sinn als ersten Test der Rückkopplungsschleife den Zustand $|F = 4\rangle$ zu stabilisieren.

Dazu wird der Rückpumper zunächst maximal abgeschwächt, so dass es nur Übergänge nach $|F = 3\rangle$ geben kann. Falls die Wahrscheinlichkeit p_0 für einen Zustand $|F = 3\rangle$ größer ist als 0,5, wird der Rückpumper mit maximaler Intensität eingestrahlt. Sobald $p_0 \leq 0,5$, wird der Rückpumper wieder maximal abgeschwächt.

Denkbar wäre zudem eine Regelung, welche auf dem Schwellwertalgorithmus basiert. Obwohl der Schwellwertalgorithmus häufiger zu einer Falschdetektion führt, hat diese Tatsache keine Auswirkung auf die Regelung. Denn ein Schwellwert kann immer so gewählt werden, dass der Rückpumper im Zweifelsfall häufiger als nötig aktiviert wird. Im Extremfall könnte man einen minimalen Schwellwert derart wählen, dass jede Photonenzählrate über diesem Wert liegt und folglich der Rückpumper immer aktiviert ist. Im Hinblick auf die Zustände zweier Atome ist diese Art der Rückkopplung nicht sinnvoll, da sich die Histogramme der Photonenzählraten stark überlagern und eine Bestimmung der Zustände somit häufig falsch wäre. Deswegen basieren folgende Regelungen ausschließlich auf Zustandswahrscheinlichkeiten.

Echtzeit-Implementierung

Die Implementierung der Regelung im DSP folgt dem Programm, welches für die Ein-Atom-Quantensprünge in Kapitel 4.1.4 verwendet worden ist. Das bedeutet, es werden zunächst die Histogramme der Photonenzählraten für den koppelnden und

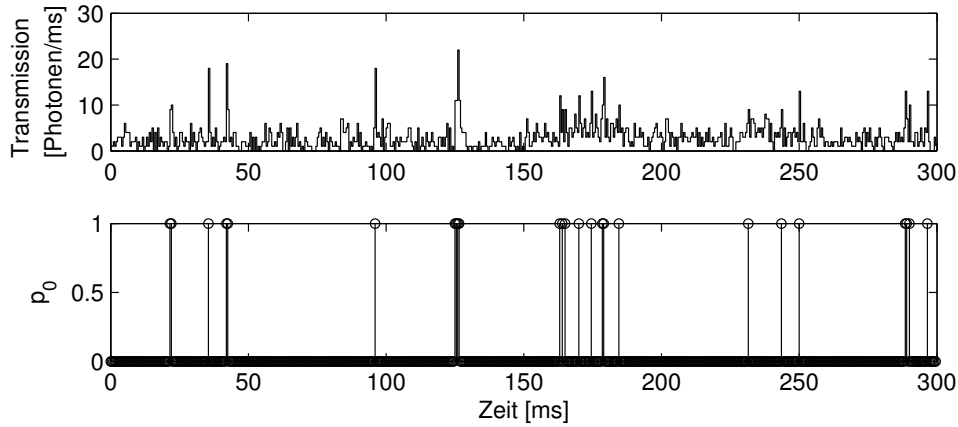


Abbildung 5.1.: Rückkopplung auf den koppelnden Zustand eines Atoms

nicht koppelnden Zustand aufgenommen, und danach werden Quantensprünge beobachtet, um die Raten zu bestimmen.

Ein Unterschied besteht jedoch in der periodischen Funktion. Für die Regelung wird der Rückpumper zunächst mittels DSA ausgeschaltet und in den Ratengleichungen (Gl. 4.6) wird entsprechend $R_{01} = 0$ gesetzt. Darauf wird wie bei der Detektion von Quantensprüngen eine Aktualisierung mittels des Satzes von bedingten Wahrscheinlichkeiten (Gl. 4.4) durchgeführt. Für $p_0 > 0,5$, wird der DSA auf minimale Abschwächung geschaltet, so dass der Rückpumper hohe Intensität besitzt. Ist $p_0 \leq 0,5$, wird der DSA auf maximale Abschwächung gestellt und gleichzeitig $R_{01} = 0$ gesetzt.

Ergebnis

Das Ergebnis für ein Beobachtungsintervall von $500 \mu\text{s}$ findet sich in Abbildung 5.1. Zur Darstellung der Bereiche zu denen der Rückpumper aktiviert gewesen ist befindet sich unter dem zeitlichen Verlauf der Photonenzählraten die Wahrscheinlichkeit p_0 . Ist dessen Wert größer als $0,5$, hat eine Rückkopplung stattgefunden. Es ist gut zu erkennen, dass im Vergleich zur ganzen Messung die Bereiche mit aktivem Rückpumper sehr kurz sind ($4,2\%$). Diese Art der Rückkopplung funktioniert daher sehr gut.

5.2. Regelkreis für zwei Atome

Interessanter als der Ein-Atom Fall ist eine Rückkopplung auf die Zustände von zwei Atomen. Denn hier existiert, neben den beiden trivial zu erreichenden Zuständen von zwei koppelnden bzw. zwei nicht koppelnden Atomen, ein Zustand in dem nur

ein Atom von zweien koppelt. Die ersten beiden Zustände sind trivial, da sie unter kontinuierlichen Einstrahlung des Rückpumpers oder durch dessen Fehlen erreicht werden können. Die folgenden Regelkreise sind deshalb auf eine Stabilisierung des Zustandes $\alpha = 1$ eines koppelnden Atoms ausgelegt.

Es werden zwei verschiedene Stellgrößen unterschieden. Zum einen findet der Rückpumper aus dem vorherigen Kapitel Verwendung, mit dem lediglich die Anzahl koppelnder Atome im Resonator erhöht werden kann. Zum anderen ist es bei einem kohärenten Prozess möglich, die Anzahl koppelnder Atome mit gleicher Effizienz zu verringern oder zu erhöhen. Zur Unterscheidung beider Fälle wird deshalb von inkohärentem und kohärentem Rückpumpen gesprochen.

