



Institut für Angewandte Physik
der Universität Bonn

Wegelerstraße 8
53115 Bonn

Aufbau und Charakterisierung einer Magnetfalle zum Speichern und Kühlen verdünnter atomarer Gase

Moritz Christoph Ringler

Diplomarbeit in Physik

angefertigt im Institut für Angewandte Physik

vorgelegt der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

Juli 2003

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Referent: Prof. Dr. Dieter Meschede

Korreferent: Prof. Dr. Christian Weinheimer

Inhaltsverzeichnis

1. <i>Einleitung</i>	5
2. <i>Theoretische Grundlagen</i>	7
2.1 Kühlen eines verdünnten ^{87}Rb -Gases	7
2.1.1 Laserkühlung und magnetooptische Falle	7
2.1.2 Evaporatives Kühlen	14
2.2 Magnetfallen	15
2.2.1 Quadrupolfalle	16
2.2.2 TOP- und QUIC-Falle	17
2.2.3 Weitere Typen von Magnetfallen	21
2.2.4 Evaporatives Kühlen in Magnetfallen	21
2.3 Bose-Einstein-Kondensation	23
2.3.1 Ideale Gase	23
2.3.2 Gase mit Wechselwirkungen	25
2.4 Binäre Kondensate – Rubidium und Cäsium	27
2.4.1 Cäsium	27
2.4.2 Sympathetisches Kühlen	28
2.4.3 Binäre Kondensate	30
3. <i>Experimenteller Aufbau</i>	31
3.1 Vakuum-System	31
3.2 Der Weg zum Kondensat	34
3.3 Doppel-MOT-System	35
3.3.1 Lasersystem	35
3.3.2 Magnetspulen	36
3.3.3 Erste magnetooptische Falle (VCMOT)	36
3.3.4 Transfer der Atome	38
3.3.5 Zweite magnetooptische Falle (UHV-MOT)	39
3.4 Optische Melasse und Magnetfeldkompensation	40
3.5 Optisches Pumpen	40

3.6	Quadrupol- und QUIC-Falle	41
3.7	Radiofrequenz-Kühlung	41
3.8	Abbildungssystem	42
3.9	Cäsium	43
4.	<i>Experimentelle Resultate</i>	45
4.1	Vermessung von Quadrupol-, Ioffe- und QUIC-Feld	45
4.1.1	Quadrupolfeld	48
4.1.2	Ioffe-Feld	50
4.1.3	QUIC-Feld	53
4.1.4	Fallenfrequenzen	55
5.	<i>Rechnungen</i>	57
5.1	Thomas-Fermi-Grundzustand für ein binäres Kondensat	57
5.1.1	Stabilität des binären Kondensates	57
5.1.2	Dichteverteilung für den Grundzustand	58
6.	<i>Zusammenfassung und Ausblick</i>	65
	<i>Anhang</i>	67
A.	<i>Magnetfeldsensoren zur Einstellung des Kompensationsfeldes</i>	69
A.1	Messprinzip	69
A.2	Beschaltung	70

1. Einleitung

Sieben Jahrzehnte nach der Vorhersage Albert Einsteins, dass in einem idealen Gas kalter Bosonen „eine mit der Gesamtdichte stets wachsende Zahl von Molekülen in den 1. Quantenzustand [...] übergeht“ [Ein25], gelang im Jahre 1995 drei Gruppen der eindeutige experimentelle Nachweis von Bose-Einstein-Kondensation (BEC) in verdünnten Gasen von Alkaliatomen [AEM⁺95, DMA⁺95, BSTH95]. Diese Entdeckung hat mit der Möglichkeit zur Untersuchung mesoskopischer Quantensysteme ein faszinierendes neues Forschungsfeld eröffnet, und inzwischen ist der neue Materiezustand Gegenstand intensiver physikalischer Forschung in mehr als vierzig Experimenten weltweit [BEC03].

Neben Phänomenen, in denen aufgrund der Kohärenz der Atome im Kondensat die Wellennatur der Materie in außerordentlich klarer Form zu Tage tritt (Atominterferometrie [ATM⁺97], Atomlaser [BHE99]), sind dabei auch gerade diejenigen Phänomene von besonderem Interesse, bei denen die – im Bild des idealen Gases nicht enthaltene – Wechselwirkung der Atome eine bedeutende Rolle spielt. So eignen sich die mit Alkaliatomen realisierten entarteten Quantengase aufgrund ihrer vergleichsweise einfachen Struktur zum Beispiel als Modellsystem zum Studium von quantenmechanischen Effekten in Flüssigkeiten und Festkörpern (Superfluidität, Supraleitung und Mott-Phasenübergänge [MAH⁺99, GME⁺02]).

