

Aufbau und Charakterisierung eines Stokes Polarimeters

Bachelorarbeit

im Studiengang Physik

von Paul Weitz

angefertigt am

Institut für Angewandte Physik

vorgelegt der

**Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Universität Bonn**

August 2015

Erstkorrektur: Herr Prof. Dr. Dieter Meschede
Zweitkorrektur: Herr Dr. Frank Vewinger

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Theorie	3
2.1	Stokes-Formalismus	3
3	Aufbau und Funktionsweise des Polarimeters	5
3.1	Grundprinzip des Stokes-Polarimeters	5
3.2	Experimenteller Aufbau	6
3.3	Datenaufnahme	7
3.4	Datenauswertung	8
3.4.1	Fehlerrechnung	9
3.5	Fehlerabschätzung	10
3.5.1	Intensitätsfehler	10
3.5.2	Winkeloffset	11
4	Messergebnisse	13
4.1	LV-Polarisation	13
4.2	LH-Polarisation	15
4.3	RZ Polarisation	16
5	Interpretation der Ergebnisse	18
5.1	Nicht berücksichtigte Fehler	18
5.1.1	Verzögerung der QWP	18
5.1.2	Wave-Plate-Ripple	18
5.2	Erklärung der Abweichungen	21
6	Zusammenfassung	22
	Literatur	23

1 Einleitung

Den Polarisationszustand elektromagnetischer Strahlung zu kennen, und kontrollieren zu können, ist in der modernen Physik von großer Wichtigkeit. Beispielsweise braucht man zum Laserkühlen von Atomen eine klar definierte Polarisation. Ziel dieser Bachelorarbeit ist es ein Polarimeter aufzubauen, welches die Polarisation eines einfallenden Laserstrahls misst und Auskunft darüber zu geben, wie genau es Polarisationen messen kann. Ferner sollen die wichtigsten systematischen Messfehler untersucht und charakterisiert werden.

2 Theorie

Um den Polarisationszustand elektromagnetischer Strahlung zu beschreiben, wird in dieser Bachelorarbeit die allgemein gebräuchliche Beschreibung nach Stokes verwendet. Sie führt die Stokes-Parameter ein, die den Polarisationszustand des Lichtes vollständig beschreiben. Die Herleitungen der Gleichungen und Beschreibungen des Kapitels „Theorie“ dieser Bachelorarbeit können [2] entnommen werden.

2.1 Stokes-Formalismus

Die Stokes-Parameter lassen sich aus der elektromagnetischen Theorie des Lichts ableiten und sind nach [2] wie folgt definiert:

$$S_0 = E_x E_x^* + E_y E_y^*$$

$$S_1 = E_x E_x^* - E_y E_y^*$$

$$S_2 = E_x E_y^* + E_y E_x^*$$

$$S_3 = i(E_x E_y^* - E_y E_x^*)$$

Die vier Stokes-Parameter werden allgemein zu einer Spaltenmatrix zusammengefasst, dem Stokes-Vektor, obwohl dieser streng mathematisch gesehen kein Vektor ist. S_0 stellt im Stokes-Vektor ein Maß für die Gesamtintensität des Lichts dar, während die Parameter S_1 , S_2 und S_3 die Anteile der jeweiligen Polarisation an der Gesamtintensität ausdrücken. Es gilt:

$$S_0 \geq \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}$$

Das Gleichheitszeichen gilt für komplett polarisiertes Licht, während das Ungleich für teilweise bis vollständig unpolarisiertes Licht gilt.

Der Grad der Polarisation ergibt sich aus:

$$DOP = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}$$

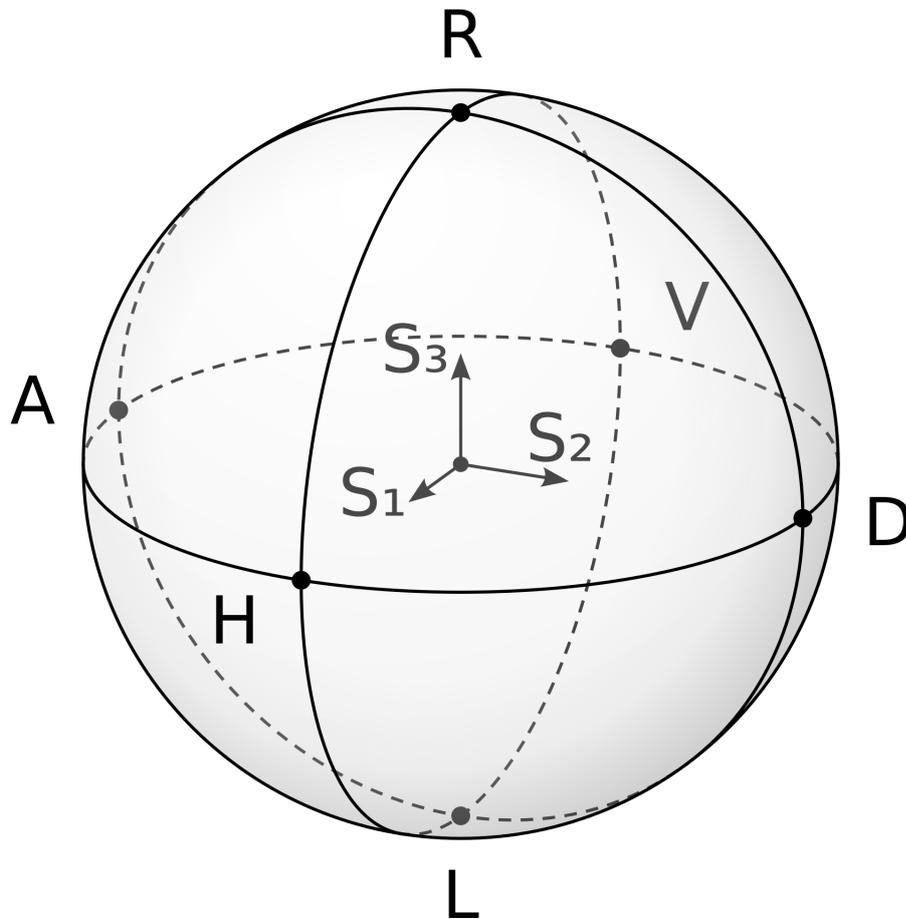


Abbildung 1: Pointcaré-Kugel [3]

Analog zum Spinzustand eines quantenmechanischen Spin- $\frac{1}{2}$ -Systems kann man auch die Polarisation des Lichts zur Veranschaulichung auf einer Kugel darstellen, der Poincaré-Kugel (Abb.1). Auf der Äquatorebene befinden sich die Zustände linearer Polarisation und an den Polen die Zustände zirkularer Polarisation. Alle elliptischen Polarisationen liegen auf den Bereichen dazwischen. Für perfekt polarisiertes Licht verläuft der Stokes-Vektor von der Mitte der Kugel auf die Oberfläche. Die Länge des Vektors ist durch den DOP gegeben und gleicht maximal dem Radius der Kugel.

Ein weiterer großer Vorteil zusätzlich zur Anschaulichkeit der Darstellung ist, dass es durch den Müller-Matrix-Formalismus möglich ist, die polarisierende Wirkung von verschiedenen optischen Bauteilen auf einen anfänglichen Polarisationszustand durch einfache Matrixmultiplikation zu berechnen.

Die Müller-Matrizen sind 4×4 -Matrizen, die für einfache optische Bauteile wie Verzögerungsplatten und Polarisatoren aus trigonometrischen Funktionen und Konstanten bestehen, sodass mit ihnen leicht analytisch zu rechnen ist.