5.2.1. inkohärentes Rückpumpen

Hier ist das Regelungsprinzip das gleiche wie im Ein-Atom-Fall. Nach jedem Beobachtungsintervall werden die Zustandswahrscheinlichkeiten wie in Kap. 4.2.1 aktualisiert. Ist $\alpha = 0$ der wahrscheinlichste Zustand, wird der Rückpumper weniger und ansonsten maximal abgeschwächt. Dementsprechend muss die Rückpumperrate $R_{\text{rep}} = R_{01}$ verändert werden.

Das Problem bei dieser Regelung ist die optimale Rückpumperrate: Nimmt man die Ratengleichungen (4.28) als Modell und versucht die zweite Komponente in Abhängigkeit der Rückpumperrate zu maximieren, so liefert dies in linearer Näherung keine erfüllbare Bedingung. Um dennoch eine optimale Rückpumperrate zu bekommen, werden Messungen simuliert.

Simulation

Bei allen Simulationen in diesem Kapitel werden die gleichen Raten und Histogramme wie bei den simulierten Quantensprüngen zweier Atome (Gl. 4.23) verwendet. Das Beobachtungsintervall ist $500 \mu\text{s}$ lang und das Simulationsintervall ist 20 mal kleiner. Das Ergebnis der Simulation für diesen Fall ist in Abb. 5.2 zu finden. Die absoluten Fehler sind auf 1% geschätzt und basieren auf der Variation der Ergebnisse durch die Simulation. Für die Rückkopplung gilt es die relative Häufigkeit von einem koppelnden Atom zu maximieren, was durch eine Rückpumperrate von 200s^{-1} gegeben ist. Andererseits scheint die exakte Rückpumperrate unkritisch zu sein, da über einen großen Bereich von etwa $125 \dots 300 \text{s}^{-1}$ kaum Änderungen in der Häufigkeit eines koppelnden Atoms auftreten.

Dagegen ändern sich in diesem Bereich sehr wohl die relativen Häufigkeiten der beiden anderen Zustände. Man hätte erwarten können, dass bei der optimalen Rückpumperrate die relativen Häufigkeiten für die anderen Zustände gleich groß sind. Dies gilt jedoch nur für gleiche Übergangsraten $R_{\text{rep}} = R_{21}$. In unserem Fall ist R_{21} um etwa einen Faktor 5 kleiner als R_{rep} , so dass es wahrscheinlicher ist für einen längeren Zeit-

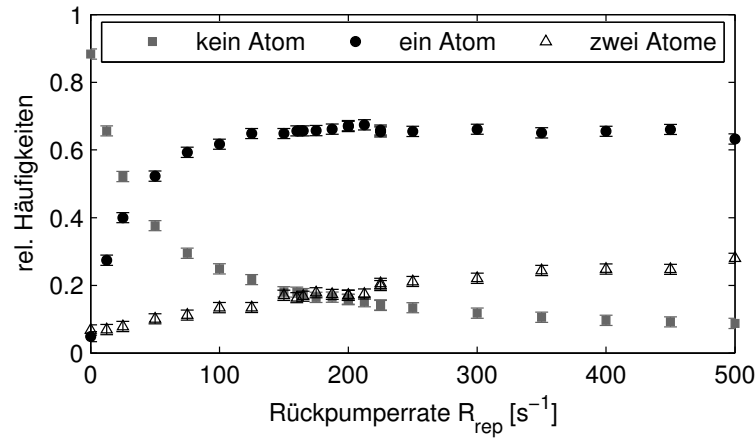


Abbildung 5.2.: Bestimmung der optimalen Rückpumperrate

raum im Zustand von zwei anstatt keinem koppelndem Atom zu verbleiben. Zudem kann im Fall inkohärenten Rückpumpens bei einem Zustand von zwei koppelnden Atomen der Zustand nicht durch eine aktive Regelung verändert werden.

Messung

Experimentell wäre es sinnvoll gewesen nach der Simulation eine fundierte Messreihe aufzunehmen um das simulierte Verhalten der relativen Häufigkeiten zu verifizieren. Leider ist dies wegen technischen Problemen mit der ICCD-Kamera nicht mehr möglich gewesen. Nichtsdestotrotz ist die Regelung für verschiedene Raten getestet worden, wenn auch mit einer sehr geringen Statistik. Es hat sich allerdings gezeigt, dass das Verhalten der Rückkopplung sich sehr stark zwischen zwei Wiederholungen verändern kann, was am Abstand der Atome und an der unterschiedlichen Kopplung an die Mode des Resonators liegt. Die Messungen wurden bei einem Beobachtungsintervall von 1 ms durchgeführt und sind in den Abbildungen 5.3 und 5.4 zu finden. In der ersten Abbildung ist die Rückkopplungsrate etwas zu hoch, wodurch die Wahrscheinlichkeit für zwei koppelnde Atome erhöht ist. Ein Histogramm (unten links in derselben Abbildung) zeigt die relativen Häufigkeiten der rekonstruierten Zustände, die sich als Zustände mit höchster Wahrscheinlichkeit zu einem bestimmten Zeitpunkt ergeben. Die Simulation von Quantensprüngen hat gezeigt, dass sich hieraus ein Schätzwert für die Häufigkeiten der tatsächlichen Zustände gewinnen lässt. Die hohe relative Häufigkeit des Zustands zweier koppelnder Atome verdeutlicht die zu hohe Rate.