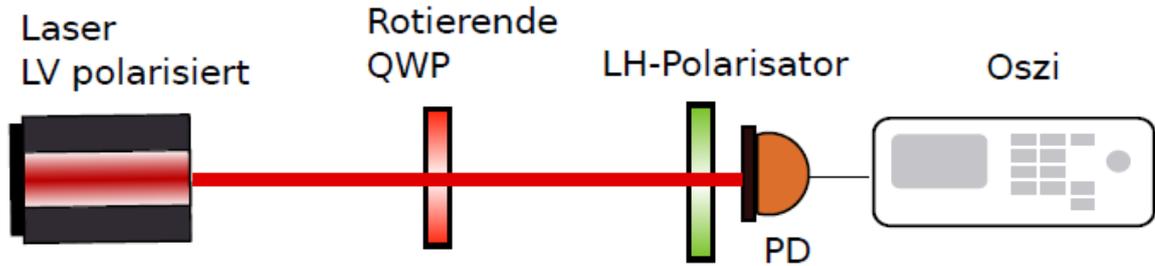


Abbildung 2: Grundprinzip des Stokes Polarimeters: Eine $\frac{\lambda}{4}$ -Verzögerungsplatte(QWP) wird kontinuierlich um einen Winkel θ rotiert und die Intensität nach der QWP und einem darauf folgenden linearen Polarisator gemessen.

3 Aufbau und Funktionsweise des Polarimeters

3.1 Grundprinzip des Stokes-Polarimeters

Die in Abschnitt 2.1 eingeführten Stokes Parameter sind experimentell nicht direkt zugänglich. Es gibt jedoch verschiedene Methoden diese mit Hilfe von verschiedenen polarisationsabhängigen Elementen aus einer Intensitätsmessung zu rekonstruieren. In dieser Bachelorarbeit wird die Methode einer rotierenden $\frac{\lambda}{4}$ -Verzögerungsplatte(QWP) verwendet, die in Abb.2 schematisch dargestellt ist. Auf die rotierende QWP folgt im Strahlengang ein linearer Polarisator in horizontaler Ausrichtung und eine Photodiode (PD) zur Messung der Intensität. Mit Hilfe der in 2.1 beschriebenen Müller-Matrizen lässt sich die Intensität auf der PD in Abhängigkeit des Drehwinkels θ der QWP berechnen:

$$I(\theta) = \frac{1}{2} [S_0 + S_1 \cos^2(2\theta) + S_2 \cos(2\theta) \sin(2\theta) - S_3 \sin(2\theta)] \quad (1)$$

mit den Stokes-Parametern S_0 bis S_3 .

Die Intensitätsverteilungen, die für drei unterschiedliche Polarisierungen auf dem Oszilloskop angezeigt werden sind in Abb.3 dargestellt.

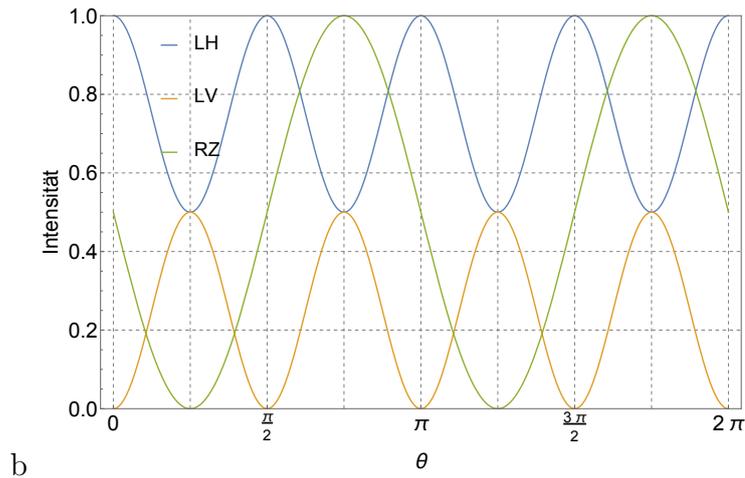


Abbildung 3: Theoretische Vorhersage der Intensität auf der PD in Abhängigkeit des Rotationswinkels der QWP für vertikale (LV), horizontale (LH) und rechtszirkulare (RZ) Polarisation

3.2 Experimenteller Aufbau

Der experimentelle Aufbau des verwendeten Stokes Polarimeters ist in Abb.4 dargestellt. Bei dem verwendeten Laser handelt es sich um einen Diodenlaser, welcher auf eine Wellenlänge von 852 nm eingestellt wurde und linear polarisiert ist. Der Laserstrahl wird durch einen optischen Isolator geleitet, um eventuelle Rückreflexionen in den Laser zu vermeiden, und gelangt über drei Spiegel und zwei Neutraldichtfilter in die Polarisationspräparationseinheit. Die zwei Neutraldichtfilter sind notwendig, da die Laserintensität verringert werden muss, um die PD unterhalb ihrer Sättigung zu betreiben.

Die Polarisationspräparationseinheit besteht aus einem Polarisator und verschiedenen Verzögerungsplatten, welche es ermöglichen eine beliebige Ausgangspolarisation zu erzeugen. Um zu wissen, wie gut das Polarimeter arbeitet, ist es von großer Wichtigkeit, dass die Polarisation so gut wie möglich ist, worauf im Kapitel „Messergebnisse“ genauer eingegangen wird.

Nach der Erzeugung der Polarisation folgt die rotierende QWP. Es handelt sich hierbei um eine QWP nullter Ordnung für 850nm, die in einer rotierbaren Fassung befestigt ist, welche sich wiederum über einen programmierbaren Elektromotor steuern lässt.

Nach der QWP verläuft der Laserstrahl durch den Analysator und wird über eine Linse auf die PD fokussiert. Die Photodiode ist an ein digitales Oszilloskop angeschlossen, mit dem alle folgenden Messungen aufgezeichnet werden.

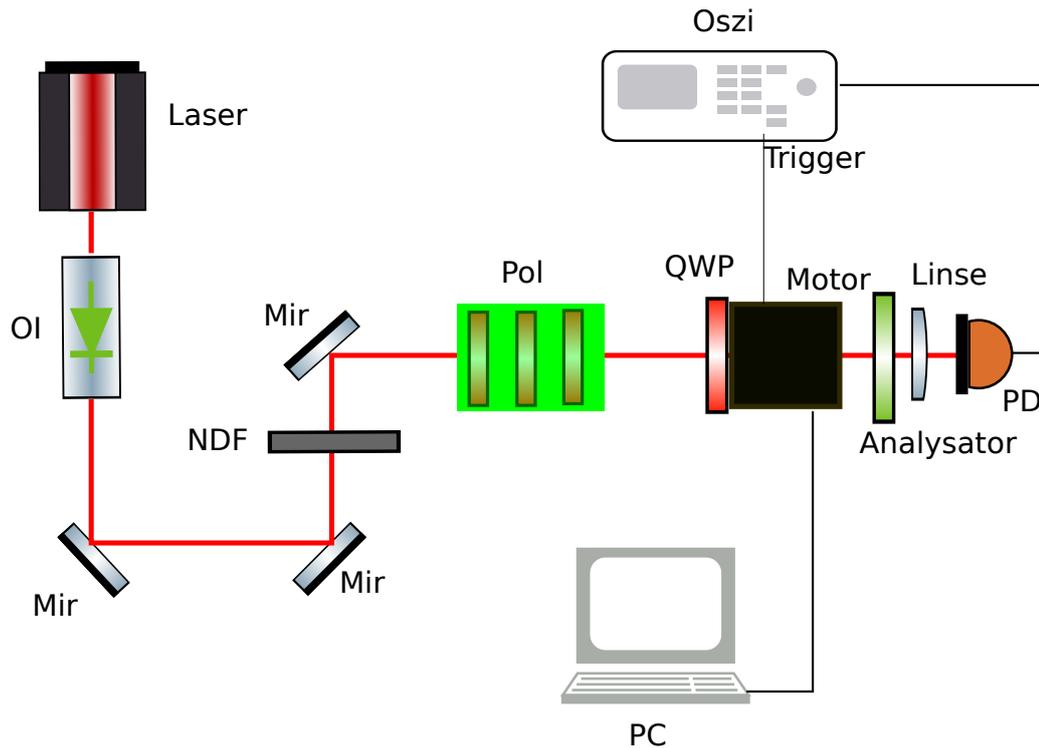


Abbildung 4: Versuchsaufbau des Polarimeters. MIR=Spiegel (Mirror), OI=Optischer Isolator, Pol=Polarisationspräparationseinheit (Verschiedene kombinationen aus Verzögerungsplatten und Polarisatoren zum Erstellen der einfallenden Polarisation), PD=Photodiode, NDF=Neutraldichtefilter

3.3 Datenaufnahme

Der Elektromotor ist ein Stepper-Motor der Firma Trinamic Motion Control. Er ist programmierbar, und wird mit bis zu 12 Volt Gleichspannung versorgt. Er wird benutzt, um die QWP in konstanten Schritten zu drehen. Der Motor dreht sich in 200 Schritten um 360 Grad (Step-Modus), wobei jeder Schritt noch in bis zu 64 Mikroschritte unterteilt werden kann (kontinuierlicher Modus).