In der zweiten Abbildung ist die Rückpumperrate reduziert worden. Deshalb ist die Besetzung des Zustands $\alpha = 0$ wahrscheinlicher und die des Zustands $\alpha = 2$

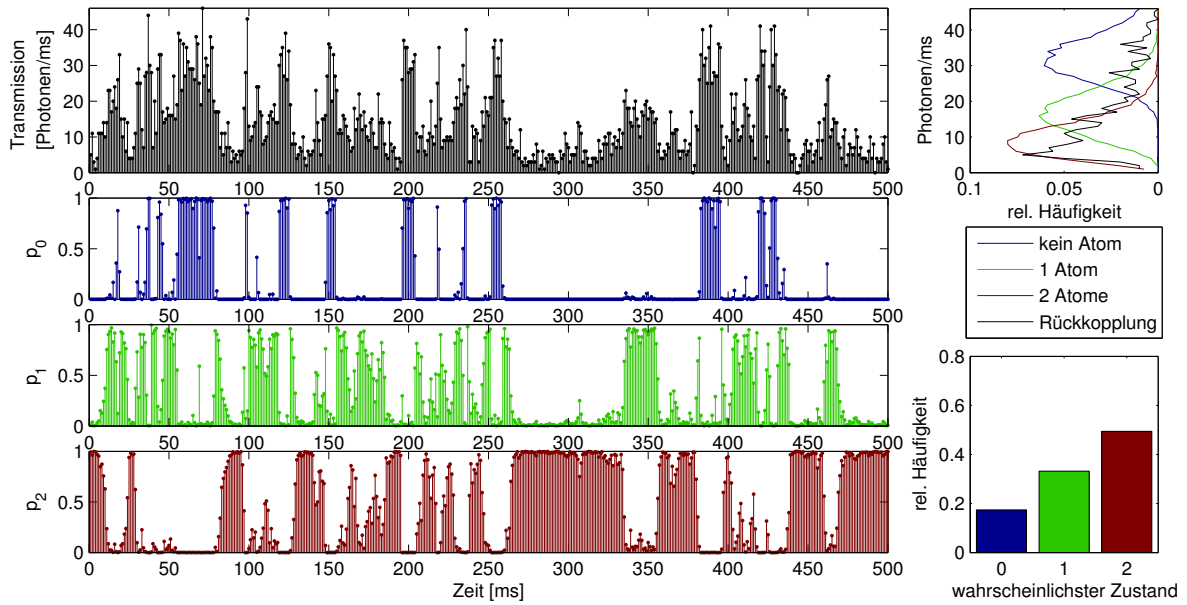


Abbildung 5.3.: Rückkopplung mit hoher Rate R_{rep}

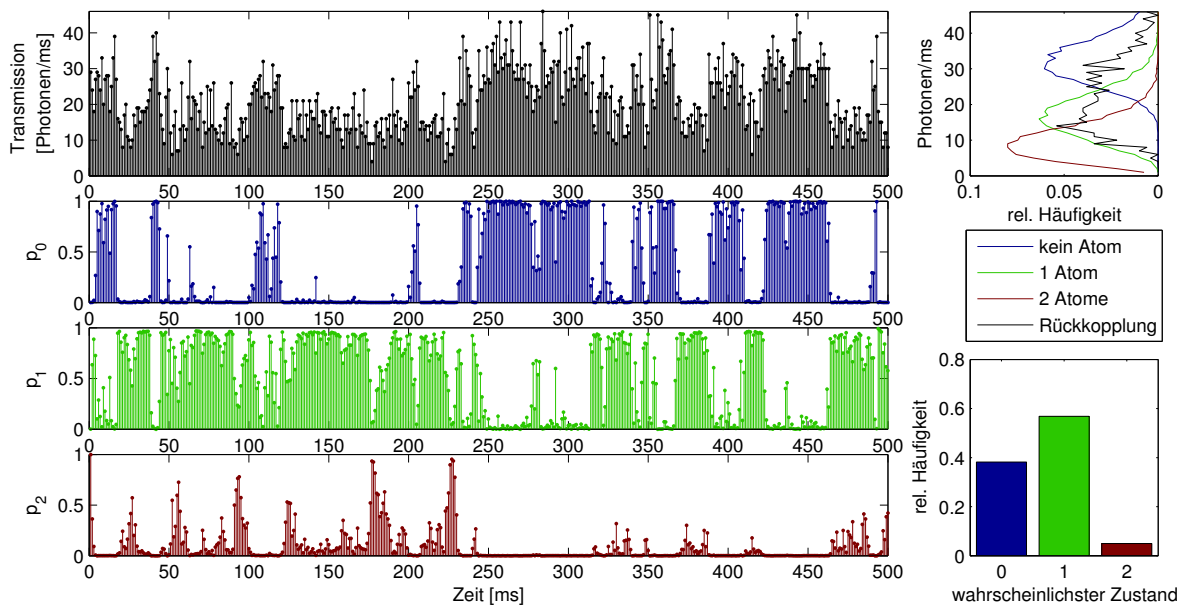


Abbildung 5.4.: Rückkopplung mit nahezu optimaler Rate R_{rep}

unwahrscheinlicher geworden. Zudem stehen nun mehr Versuche für die Rückkopplung zur Verfügung, da die Regelung nicht imstande ist den Zustand zweier Atome zu entvölkern. Dementsprechend ist die relative Häufigkeit für den gewünschten Zustand $\alpha = 1$ dominierend.

In diesem Kapitel konnte eine Regelung für den Fall von zwei Atomen erstmals realisiert werden. Um statistisch signifikante Aussagen treffen zu können sind allerdings weitergehende Messungen unabdingbar.

kurzer Puls

Anstatt die Intensität des Rückpumpers über ein gesamtes Beobachtungsintervall festzulegen, besteht auch die Möglichkeit nur einen kurzen Puls zu verwenden. Dadurch vereinfachen sich die Ratengleichungen (4.21) zu

$$\vec{p}'' = \begin{pmatrix} 1 & R_{10} & 0 \\ 0 & 1 - R_{10} & R_{21} \\ 0 & 0 & 1 - R_{21} \end{pmatrix} \cdot \vec{p}' \quad (5.1)$$

für die Entwicklung der Zustandswahrscheinlichkeiten während eines Intervalls. Während eines kurzen Pulses des Rückpumpers kann die Entwicklung aufgrund der Zerfallsraten R_{21}, R_{10} vernachlässigt werden und man erhält

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} 1 - R_{\text{rep}} & 0 & 0 \\ 2R_{\text{rep}} \cdot (1 - R_{\text{rep}}) & 1 - R_{\text{rep}} & 0 \\ R_{\text{rep}}^2 & R_{\text{rep}} & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{p}. \quad (5.2)$$

Dabei ist R_{rep} die Wahrscheinlichkeit, dass ein Atom seinen Zustand von nicht koppelnd nach koppelnd ändert. Folglich bleiben beide Atome mit einer Wahrscheinlichkeit $1 - R_{\text{rep}}$ im nicht-koppelnden Zustand und wechseln beide in den koppelnden Zustand mit einer Wahrscheinlichkeit von R_{rep}^2 . Mit einer Wahrscheinlichkeit von $2R_{\text{rep}} \cdot (1 - R_{\text{rep}})$ ändert lediglich ein Atom seinen Zustand. Auf diese Weise lassen sich die Einträge der obigen Matrix erklären. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, dass sich mit dieser Matrix für einen beliebigen Anfangszustand $\vec{p} = (p_0, p_1, p_2)^T$ die zweite Komponente p'_1 des resultierenden Vektors maximieren lässt durch

$$R_{\text{rep}} = a \cdot \frac{1 - p_1}{4p_0} \quad (5.3)$$

und $a = 1$. Mit a wird ein zusätzlicher Skalierungsparameter eingefügt um die Tatsache zu berücksichtigen, dass Übergänge zu einer niedrigeren Anzahl koppelnder Atome nicht aktiv beeinflusst werden können. Über eine gesamte Messung führt dies zu einer vermehrten Besetzung des Zustands von zwei koppelnden Atomen. Der Einfluss des Skalierungsparameters auf die relativen Häufigkeiten der Zustände wurde simuliert und ist in Abbildung 5.5 zu finden.

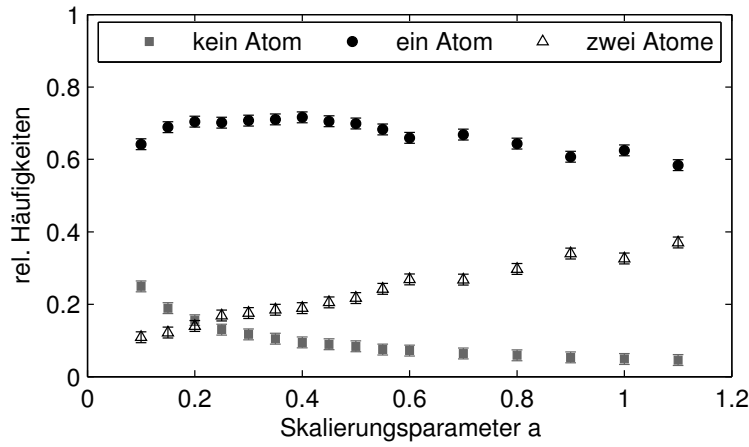


Abbildung 5.5.: Verhalten der Rückkopplung eines kurzen inkohärenten Pulses bei zusätzlicher Skalierung

Es ist zu erkennen, dass die relative Häufigkeit für ein koppelndes Atom sich ausgehend von $a = 1$ steigert, sobald a reduziert wird. Bei einem Skalierungsparameter $a = 0.4$ ist ein Maximum erreicht. Wie bei der ungepulsten Regelung ist die relative Häufigkeit von zwei koppelnden Atomen an diesem Punkt höher als die von keinem. Zudem liegt der Schnittpunkt beider Häufigkeiten bei einem kleineren Skalierungsparameter und deshalb bei einer kleineren Rate.

Der Ablauf der Regelung ist folgender: Zunächst wird während eines Beobachtungsintervalls die Entwicklung der Zustandswahrscheinlichkeiten durch Gl. (5.1) berücksichtigt. Daraufhin findet die Verarbeitung der Photonenzählrate durch die Anwendung des Bayesschen Algorithmus

$$p_\alpha = p(\alpha|n) = \frac{p(n|\alpha) \cdot p'_\alpha}{\sum_\beta p(n|\beta) \cdot p'_\beta} \quad (5.4)$$

statt. Bis hierhin gleicht dies dem bekannten Vorgehen bei der Analyse der Quantensprünge. Danach wird die Rate R_{rep} nach (5.3) berechnet, sowie eine Aktualisierung der Zustandswahrscheinlichkeiten mittels Gl. (5.2) durchgeführt, falls $R_{\text{rep}} > 0$ ist.

Der Vorteil der gepulsten Rückkopplung liegt darin, dass nun nicht mehr ein Beobachtungsintervall benötigt wird um die Rückkopplung zu ermöglichen. Mit einigen $10 \mu\text{s}$ dauern typische Pulse nur einen Bruchteil des Beobachtungsintervalls, so dass im restlichen Intervall bereits der neue Zustand gemessen werden kann.

5.2.2. kohärentes Pumpen

Durch kohärente Prozesse ließe sich die Einschränkung umgehen die Anzahl koppelnder Atome nur erhöhen zu können. Es ließen sich auch gezielt Übergänge zu einer geringeren Anzahl koppelnder Atome treiben. Abhängig von der Länge eines Pulses können jeweils Superpositionen von atomaren Zuständen eines Atoms erzeugt werden, die durch die Messung des Zustandes auf einen Zustand projiziert werden. Effektiv kann der Pulslänge eine gewisse Übergangswahrscheinlichkeit und somit eine Rate R_{rep} zugeordnet werden.

Wie im vorherigen Abschnitt kann für den Fall kurzer Pulse der Einfluss auf die Zustandswahrscheinlichkeiten unterteilt werden in einen Zerfallsanteil Gl. (5.1) mitsamt Bayes-Aktualisierung (5.4) für die Dauer des Beobachtungsintervalls, sowie einem Anteil, der durch den Puls verursacht wird.