Der Motor braucht am Anfang und am Ende stets eine gewisse Zeit zum Beschleunigen und Abbremsen, die mit der mitgelieferten Software berechnet werden kann. Bei maximaler Beschleunigung braucht der Motor etwa 17 Schritte um eine konstante Geschwindigkeit zu erreichen. Ich habe für den Motor ein Programm geschrieben, welches ihn mit einer festen Geschwindigkeit für sieben Perioden rotieren lässt und danach wieder in die Ausgangsposition fährt. Die Geschwindigkeit ist so eingestellt, dass genau die mittleren fünf Umdrehungen auf dem Oszilloskop angezeigt werden. Somit kann der Fehler aufgrund der Beschleunigung und des Abbremsens vermieden werden. Um mit dem Oszilloskop immer die richtigen Daten auswählen zu können, wird in das Programm ein Befehl eingebaut, der einen der 8-Bit Ausgangspins der Motorplatine auf

High setzt kurz bevor der Motor startet. Dieser Ausgang wird über einen Abgriff auf das Oszilloskop gegeben und als Triggersignal verwendet. Das Triggersignal exakt auf den Startpunkt der zweiten Periode zu setzen ist wegen einer Verzögerung von einigen ms innerhalb des Programms nur schwer möglich und auch nicht notwendig, da der Startpunkt der Messung manuell am Oszilloskop verschoben werden kann.

Für jeden Datensatz werden jeweils 8 Messungen gemacht, die vom Oszilloskop gemittelt werden.

3.4 Datenauswertung

Das Oszilloskop liefert 500000 Datenpunkte pro Messung, die jedoch diskrete Werte haben, da es sich um ein digitales Oszilloskop handelt. Da der Motor in festen Schritten rotiert, macht es keinen Sinn, jedem Datenpunkt des Oszilloskops einen festen Wert für den Winkel θ zuzuordnen. Zur Aufbereitung der Daten wird ein Algorithmus in Matlab[6] verwendet, der jede Periode in 200 Abschnitte, passend zu den Motorschritten, unterteilt und jeweils über die einzelnen Schritte mittelt. Ein Ausschnitt der so entstehenden Daten und deren Sampling ist in Abb.5 gezeigt. Alle Methoden zur weiteren Datenanalyse und Simulationen wurden, wenn nicht anders angegeben, mit Mathematica[9] erstellt und durchgeführt. Um die Stokes Parameter aus diesen Daten zu extrahieren bietet sich die folgende Form von Gleichung (1) an[2]:

$$I(\theta) = \frac{1}{2} [A - B \sin(2\theta) + C \cos(4\theta) + D \sin(4\theta)]$$

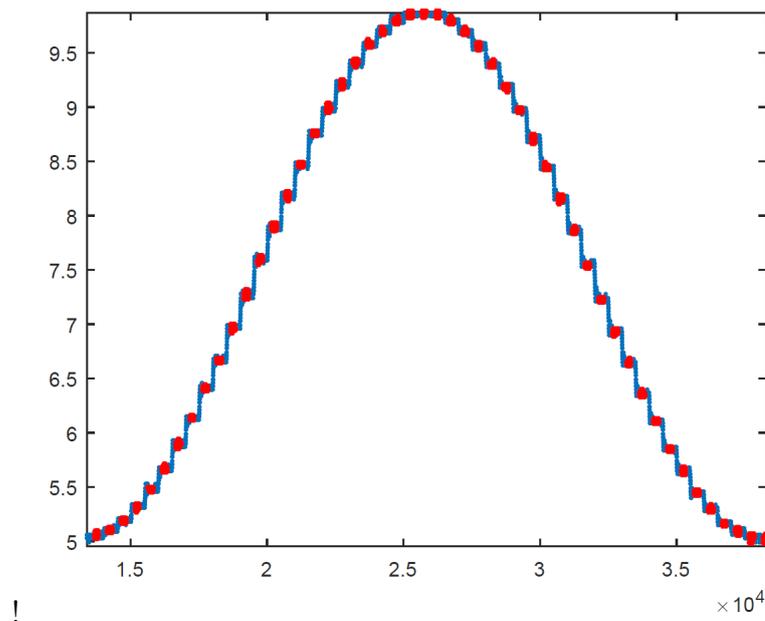


Abbildung 5: Beispielhafte Darstellung des Motorschritt-Samplings. Ein Algorithmus in Matlab[6] mittelt die rot markierten Datenpunkte, die zu den jeweiligen Motorschritten gehören, und gibt die resultierenden Mittelwerte aus

Hierbei berechnen sich die Stokes-Parameter aus den Parametern A bis D wie folgt:

$$S_0 = A - C \quad ; \quad S_1 = 2C \quad ; \quad S_2 = 2D \quad ; \quad S_3 = B$$

Die Funktion besteht aus einem konstanten Term, einem mit der Periodizität 2θ und zwei Termen mit der Periodizität 4θ . Diese Terme können als die ersten harmonischen Komponenten einer Fourier-Reihe identifiziert werden. Die Parameter A bis D ergeben sich nach [2] aus:

$$A = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N I(\theta_i) \quad ; \quad B = -\frac{4}{N} \sum_{i=1}^N I(\theta_i) \sin(2\theta_i)$$

$$C = \frac{4}{N} \sum_{i=1}^N I(\theta_i) \cos(2\theta_i) \quad ; \quad D = \frac{4}{N} \sum_{i=1}^N I(\theta_i) \sin(4\theta_i)$$

Bei N Datenpunkten kann man mit den obigen Formeln die Stokes-Parameter bestimmen.

3.4.1 Fehlerrechnung

Die zwei grundlegenden Fehler, die zu beachten sind, sind die Messfehler von I und θ . Bei dem Versuch den Fehler der Parameter A bis D mit klassischer Gauß'scher Fehlerfortpflanzung zu berechnen, stößt man auf die Probleme, dass die Parameter selber nicht nur von I und θ abhängen, sondern dass auch I abhängig von θ ist. Ferner ist I ebenfalls von allen 4 Parametern A bis D und deren Fehlern abhängig. Eine analytische Berechnung des Fehlers würde eine spezielle Fehlertheorie für diese Funktion erfordern, was jedoch den Rahmen dieser Bachelorarbeit übersteigt, weshalb zur Fehleranalyse eine Monte-Carlo-Simulation (MCS) verwendet wird:

Der Messfehler des Winkels ($\Delta\theta$) kommt dadurch zustande, dass die Schrittabstände des Motors nicht immer perfekt gleich sind. Dies führt dazu, dass der eigentliche Winkel des Motors und der vom Datensampling mit Matlab berechnete Winkel nur innerhalb einer Unsicherheit $\Delta\theta$ übereinstimmen.

Der Fehler der Intensität (ΔI) wird von Matlab als Fehler auf den RMS der Datenpunkte der einzelnen Schritte berechnet.