Koppeln am Anfang keinen Atome, so sind die Zustandswahrscheinlichkeiten nach einem kurzen Puls dieselben wie in Gl. (5.2). Für den Fall dass beide Atome koppeln ergeben sich die gleichen Zustandswahrscheinlichkeiten, falls man die erste und dritte Komponente vertauscht. Bei anfänglich einem koppelnden Atom gibt es eine Übergangswahrscheinlichkeit zu keinem koppelnden Atom mit der Rate R_{rep} und ebenso zum Zustand zweier koppelnder Atome. Die resultierenden Ratengleichungen für einen kurzen kohärenten Puls sind deshalb durch

$$\vec{p}' = \begin{pmatrix} (1 - R_{\text{rep}})^2 & (1 - R_{\text{rep}}) \cdot R_{\text{rep}} & R_{\text{rep}}^2 \\ 2R_{\text{rep}} \cdot (1 - R_{\text{rep}}) & (1 - R_{\text{rep}})^2 + R_{\text{rep}}^2 & 2R_{\text{rep}} \cdot (1 - R_{\text{rep}}) \\ R_{\text{rep}}^2 & (1 - R_{\text{rep}}) \cdot R_{\text{rep}} & (1 - R_{\text{rep}})^2 \end{pmatrix} \cdot \vec{p} \quad (5.5)$$

gegeben. Es fällt auf, dass die Matrix symmetrisch unter Vertauschen der Zustandswahrscheinlichkeiten von p_0 und p_2 ist. Das liegt daran, dass es im Gegensatz zum inkohärenten Rückpumpen keine Vorzugsrichtung der Zustandsänderung gibt. Eine Maximierung von p'_1 ergibt eine optimale Rate von

$$R_{\text{rep}} = \frac{1 - p_1}{2(p_0 + p_2)} \quad (5.6)$$

für den Prozess. Der Vorteil dieser Methode ist das Fehlen von Zuständen, die nicht auf eine Regelung reagieren. Somit wird erwartet, dass die Verwendung eines kohärenten Prozesses die Effektivität der Zustandspräparation für ein koppelndes Atom erhöht. Es gilt zu beachten, dass die Rabifrequenz der kohärenten Zustandsmanipulation groß ist im Vergleich zur totalen Streurrate der Photonen mit Atomen. Diese liegt typischerweise bei $\geq 5 \text{ kHz}$ unter Annahme einer Photonenzählrate des leeren Resonators von 20 ms^{-1} [25]. Ansonsten tritt der Quanten-Zeno-Effekt auf, der Wechsel des Zustands unterbindet. Experimentell bieten sich zwei Systeme zur Realisierung kurzer kohärenter Pulse an: zwei Raman-Laser oder Mikrowellen.

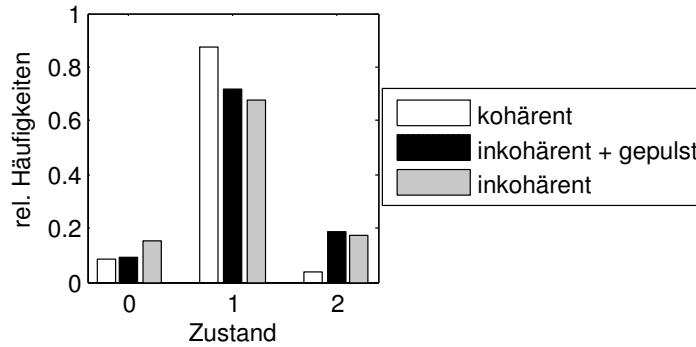


Abbildung 5.6.: Vergleich der Regelungen für zwei Atome

zwei Raman-Laser Die Hyperfeingrundzustände lassen sich mittels eines Zwei-Photonen-Prozesses durch die beiden Übergänge $|F = 3; 4\rangle \rightarrow |F' = 3, 4\rangle \rightarrow |F = 4; 3\rangle$ kohärent verändern. Dazu werden zwei Laser benötigt, deren optische Phasen relativ zueinander stabilisiert sind mit einem Frequenzunterschied in der Größe der Aufspaltung der Hyperfeingrundzustände von Caesium. Ein derartiges System existiert bereits im Labor [27] und es konnten Raman-Rabi-Oszillationen beobachtet werden [12].

Mikrowellen Auch wenn Mikrowellen sich prinzipiell für die Manipulation der Hyperfeinzustände von Caesium eignen, hat die Verwendung der Mikrowellen innerhalb des Resonators einen großen Nachteil. Zur schnellen Zustandsänderungen sind hohe Rabifrequenzen und damit ein starkes elektrisches Feld nötig. Dies wird durch einen Verstärker mit einer Ausgangsleistung von 5 Watt ermöglicht. Allerdings hat ein schnelles Schalten einer derartigen Leistung negative Auswirkung auf die Stabilisierung des Resonators. Zu Testzwecken hat sich stattdessen das Ändern der Frequenz bei gleichbleibender Leistung als erfolgreich erwiesen.

Zur Zeit würden sich zwei Raman-Laser besser für eine schnelle kohärente Zustandsänderung anbieten, da durch die hohen Intensitäten hohe Rabifrequenzen erreicht werden. Folglich dominiert der Quanten-Zeno-Effekt nicht so stark wie bei den kleinen Rabifrequenzen der Mikrowellenpulse.

Allerdings ist diese Regelung bisher nur simuliert und im DSP programmiert worden. Die Messung steht noch aus.

5.2.3. Vergleich der Regelungen

An dieser Stelle werden die drei vorgestellten Regelungen des inkohärenten Rückpumpens, des gepulsten inkohärenten Rückpumpens und des kohärenten Pulses mittels simulierter Daten verglichen. Für die Simulation werden die gleichen Parameter wie

in Kapitel 5.2.1 verwendet. Die resultierenden relativen Häufigkeitsverteilungen für die verschiedenen Regelungen sind in Abbildung 5.6 gezeigt.

Erwartungsgemäß besitzt das inkohärente Rückpumpen auch bei optimaler Rate von $R_{\text{rep}} = 200 \text{ s}^{-1}$ mit $P_1 = (65 \pm 1) \%$ die geringste relative Häufigkeit für den Zustand eines koppelnden Atoms. Durch gepulstes inkohärentes Rückpumpen ist die Regelung um ein Beobachtungsintervall schneller und die Häufigkeit steigt etwas auf $P'_1 = (69 \pm 1) \%$. Durch die Möglichkeit, Übergänge zu einer kleineren Anzahl koppelnder Atome zu induzieren, kann eine kohärente Rückkopplung eine relative Häufigkeit von $P''_1 = (90 \pm 1) \%$ erreichen. Die Fehler ergeben sich durch Variationen zwischen zwei Ausführungen derselben Simulation.

Die große Differenz zwischen inkohärenten und kohärenten Regelungen basiert zu einem gewissen Grad auf dem angenommenen Anfangszustand der Atome. Im Experiment ist dieser durch optisches Pumpen nach $|F = 4\rangle$ auf zwei koppelnde Atome festgelegt und wird deshalb ebenfalls in der Simulation angenommen. Dadurch vergeht für die inkohärenten Rückpumpregelungen im Schnitt eine Zerfallszeit in Höhe der reziproken Rate R_{21} bevor überhaupt ein Zustand existiert, der durch den Rückpumper modifiziert werden kann.

5.3. Herausforderungen

Wie bereits an einigen Stellen dieser Arbeit erwähnt, ist das Hauptproblem für einer gute Detektion bzw. Regelung von atomaren Zuständen durch die Kopplung der Atome an die Mode des Resonators gegeben. Ein trivialer Grund für eine schlechte Kopplung von zwei Atomen kann aus einer zu großen Distanz zwischen beiden Atomen resultieren. Das ist auch ein Grund für die Aufnahme eines Bildes von den Atomen um nachher Messungen mit kleinen Abständen auswählen zu können.

Des Weiteren spielt die Temperatur und Lokalisierung von Atomen innerhalb des Resonators eine Rolle. In Richtung der Dipolfalle und entlang der Stehwelle des Stabilisierungslasers ist ein Atom auf wenige 100 nm gut lokalisiert. Allerdings gibt es keinen guten Einschluss senkrecht zu beiden Achsen. Es existieren Pläne in dieser Richtung eine separate Dipolfalle zu bauen, um auch dort für einen guten Einschluss zu sorgen. Dadurch sollte sich die Stabilität der Kopplung über eine Messung verbessern und folglich die Histogramme der Photonenzählraten für die koppelnden Zustände schmaler werden. Dadurch könnten die Zustände mit einer höheren Wahrscheinlichkeit bestimmt werden. Insbesondere im Fall zweier Atome ist dies wünschenswert, da das mittlere Niveau häufig vergleichsweise schlecht zu detektieren ist.

Ein weiteres Problem stellt die Temperaturzunahme durch Streuung von Photonen des Nachweislasers dar. Durch die zusätzliche Energie kann ein Atom entlang der Stehwelle des Stabilisierungslasers um einen Platz springen oder sogar die rot verstimmte Dipolfalle verlassen. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, am Ende jeder Messung die

Atome in den koppelnden Zustand zu transferieren und die Unterdrückung der Transmission aufzunehmen. Denn nur so kann nachträglich auf konstante Bedingungen für das Experiment selektiert werden.

In Bezug auf die vorgestellten Regelungen wäre es wünschenswert, die Aussagen der Simulationen mit experimentellen Daten zu bestätigen. Das Programm für den DSP ist bereits vorhanden und kann für neue Experimente verwendet werden. Es bleibt abzuwarten, inwiefern die in den Simulationen unterdrückten Korrelationen Einfluss auf die simulierten Daten besitzen. Alternativ sollten Möglichkeiten in Betracht gezogen werden korrelierte (Pseudo-)Zufallszahlen zu erzeugen [38].

6. Zusammenfassung und Ausblick

Bisher wurden Quantensprünge einzelner Atome im Resonator gemessen und nachträglich mit Ratengleichungen und Bayesschen Wahrscheinlichkeiten ausgewertet.

Im Rahmen dieser Arbeit ist das bestehende Experiment durch einen Aufbau mit einem digitalen Signalprozessor erweitert worden. Es hat sich gezeigt, dass dieser Aufbau die nötigen Echtzeitkriterien erfüllt. In einem weiteren Schritt ist der Bayessche Algorithmus für ein und zwei Atome auf dem DSP implementiert worden. Notwendige Parameter des Algorithmus werden selbstständig bestimmt. Somit ist es mit Hilfe dieses Bausteins erstmals möglich, Quantensprünge von einem und zwei Atome in Echtzeit zu messen und die Zustandswahrscheinlichkeiten berechnen zu lassen.

Zur Kontrolle der berechneten Zustandswahrscheinlichkeiten ist die Aktualisierung mittels des Satzes von Bayes in dieser Arbeit dahingehend erweitert worden, dass die bisher separat zu bestimmenden Raten für die Ratengleichungen in der Aktualisierung enthalten sind. Es ergeben sich für die Raten *und* Zustände Wahrscheinlichkeitsverteilungen, aus denen die gesuchten Werte der Maximalstelle entnommen werden können. Für ein Atom ergibt sich eine gute Übereinstimmung mit den Echtzeit-Daten, sowie alten Messungen.

Im Fall von zwei Atomen decken sich die berechneten Raten nur teilweise mit bisher getroffenen Annahmen zur Bestimmung der Raten aus Ein-Atom-Quantensprüngen. Allerdings liegt den berechneten Raten nur eine vergleichsweise geringe Datenmenge zugrunde, da die Berechnung aufwendig ist. Für die nähere Zukunft wäre es sinnvoll den erweiterten Algorithmus zu optimieren, damit eine größere Datenmenge in sinnvoller Zeit ausgewertet werden kann.