Nach der Auswertung der Daten ohne Berücksichtigung des Fehlers, erzeugt der Computer einen neuen, zufallsgenerierten Datensatz. Hierbei sind die einzelnen y-Werte Zufallswerte aus einer Normalverteilung um den gemessenen Wert I mit der Breite ΔI und die x-Werte Zufallswerte aus einer Normalverteilung um den angenommenen Winkel θ mit der Breite $\Delta\theta$. Diese Zufallsdaten werden ausgewertet, die Stokes-Parameter bestimmt und in einer Liste gespeichert. Der ganze Vorgang wird oft genug wiederholt (10000 mal) und am Ende wird die Standardabweichung der Stokes-Parameter der Zufallsdaten als Fehler genommen. Im Rahmen meiner Bachelorarbeit sind alle MCS auf

10000 Wiederholungen beschränkt, da bei mehr Wiederholungen die Korrekturen des Fehlers eine Größenordnung kleiner waren als der Fehler selbst.

Zusätzlich zu den Fehlern des Winkels und der Intensität sind zwei weitere Fehler zu berücksichtigen, von denen erwartet wird, dass sie großen Einfluss auf die Messung der Polarisierung haben. Neben der erwähnten Unsicherheit auf den Winkel ($\Delta\theta$) ist auch der Startwinkel nur mit begrenzter Genauigkeit bekannt. Es zum einen so, dass der Analysator nicht perfekt auf horizontale Polarisierung eingestellt ist und dass zum anderen die schnelle Achse der QWP nicht perfekt mit der Polarisationsrichtung des Analysators übereinstimmt. Diese Effekte können sich teilweise aufheben oder verstärken und führen in jedem Fall zu einem konstanten Offset der θ_i . Die Berechnung dieses Fehlers erfordert eine Erweiterung der Fehlersimulation, indem man jedem θ_i pro Durchlauf einen konstanten Offset zuordnet. Der konstante Offset ist ein Zufallswert aus einer Normalverteilung um 0 mit der Breite des geschätzten Offsets.

Weitere Fehler können bei der Messung der Intensität entstehen, da die PD ggf. nicht exakt linear für den gewählten Bereich ist oder die Polarisatoren einen Teil der gefilterten Polarisierung in den Strahlengang streuen. Es sei gemerkt, dass die verwendete PD einen Intensitätsoffset (-0,010V) besitzt. Dieser wird jedoch direkt beim Datensampling von Matlab herausgerechnet.

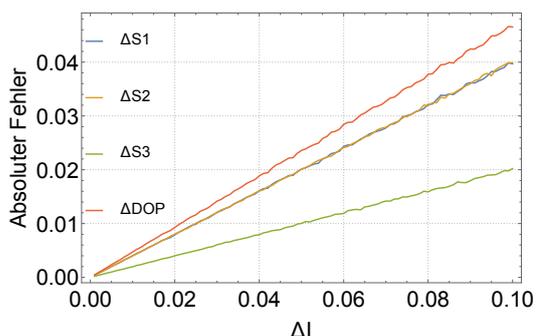
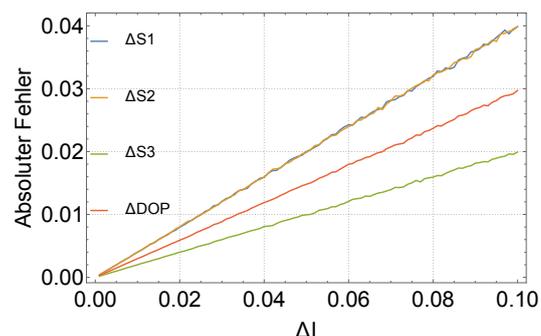
3.5 Fehlerabschätzung

Um abzuschätzen, welcher Fehler sich am meisten auf die Messung auswirkt, wurden die Auswirkungen der individuellen Fehlerquellen auf den Gesamtfehler der Stokes-Parameter für verschiedene einkommende Polarisierungen simuliert. Die Ergebnisse dieser Simulationen werden im Folgenden anhand von zwei individuellen Fehlern für horizontale und rechtszirkuläre Polarisierung erläutert.

3.5.1 Intensitätsfehler

Die Simulation des Intensitätsfehlers beruhte ebenfalls auf einer Monte-Carlo-Simulation. Es wurde zunächst ein Satz von perfekten Daten erstellt und dieser mit der bekannten Methode ausgewertet. Alle anderen Fehler, außer dem Fehler auf der Messung der Intensität wurden bei der Auswertung nicht beachtet. Die Auswertung dieser perfekten Daten wurde anschließend für 200 unterschiedliche Werte von ΔI wiederholt und schließlich der resultierende Fehler für alle Stokes-Parameter und DOP gegen ΔI aufgetragen.

Die Ergebnisse für horizontale Polarisierung ($S_1 = 1$) und rechts-zirkuläre Polarisierung ($S_3 = 1$) sind in Abbildungen 6 und 7 aufgetragen. Die Gesamtintensität (S_0) wurde in allen Simulationen stets auf 1 normiert, sodass der Absolute Fehler auf der y-Achse, multipliziert mit Faktor 100, grade dem relativen Fehler in Prozent von S_0 entspricht.


 Abbildung 6: Fehler für horizontale Polarisation ($S_1 = 1$)

 Abbildung 7: Fehler für rechtszirkuläre Polarisation ($S_3 = 1$)

Es ist zu erkennen, dass sich die Fehler für beide Polarisationen sehr ähnlich verhalten. In der Praxis wird der Fehler ΔI , übertragen auf die Normierung der Simulation, nicht größer als $5 \cdot 10^{-3}$ geschätzt, was zu einem Gesamtfehler der gleichen Größenordnung führt. Vergleicht man diesen Fehler mit dem Gesamtfehler des Polarimeters aus [1] kann davon ausgegangen werden, dass einige der anderen Fehler in einer höheren Größenordnung liegen, weshalb auf den Messfehler der Intensität nicht weiter eingegangen wird.

Ein ähnliches Ergebnis lieferte die Simulation für $\Delta\theta$.

3.5.2 Winkeloffset

Um die Auswirkung des Winkeloffsets zu untersuchen wurde die Intensitätsfunktion um einen konstanten Winkeloffset innerhalb der trigonometrischen Funktionen erweitert. Sie ergibt sich dann wie folgt:

$$I(\theta) = \frac{1}{2} [S_0 + S_1 \cos^2(2\theta + \phi) + S_2 \cos(2\theta + \phi) \sin(2\theta + \phi) - S_3 \sin(2\theta + \phi)]$$

Für die Simulation wurden wiederum alle Fehler ignoriert und die perfekten Daten ausgewertet. Die perfekten Daten wurden jedoch vor jeder Auswertung um einen Offset ϕ variiert. Somit entstanden für 200 verschiedene Offsets verschiedene Werte der Stokes-Parameter, deren Abweichung zu den tatsächlichen Parametern ($\phi = 0$) grade dem Gesamtfehler des jeweiligen Parameters entspricht. Die resultierenden Gesamtfehler sind in Abbildungen 8 und 9 dargestellt. Es ist deutlich zu erkennen, dass sich der Fehler des Winkeloffsets nur sehr schwach auf zirkuläre Polarisation auswirkt, jedoch schon für einen geringen Offset von $\pm 1^\circ$ einen Gesamtfehler von über 3% für lineare Polarisation mit sich zieht. Da sich der Motor im Step-Modus lediglich in Schritten von $1,8^\circ$ bewegen lässt, führt dies allein schon zu einem Offsetfehler von $0,9^\circ$, weshalb im Experiment ein Fehler von $\pm 1^\circ$ durchaus realistisch erscheint.

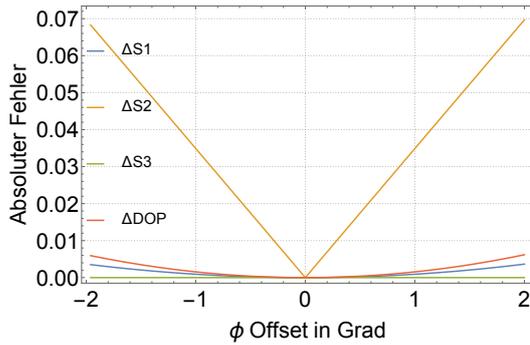


Abbildung 8: Fehler der Stokes-Parameter in Abhängigkeit des Winkeloffsets für LH Polarisation ($S_1 = 1$)

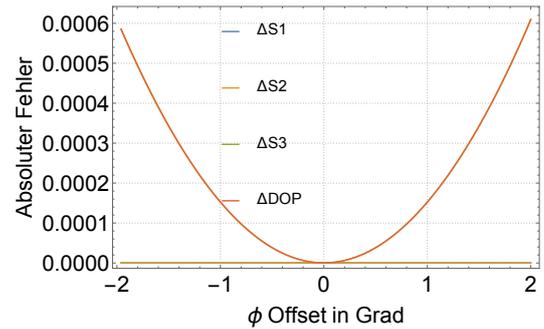


Abbildung 9: Fehler der Stokes-Parameter in Abhängigkeit des Winkeloffsets für RZ Polarisation ($S_3 = 1$)

Um diesen Fehler zu minimieren habe ich mich dazu entschieden den Motor im kontinuierlichen Modus zu betreiben. Das Datensampling in diesem Modus ist in Abb.11 im Vergleich zum Step-Modus (Abb.10) dargestellt. Hier ist zu erkennen, dass die einzelnen Schritte nicht aufgelöst werden können, weswegen dieser Modus hier als kontinuierlicher Modus bezeichnet wird.

Der kontinuierliche Modus hat den Vorteil, dass sich die Startposition des Motors nun wesentlich genauer einstellen lässt, da jeder Motorschritt nun in 64 Schritte unterteilt ist, die sich alle einzeln ansteuern lassen. Ferner fällt der Fehler $\Delta\theta$ weg, da die Bestimmung des Winkels nun allein durch das Datensampling bestimmt wird.

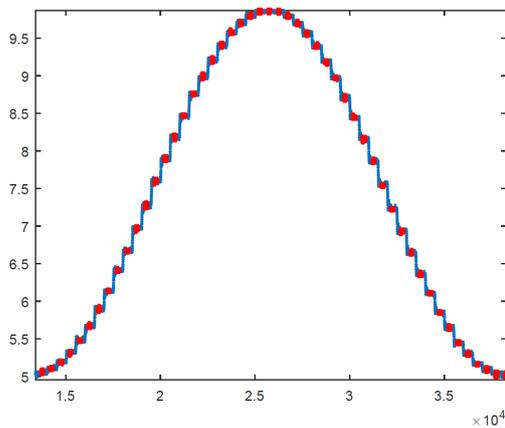


Abbildung 10: Beispielhafte Darstellung der Messdaten und deren Sampling im Step-Modus. Die Motorschritte sind als Plateaus deutlich zu erkennen.

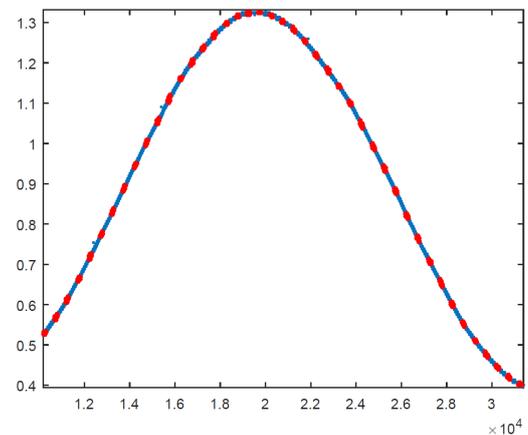


Abbildung 11: Beispielhafte Darstellung der Messdaten und deren Sampling im kontinuierlichen Modus. Es sind keine Motorschritte mehr erkennbar.

Der kontinuierliche Modus hat den Nachteil, dass der Fehler der Intensität etwas größer wird, da die Daten, die zum sampeln verwendet werden, nicht mehr alle auf einem Plateau liegen. Die Vergrößerung dieses Fehlers machte sich jedoch bei der Auswertung nicht bemerkbar, was mit der Erwartung aus dem vorangegangenen Abschnitt übereinstimmt.

4 Messergebnisse

Die Auswahl der hier dargestellten Messergebnisse beinhaltet eine vertikale(LV), sowie eine horizontale(LH) Polarisation als Beispiel für lineare Polarisation und rechtszirkuläre(RZ) Polarisation als Beispiel für eine zirkuläre Polarisation.

Es ist zu erwähnen, dass in diesem Kapitel zunächst nur auf die Messung selber und ihre Abweichungen von den erwarteten Werten eingegangen wird. Eine Erklärung der beobachteten Abweichungen wird im Kapitel „Interpretation der Ergebnisse“ gegeben.

4.1 LV-Polarisation

Die beiden linearen Polarisationen werden mit Codex-Polarisatoren erzeugt, die sich in drehbaren Fassungen befinden, die per Hand rotiert werden und sich in der Polarisationspräparationseinheit (grüner Kasten Pol in Abb.4) befinden.

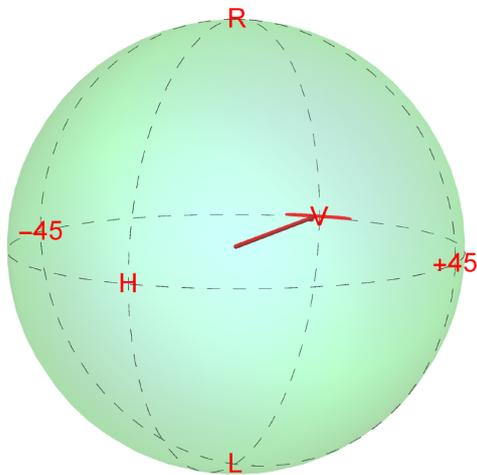


Abbildung 12: Darstellung der Messdaten auf der Poincaré-Kugel. Der rote Strich am Ende des Stokes Vektors gibt die Unsicherheit um einen Faktor 10 vergrößert an.

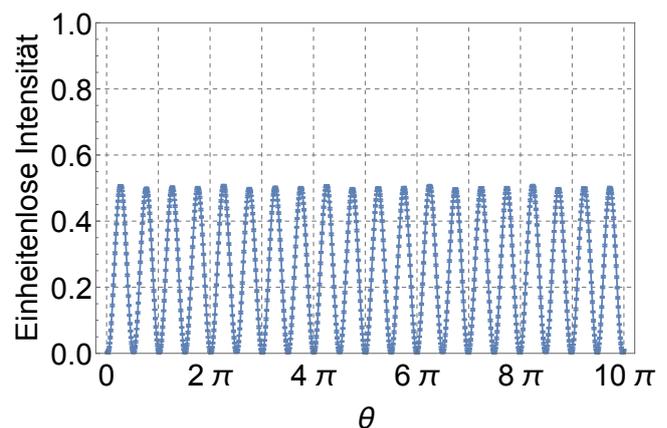


Abbildung 13: Messdaten für LV-Polarisation. Die Messdaten wurden auf eine gesamte Strahlintensität von 1 normiert ($S_0 = 1$)

	DOP	S_0	S_1	S_2	S_3
Erwartung:	1	1	-1	0	0
Messung:	0.9951 ± 0.0008	1 ± 0.0004	-0.9951 ± 0.0007	-0.0033 ± 0.0343	0.0062 ± 0.0001

Tabelle 1: Stokes Parameter der LV-Messung

Die beiden Polarisatoren werden so eingestellt, dass die Intensität auf der PD minimal ist, wodurch sicher gestellt wird, dass die Polarisatoren orthogonal ausgerichtet sind. Die Reinheit der LV- und LH-Polarisationen ist gegeben durch den Quotient aus der so bestimmten minimalen Intensität und der maximalen Intensität, die erreicht werden kann wenn die Polarisatoren parallel ausgerichtet sind. Sie liegt in der Größenordnung von 10^{-6} , was dem erwarteten Wert für Codex-Polarisatoren entspricht. Der erste Polarisator bleibt in der Polarisationspräparationseinheit stehen um LV-Polarisation zu erzeugen, wohingegen der zweite Polarisator als Analysator genutzt wird.