In einem weiteren Schritt ist die Information der Zustandswahrscheinlichkeiten für eine Rückkopplung von ein und zwei Atome auf den Zustand genau eines koppelnden Atoms genutzt worden. Mit der Intensität eines Rückpumpers als Stellgröße konnte die nicht triviale Zustandsrückkopplung erfolgreich gezeigt werden. Allerdings verhinderte ein technischer Defekt die exakte Positionierung von Atomen innerhalb des Resonators und damit den experimentellen Vergleich mit weiteren Rückkopplungsverfahren.

Um die Positionierung von Atomen auch ohne Kamera zu ermöglichen, könnte ein zusätzliches Programm im DSP den Transport von Atomen anhand der Transmission durch den Resonator regeln. Für ein Atom dürfte dies kein Problem darstellen, während auf diese Weise die Abstandsinformation bei zwei Atomen nicht vorhanden ist.

Zum Vergleich der Rückkopplungsverfahren ist im Rahmen dieser Arbeit eine Simu-

lation programmiert worden. Mittels dieser hat sich gezeigt, dass unter Verwendung von kohärenten Pulsen als Stellgröße relative Besetzungshäufigkeiten für ein koppelndes Atom von 90 % möglich sind. Für kommende Arbeiten wäre es deshalb interessant die theoretischen Voraussagen für die verschiedenen Rückkopplungsverfahren mit experimentellen Daten zu verifizieren.

Der limitierende Faktor bei der Bestimmung des Zustandes für die Regelung ist die mangelnde Stabilität der Kopplung von Atomen an die Resonatormode. Eine Verbesserung der Kopplung könnte z.B. durch eine bessere Lokalisierung der Atome in Form einer weiteren Dipolfalle oder eines wirksamen Kühlverfahrens erfolgen.

Abschließend sollte es in Zukunft mit dem in dieser Arbeit entworfenem Aufbau prinzipiell möglich sein, verschränkte Zustände zu erzeugen und zu stabilisieren.

A. Abkürzungsverzeichnis

Abk.	Bedeutung	Erklärung
AOM	akusto-optischer Modulator	
APD	avalanche photo diode	Lawinenfotodiode
CPLD	complex programmable logic device	ein programmierbarer Logikbaustein
DSA	digital step attenuator	seriell ansteuerbarer Abschwächer für Radiofrequenzen
DSP	digitaler Signalprozessor	
HWI	hardware interrupt	DSP-Programmunterbrechung durch externe Quellen, höchste Priorität
McBSP	multichannel buffered serial port	serielle Schnittstelle des DSP
MOT	magneto-optical trap	magneto-optische Falle zum Fangen und Kühlen von Atomen
PDH	Pound-Drever-Hall	Das PDH-Verfahren wird benutzt um Resonatoren zu stabilisieren.
PRD	periodic functions	eine Funktion, die periodisch aufgerufen wird
RTDX	realtime data exchange	Schnittstelle des DSP zur Kommunikation mit einem Computer
SPCM	single photon counting module	Einzelphotonenzähler
SPI	serial peripheral interface	serielles Schnittstellenprotokoll, wird zur Kommunikation mit dem DSA verwendet
SWI	software interrupt	DSP-Programmunterbrechung durch ein Programm, hohe Priorität
TSK	task	Prozess niedriger Ordnung im DSP
TTL	Transistor-Transistor-Logik	

Tabelle A.1.: Liste der am häufigsten verwendeten Abkürzung

Literaturverzeichnis

- [1] Alt, Wolfgang: *Optical Control of Single Neutral Atoms*. Dissertation, Institut für Angewandte Physik, Universität of Bonn, 2004. verfügbar unter http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online/.
- [2] Boozer, A. D. *et al.*: *Cooling to the Ground State of Axial Motion for One Atom Strongly Coupled to an Optical Cavity*. Phys. Rev. Lett., 97(8):083602, Aug 2006.
- [3] Carmichael, Howard: *An Open Systems Approach to Quantum Optics*. Springer, Berlin, 1993.
- [4] Cook, Richard J. und H. J. Kimble: *Possibility of Direct Observation of Quantum Jumps*. Physical Review Letters, 54:1023–1026, 1985.
- [5] Cox, R. T.: *Probability, frequency and reasonable expectation*. American Journal of Physics, 14:1–13, 1946.
- [6] Dose, Volker: *Die Bayes'sche Variante*. Physik Journal, 8:67–72, 2005.
- [7] Dotsenko, I. *et al.*: *Submicrometer position control of single trapped neutral atoms*. Physical Review Letter, 95(3):033002, 2005.
- [8] Dotsenko, I. *et al.*: *Quantum feedback by discrete quantum nondemolition measurements: Towards on-demand generation of photon-number states*. Phys. Rev. A, 80(1):013805, 2009.
- [9] Dotsenko, Igor: *Single atoms on demand for cavity QED experiments*. Dissertation, Institut für Angewandte Physik, Universität of Bonn, 2007. verfügbar unter http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online/.
- [10] Drever, R. W. P. *et al.*: *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*. Applied Physics B: Lasers and Optics, 31:97, 1983.
- [11] Düding, Dirk: *Ein Beitrag zum Einsatz von echtzeitfähigen Linux-Varianten in der Automatisierungstechnik*. Dissertation, Fakultät für Maschinenbau, Universität Dortmund, 2003. verfügbar unter <https://eldorado.tu-dortmund.de/handle/2003/2822>.