In Abb.13 sind die Daten einer Messung für linear-vertikale Polarisation dargestellt und in Abb.12 ihre Darstellung auf der Poincaré-Kugel. Der rote Strich am Ende des Vektors ist ein Ellipsoid um den Endpunkt des Vektors herum, der den Fehler um einen Faktor 10 vergrößert darstellt. Man sieht in der Auswertung der LV-Polarisation (Tabelle 1), sowie in der Darstellung auf der Poincaré-Kugel, dass der Fehler von S_2 um Größenordnungen größer ist, als der der anderen Stokes Parameter. Es ist ferner ein nicht verschwindender Anteil an zirkularer Polarisation auffällig.

Die restlichen Messfehler erscheinen zu klein, da vor allem beim DOP ein Polarisationswert von 1 innerhalb des Messfehlers erwartet wird. Vor allem dieser Wert sollte bei 1 liegen, da das Laserlicht polarisiert ist, der optische Isolator ebenfalls polarisiert und der Codex-Polarisator bis zu einer Genauigkeit von 10^{-6} polarisiert.

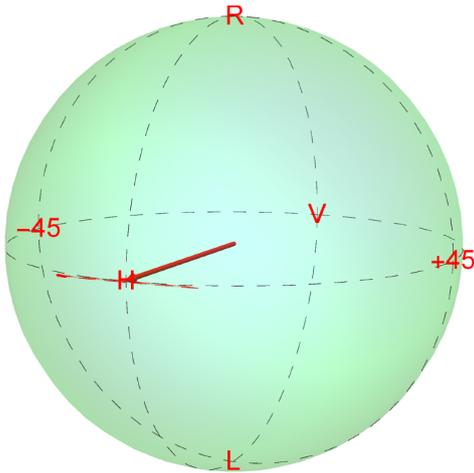


Abbildung 14: Darstellung der nebenstehenden Messdaten auf der Poincaré-Kugel. Der rote Strich am Ende des Stokes Vektors gibt die Unsicherheit um einen Faktor 10 vergrößert an.

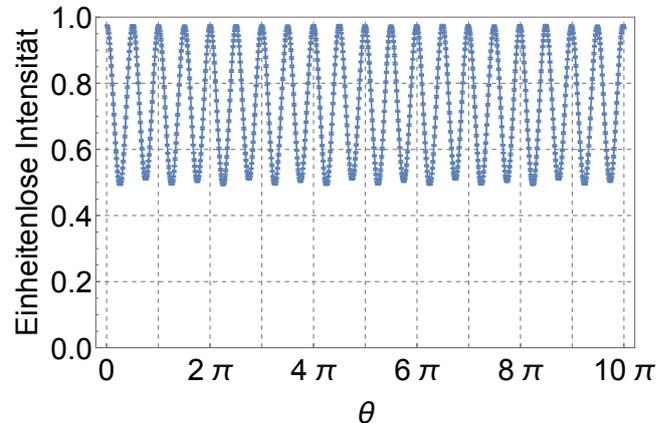


Abbildung 15: Messdaten für LH-Polarisation. Die Messdaten wurden auf eine gesamte Strahlintensität von 1 normiert ($S_0 = 1$)

4.2 LH-Polarisation

Die horizontale Polarisation wird erstellt, indem der Polarisator aus der LV-Messung um 90° gedreht wird. Es wird hier die gleiche Polarisationsreinheit erwartet.

In Abb.15 sind die Daten einer Messung für diese Polarisation dargestellt und in Abb.14 ihre Darstellung auf der Poincaré-Kugel. Das Fehlerellipsoid ist auch hier um einen Faktor 10 vergrößert.

Es zeigt sich bei der Auswertung (Tabelle 2), dass auch hier der Fehler von S_2 um Größenordnungen größer ist, als der der anderen Stokes Parameter. Ferner findet sich auch hier ein nicht verschwindender Anteil an zirkularer Polarisation.

Zusätzlich weichen DOP und S_1 um 5% von den erwarteten Werten ab. Dies lässt darauf schließen, dass es einen polarisations- oder intensitätsabhängigen systematischen Messfehler gibt, der bisher nicht berücksichtigt wurde.

Die Konfiguration dieser Messung unterscheidet sich nur insofern von der LV-Messung, dass vor dem Polarisator im Strahlengang eine $\frac{\lambda}{2}$ -Platte gestellt wurde. Durch die vertikale Polarisation des Lasers war dies nötig, um eine von Null verschiedene Intensität nach dem horizontalen Polarisator zu erreichen.

	DOP	S_0	S_1	S_2	S_3
Erwartung:	1	1	1	0	0
Messung:	0.9520 ± 0.0010	1 ± 0.0004	0.9519 ± 0.0008	-0.0003 ± 0.0333	0.0070 ± 0.0001

Tabelle 2: Stokes Parameter der LH-Messung

4.3 RZ Polarisation

Die zirkulare Polarisation wurde mit zwei QWPs erzeugt. Hierzu wurden zwei QWPs in die Polarisationspräparationseinheit in Abb.4 gestellt, die QWP im Motor durch einen linearen Polarisator ersetzt und der Analysator aus dem Strahlengang entfernt. Bei Rotation des Polarisators durch den Motor wird für perfekte zirkulare Polarisation erwartet, dass die Intensität konstant bleibt.

Die beiden QWPs wurden nun solange gegeneinander per Hand rotiert, bis die Intensität auf dem Oszilloskop bei rotierendem Polarisator bestmöglich konstant war. Man erkennt am Ergebnis (Abb.16), dass die Intensität lediglich in einem Band mit 1% Breite um die mittlere Intensität schwankt.

Der Kontrast dieser Polarisation ist gegeben durch

$$c = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

und die Reinheit der Polarisation durch

$$\frac{1}{p} = \cot \left[\frac{\arcsin(c)}{2} \right]^2$$

woraus sich die Reinheit der Polarisation zu $6,7 \cdot 10^{-6}$ ergibt, was in etwa auch dem Wert entspricht, der auch mit den linearen Polarisatoren erreicht wird.

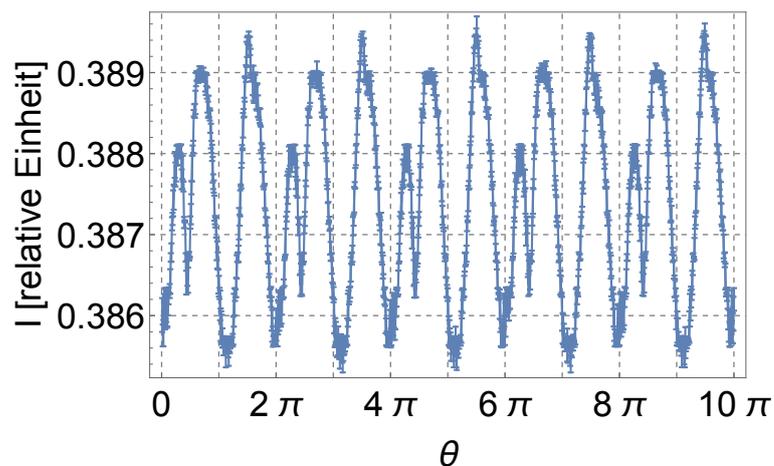


Abbildung 16: Restschwankungen der Intensität für zirkulare Polarisation nach einem rotierenden linearen Polarisator. Man erkennt, dass die Intensität lediglich in einem Band mit 1% Breite um die mittlere Intensität schwankt.

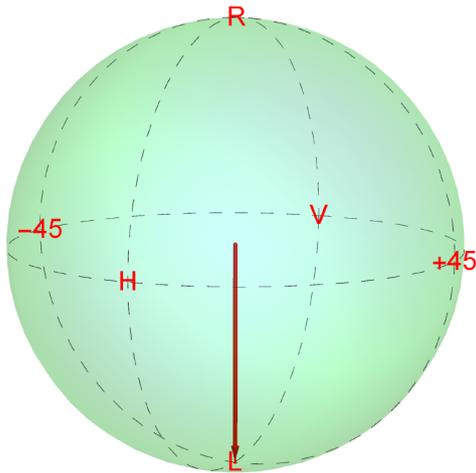


Abbildung 17: Darstellung der nebenstehenden Messdaten auf der Poincaré-Kugel. Der rote Strich am Ende des Stokes Vektors gibt die Unsicherheit um einen Faktor 10 vergrößert an.

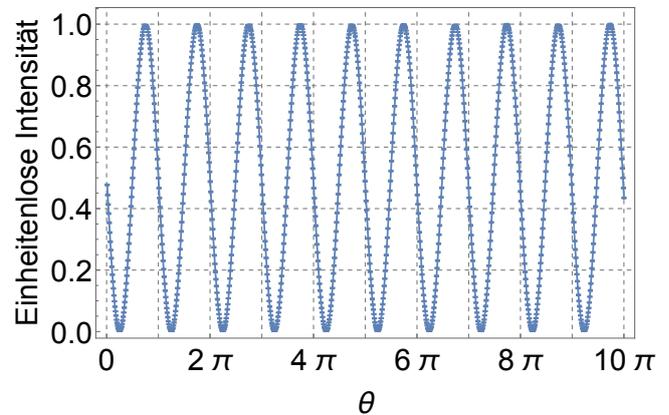


Abbildung 18: Messdaten für RZ-Polarisation. Die Messdaten wurden auf eine gesamte Strahlintensität von 1 normiert ($S_0 = 1$)

Aus diesem Wert folgt ein Winkel von 0.25° zwischen Stokes Vektor und S_3 -Achse, wenn man diesen auf der Poincaré-Kugel betrachtet. Durch die Geometrie der Kugel lässt sich der restliche Anteil an linearer Polarisation über den Tangens des Winkels zu $0,52\%$ berechnen.

In Abb.18 sind die Daten einer Messung für diese Polarisation dargestellt und in Abb.17 ihre Darstellung auf der Poincaré-Kugel. Die Messung zeigt für von S_1 und S_2 Werte, die von 0 verschieden sind, jedoch beide unterhalb von 1% von S_0 liegen (Tabelle 3). Der Gesamtanteil der linearen Polarisation lässt sich aus der Wurzel der Summe der Quadrate von S_1 und S_2 berechnen und ergibt sich zu $0,58\%$, was mit dem erwarteten Wert von $0,52\%$ vergleichbar ist. Es kann also davon ausgegangen werden, dass diese Komponenten durch die imperfekte Präparation der zirkularen Polarisation zustande kommen und nicht durch unberücksichtigte Fehlerquellen.

	DOP	S_0	S_1	S_2	S_3
Erwartung:	1	1	$0 \pm 0,005$	$0 \pm 0,005$	$1 \pm 0,005$
Messung:	0.9945 ± 0.0011	1 ± 0.0001	0.0037 ± 0.0003	0.0045 ± 0.0003	0.9945 ± 0.0011

Tabelle 3: Stokes Parameter der RZ-Messung

5 Interpretation der Ergebnisse

5.1 Nicht berücksichtigte Fehler

Es gibt eine signifikante Abweichung zwischen der vorab ermittelten Reinheit der Polarisationen und den Messwerten. In der bisherigen Analyse wurden jedoch zwei weitere systematische Fehler nicht berücksichtigt, von denen geglaubt wird, dass sie ebenfalls eine signifikante Auswirkung auf die Messung haben könnten[1][5][8]. Diese werden im Folgenden beschrieben und es wird eine qualitative Abschätzung ihrer Auswirkungen gegeben.

5.1.1 Verzögerung der QWP

Die Verzögerung der QWP wird vom Hersteller angegeben als $\frac{\lambda}{4} \pm \frac{\lambda}{300}$ für eine Wellenlänge von 850 nm. Da der Laser auf einer Wellenlänge von 852 nm läuft, führt dies zu einer leicht geringeren Verzögerung. Da es sich bei der verwendeten QWP um eine Verzögerungsplatte nullter Ordnung handelt variiert ihre Verzögerung nur schwach mit der Wellenlänge[8][4]. Die Abweichung der Wellenlänge des Lasers von der Konstruktionswellenlänge der QWP führt zu einer geringeren Verzögerung, die in der selben Größenordnung liegt, wie die vom Hersteller angegebene Unsicherheit.

Der Einfluss dieser Verzögerung kann abgeschätzt werden, indem man Gleichung (1) für eine nicht perfekte QWP anpasst und die neue Funktion als Simulationsgrundlage verwendet. Die mit dieser Funktion erzeugten Daten werden nun unter der Annahme einer perfekten QWP mit der bekannten Methode ausgewertet. Durch die Abweichung der so berechneten Stokes Parameter von den Parametern, die zur Erzeugung der Daten genommen wurden, lässt sich der Effekt der geringeren QWP-Verzögerung abschätzen. Eine um $\frac{\lambda}{300}$ kleinere Verzögerung der Platte verursacht bereits einen um 1% geringeren DOP bei horizontaler Polarisation, wohingegen sich die Auswirkungen auf vertikale oder zirkulare Polarisation in der Größenordnung von 0,01% befinden.

5.1.2 Wave-Plate-Ripple

Eine weitere Fehlerquelle ist ein Effekt, der in der Fachliteratur als Wave-Plate-Ripple (WPR) bezeichnet wird und in [5] genauer diskutiert wird.

Es wird vermutet, dass er durch interne Reflexionen innerhalb der QWP entsteht. Dies ist zu verstehen, wenn man die QWP als Fabry-Pertot-Etalon geringer Finesse sieht. Dadurch, dass die Oberflächen der Platte einen nicht verschwindenden Reflexionskoeffizienten besitzen, kommt es innerhalb der Platte zu Reflexionen, die zur Interferenz der reflektierten mit den transmittierten Strahlen führen. Ferner sind die Brechungsindizes für ordentlichen und außerordentlichen Strahl verschieden, weshalb vermutet wird, dass der WPR polarisationsabhängig ist und bei Drehung der QWP eine zu π periodische Komponente aufweist. Da zirkulare Polarisation ebenfalls zu π periodisch

ist, könnte dieser Effekt in der Auswertung fälschlicherweise als zirkulare Polarisation interpretiert werden und somit eine Erklärung für den nicht verschwindenden Anteil zirkularer Polarisation liefern.

Eine erste Abschätzung dieses Effekts ist möglich, indem man die QWP ohne den nachfolgenden Analysator rotieren lässt. In diesem Fall erwartet man eine konstante Intensität, da die QWP lediglich den Polarisationszustand ändert, jedoch die Intensität nicht in Abhängigkeit ihrer Orientierung ändern kann. Das Ergebnis dieser Messungen für LV- und LH-Polarisation ist in Abb.19 und 20 gezeigt. Die Messungen wurden mit dem AC-Modus des Oszilloskops gemacht und zeigen eine Schwankung von 1% relativ zur zu dieser Messung gehörenden DC-Komponente der Intensität. Der Ripple zeigt neben der 2π -Periodizität für LV-Polarisation eine zu π periodische Komponente, die jedoch verfälscht ist. Für die LH-Polarisation wird von der Theorie her erwartet, dass der Ripple die selbe Form besitzt und um $\frac{\pi}{2}$ phasenverschoben ist. Dies wird nicht beobachtet, was darauf schließen lässt, dass es hier weitere Effekte gibt, die nicht berücksichtigt wurden. Einer dieser Effekte könnte dadurch entstehen, dass die QWP bei Rotation leicht wackelt, sodass sich der Einfallswinkel des Lasers auf die Platte in Abhängigkeit von θ ändert.