- [12] Eckstein, Martin: *Three-Level Physics of a Single Atom Coupled to a High Finesse Cavity*. Diplomarbeit, Institut für Angewandte Physik, Universität of Bonn, 2010. verfügbar unter <http://quantum-technologies.iap.uni-bonn.de/>.
- [13] Gleyzes, Sebastien *et al.*: *Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity*. Nature, **446**:297–300, 2007.
- [14] Haroche, Serge und Jean Michel Raimond: *Exploring the Quantum: Atoms, Cavities, and Photons*. Oxford University Press, Oxford, 2006.
- [15] Jaynes, E. T. und G. Larry Bretthorst: *Probability Theory: The Logic of Science*. Cambridge University Press, Cambridge, 2003.
- [16] Jaynes, E. T. und F. W. Cummings: *Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with applications to the beam maser*. Proceedings of the IEEE, **51**:89, 1963.
- [17] Jäger Messtechnik GmbH: *ADwin Homepage*. <http://www.adwin.de/de/start/echtzeit.html> (2011-01-01).
- [18] Khudaverdyan, Mkrtych: *A controlled one and two atom-cavity system*. Dissertation, Institut für Angewandte Physik, Universität of Bonn, 2009. verfügbar unter http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online/.
- [19] Kuhr, Stefan: *A controlled quantum system of individual neutral atoms*. Dissertation, Institut für Angewandte Physik, Universität of Bonn, 2003. verfügbar unter http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online/.
- [20] Lenhard, Karim: *Stabilisierung eines Resonators hoher Finesse zur Atom-Lichtfeld-Kopplung*. Diplomarbeit, Institut für Angewandte Physik, Universität of Bonn, 2008. verfügbar unter <http://quantum-technologies.iap.uni-bonn.de/>.
- [21] Metcalf, Harold und Peter van der Straten: *Laser Cooling and Trapping*. Springer, new York, 1999.
- [22] Miroshnychenko, Yevhen: *An atom-sorting machine*. Dissertation, Institut für Angewandte Physik, Universität of Bonn, 2006. verfügbar unter http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online/.
- [23] Mølmer, Klaus: *A note on conditional probabilities*. personal note.
- [24] Moore, G. E.: *Cramming more components onto integrated circuits*. Electronics Magazine, **19**(3):114–117, 1965.

- [25] Reick, Sebastian: *Internal and External Dynamics of a Strongly-Coupled Atom-Cavity System*. Dissertation, Institut für Angewandte Physik, Universität of Bonn, 2009. verfügbar unter http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online/.
- [26] Schrader, Dominik: *A Neutral Atom Quantum Register*. Dissertation, Institut für Angewandte Physik, Universität of Bonn, 2004. verfügbar unter http://hss.ulb.uni-bonn.de/diss_online/.
- [27] Schörner, Karsten: *Ein Phasenstabilisiertes Lasersystem für resonatorinduzierte Raman-Prozesse*. Diplomarbeit, Institut für Angewandte Physik, Universität of Bonn, 2010. verfügbar unter <http://quantum-technologies.iap.uni-bonn.de/>.
- [28] Shor, Peter: *Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer*. SIAM Journal on Computing, **26**:1484, 1997.
- [29] Sivia, Devinderjit S. und John Skilling: *Data Analysis: A Bayesian Tutorial*. Oxford University Press, Oxford, 2. Auflage, 2006.
- [30] Smith, Steven W.: *Digital Signal Processing. A Practical Guide for Engineers and Scientists*. Elsevier Science, Burlington, 2003.
- [31] Sørensen, Anders S. und Klaus Mølmer: *Probabilistic Entanglement in Optical Cavities*. Physical Review Letters, **90**:127903, 2003.
- [32] Spectrum Digital Inc.: *TMS320C6713 DSK, Technical Reference*. verfügbar unter <http://c6000.spectrumdigital.com/dsk6713/>.
- [33] Steck, Daniel A.: *Cesium D Line Data*. verfügbar unter <http://steck.us/alkalidata>, August 2009. Revision 2.1.2.
- [34] Texas Instruments Inc.: *DSP/BIOS User's Guide*. <http://focus.ti.com/docs/toolsw/folders/print/dspbios5.html> (2011-01-01).
- [35] Texas Instruments Inc.: *TMS320C6713 Floating-Point Digital Signal Processor (Rev. L)*. verfügbar unter <http://focus.ti.com/>.
- [36] Thobe, Alexander: *Quantum Jumps of One and Two Atoms in a Strongly Coupled Atom-Cavity System*. Diplomarbeit, Institut für Angewandte Physik, Universität of Bonn, 2009. verfügbar unter <http://quantum-technologies.iap.uni-bonn.de/>.
- [37] Vandersypen, Lieven M. K. et al.: *Experimental realization of Shor's quantum factoring algorithm using nuclear magnetic resonance*. Nature, **414**:883–887, 2001.

- [38] Willemain, R. Thomas und A. Philip Desautels: *A method to generate auto-correlated uniform random numbers*. Journal of Statistical Computation and Simulation, **45**(1&2):23–31, 1993.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die direkt und indirekt zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Im Besonderen bei Herrn Professor Meschede, der diese Arbeit an einem höchst interessanten Experiment überhaupt erst ermöglicht hat. In der Zeit in dieser Arbeitsgruppe hatte ich die Möglichkeit auch jenseits der Physik wertvolle Erfahrungen zu sammeln, vor allem durch das internationale Team und Besuche von Konferenzen.

Mein weiterer Dank geht an Herrn Professor Fiebig für die freundliche Übernahme des Koreferats.

Vielen Dank auch an alle Mitglieder des Cavity-Teams: Martin, Miguel, René und Tobias für die angenehme Zeit im Labor, zur Bezwingung technischer Tücken und zur Überwindung kognitiver Dissonanzen zwischen Idee und Realität.

Des weiteren vielen Dank an René, Tobias und Wolfgang für die Korrektur von Teilen dieser Arbeit.

Ein wichtiges Bestandteil langer Messtage war die Stärkung und Diskussion in der Teepause. Dafür besten Dank an Wolfgang und die anderen Mitglieder dieser Gruppe. Außerdem gilt mein Dank Artur, durch dessen Kamera es fast möglich gewesen wäre, die noch geplanten Messungen durchzuführen.

Zu guter Letzt gebührt meinen Eltern großer Dank für die langjährige Unterstützung, ohne die mein Studium nicht in dieser Form möglich gewesen wäre.

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

1. Gutachter: Prof. Dr. Dieter Meschede
2. Gutachter: Prof. Dr. Manfred Fiebig