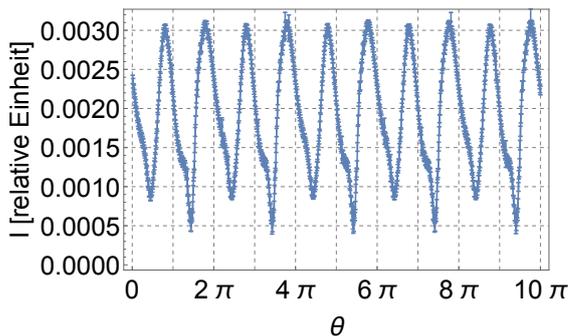


Abbildung 19: Amplitude und Form des Wave-Plate-Ripples für LV-Polarisation

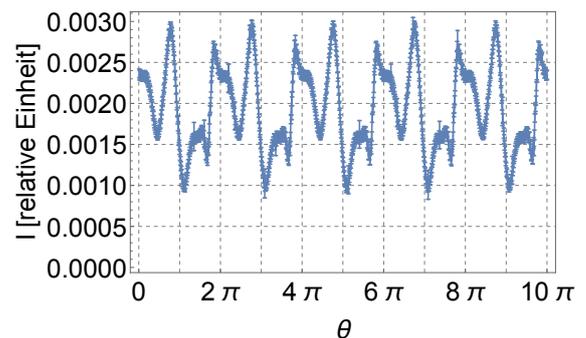


Abbildung 20: Amplitude und Form des Wave-Plate-Ripples für LH-Polarisation

Weiterhin wird von der Theorie erwartet, dass sich der Ripple für zirkulare Polarisation aus der Summe des Ripples für LV- und LH-Polarisation ergibt. Ein Vergleich dieser Signale ist in Abb.21 zu sehen. Da auch hier das Oszilloskop im AC-Modus betrieben wurde ist davon auszugehen, dass es sich bei dem Offset zwischen den beiden Signalen um einen vom Oszilloskop produzierten Effekt handelt. Abseits von diesem Offset zeigen beide Signale Ähnlichkeit in Form und Amplitude. Für genauere Untersuchungen wäre zu klären warum der Ripple der LH-Polarisation nicht die erwartete Form besitzt.

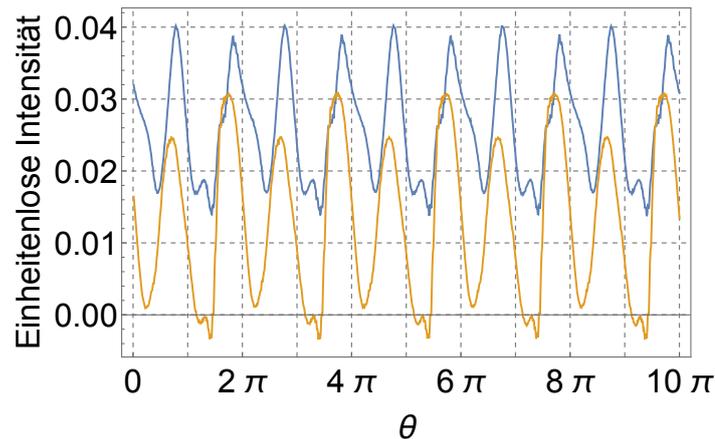


Abbildung 21: Vergleich des WPRs für RZ-Polarisation (Orange) und der Summe der beiden Messungen aus Abb.19 und 20 (Blau). Es wird von der Theorie erwartet, dass die beiden Signale gleich sind. Für diese Messung wurde das Oszilloskop auf AC-Messung gestellt, weshalb vermutet wird, dass der Offset zwischen den Signalen ein Fehler des Oszilloskops ist.

5.2 Erklärung der Abweichungen

Der auffällig große Fehler von S_2 bei den beiden linearen Polarisierungen ist durch die Ungenauigkeit des Startwinkelst zu erklären, da dieser den größten Einfluss auf lineare Polarisation hat.

Dies wird nicht nur dank der vorangegangenen Simulation erwartet. Betrachtet man die umgeformte Intensitätsfunktion

$$I(\theta) = \frac{1}{2} [A - B \sin(2\theta) + C \cos(4\theta) + D \sin(4\theta)]$$

so sieht man, dass die beiden Koeffizienten C und D, die die lineare Polarisation beschreiben, die selbe Periodizität haben und lediglich um einen Offset von 90° verschieden sind. Ein Fehler im Winkeloffset führt daher unvermeidlich dazu, dass ein Teil der HV- Polarisation fälschlicherweise als 45° - Polarisation interpretiert wird.

Die zirkulare Polarisation ist von diesem Effekt nicht betroffen, da B die einzige Komponente mit 2θ -Periodizität ist.

Der niedrige DOP der LH-Polarisation ist teilweise durch die Verzögerung der QWP zu erklären, die kleiner als $\frac{\lambda}{4}$ ist. Eine Abweichung der Verzögerung, die die komplette Differenz zum erwarteten Wert erklären würde liegt im Bereich von $\frac{\lambda}{70}$, was mit der vom Hersteller gemachten Angabe nicht kompatibel ist. Eine weitere Erklärung könnte ein Intensitätsoffset liefern. Einer Simulation nach würde sich dieser Offset für horizontale Polarisation am stärksten auf S_0 , S_1 und damit auch auf DOP auswirken. Dieser Offset könnte durch Streuung am Polarisator entstehen und muss weiter untersucht werden.

Der WPR könnte eine Erklärung für den nicht verschwindenden Anteil an zirkularer Polarisation sein, wobei auch dies quantitativ untersucht werden muss.

6 Zusammenfassung

Ein Stokes Polarimeter wurde erfolgreich aufgebaut und getestet. Es wurde gezeigt, dass die Genauigkeit des Polarimeters von der Polarisation abhängig ist, wobei es zirkulare Polarisation besser als auf 0,5% genau messen kann. Über die Möglichkeit die zirkulare Polarisation genauer zu messen lässt sich nichts aussagen, da die Polarisation nicht genauer eingestellt werden konnte.

Die Güte der Messung der linearen Polarisation wird am stärksten durch die genaue Kenntnis des Winkels zwischen schneller Achse der QWP und der Polarisationsachse des Analysators bestimmt. Mit der Kenntnis dieses Winkels auf $0,2^\circ$ genau ist es auch möglich lineare Polarisation mit 1% Genauigkeit zu messen. Eine Ausnahme stellt hier die horizontale Polarisation dar, bei der eine Abweichung von 5% von den erwarteten Werten beobachtet wurde. Mögliche Ursachen hierfür sind eine geringere Verzögerung der QWP und ein Offset der Intensitätsmessung, der weiter untersucht werden muss.

Ferner wurde Wave-Plate-Ripple als eine weitere Fehlerquelle identifiziert und eine qualitative Abschätzung seiner Einflüsse gegeben.

Literatur

- [1] S. Arnoldt: Rotating Quarter-Wave Plate Stokes Polarimeter, Bachelorarbeit, IAP Uni Bonn, 2011
- [2] D. Goldstein: Polarized Light, 2. Edition, CRC Press, 2003
- [3] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Poincare-sphere_stokes.svg
- [4] H. G. Berry, G. Gabrielse, and A.E.Livingston: Measurement of the Stokes parameters of light, Applied Optics, Vol. 16, No. 12, pp.3200-3205, 1977
- [5] D. K. Aitken and J. H. Hough: Spectral Modulation, or Ripple, in Retardation Plates for Linear and Circular Polarization, Publications of the Astronomical Society of the Pacific, Vol 113, No 788, pp.1300-1305, 2001
- [6] MATLAB version 8.5.0. Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc., 2015.
- [7] J. H. Hough: Polarimetry Techniques at Optical and Infrared Wavelengths, ASP Conference Series, Vol. 343, pp3-14, 2005
- [8] Meadowlark Optics, Inc. , Sources of Error in Retarders and Waveplates, 2005
- [9] Wolfram Research, Inc., Mathematica, Version 10.2, Champaign, IL (2015)

Eidesstattliche Erklärung

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Bonn, den.....

Paul Weitz :