Ein Schwerpunkt der Forschung unserer Arbeitsgruppe ist die Arbeit mit einzelnen Atomen [KAS⁺01]. Dementsprechend ist das Ziel des Bonner BEC-Experimentes, eine kleinere Zahl von Cäsiumatomen in ein Kondensat aus Rubidium einzubringen und dieses System zu untersuchen. Bei den für Bose-Einstein-Kondensation typischen Temperaturen unterhalb von einem Mikrokkelvin beschreibt ein einziger Parameter, die *s*-Wellen-Streulänge, die Wechselwirkung der Atome durch elastische Stöße. Daher werden die ersten Experimente darauf zielen, die bis jetzt unbekannte Rubidium-Cäsium-Streulänge zu bestimmen [Klö03]. Wenn sich dabei die Stoßeigenschaften als günstig erweisen, werden wir versuchen, durch sympathetisches Kühlen ein binäres Rubidium-Cäsium-Kondensat zu erzeugen. Davon unabhängig werden wir wenige Cäsiumatome in ein Rubidium-Bose-Ein-

stein-Kondensat einbringen. Solange die Zahl dieser Dotierungsatome klein ist, sollten sich die Eigenschaften des Rubidium-Kondensates nicht ändern, und das Verhalten der Cäsiumatome sollte im wesentlichen durch ein Einteilchen-Modell beschreibbar sein. Im Grenzfall hoher Cäsium-Atomzahlen erwartet man dagegen ein durch makroskopische Parameter bestimmtes Verhalten der Cäsiumatome, und der Einfluss der Cäsiumatome auf das Rubidium-Kondensat sollte erkennbar werden. Insofern kann das dotierte Bose-Einstein-Kondensat als Modellsystem genutzt werden, an dem der Übergang von einem Regime, in dem der individuelle Charakter der Wechselwirkung das Verhalten des Systems dominiert, zum statistisch geprägten Vielteilchen-Regime erforscht werden kann.

Den Hauptteil meiner Arbeit im vergangenen Jahr habe ich in den Neuaufbau und die Verbesserung der Apparatur investiert, die in Kürze die Umsetzung der geplanten Experimente ermöglichen soll. Ein Schwerpunkt des folgenden Textes besteht deshalb darin, die durchgeführten Verbesserungen und den daraus hervorgegangenen experimentellen Aufbau zu dokumentieren. Der diesem Zweck gewidmete Teil der Diplomarbeit ist so angelegt, dass er sich zum Nachschlagen der relevanten Daten und Fakten für die zukünftige Arbeit am Experiment eignet. Im experimentellen Teil der Diplomarbeit sind exemplarisch die Messungen und Auswertungen detailliert beschrieben, die ich im Zuge einer besonders wichtigen Änderung am Versuchsaufbau durchgeführt habe: der Korrektur des zum Einschluss der Atomwolke verwendeten magnetischen Feldes. Das letzte Kapitel weist schließlich schon in die Zukunft des Experimentes. Hier stelle ich einen Ansatz und einige von mir dazu durchgeführte Rechnungen vor, mittels derer man einen Überblick darüber gewinnen kann, wie die Topologie des Grundzustandes eines binären Bose-Einstein-Kondensates und damit die zu erwartenden Beobachtungen von den experimentellen Parametern und von der Art und Stärke der Wechselwirkung zwischen den Konstituenten abhängen.

2. Theoretische Grundlagen

2.1 Kühlen eines verdünnten ^{87}Rb -Gases

Um Bose-Einstein-Kondensation (BEC¹) eines Gases bosonischer Atome zu erreichen, muss man in ein Regime gelangen, in dem die de-Broglie-Wellenlänge

$$\lambda_{\text{dB}} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_{\text{B}}T}} \quad (2.1.1)$$

dem interatomaren Abstand $n^{-1/3}$ vergleichbar wird; hier ist m die atomare Masse, $k_{\text{B}} = 1,38066 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$ die Boltzmann-Konstante, T die Temperatur und n die Atomzahldichte. Die meisten Gase² sind in diesem Bereich von Temperatur und Dichte nicht mehr stabil, da der flüssige oder kristalline Zustand thermodynamisch günstiger ist. Es hat sich jedoch erwiesen, dass man mit einer raffinierten Kombination von optischem und evaporativem Kühlen Bose-Einstein-Kondensation in einem verdünnten und dadurch metastabilen Gas von Alkaliatomen realisieren kann. Dabei wird etwa in Rubidium die Atomzahldichte von ihrem thermischen Wert von 10^{10} cm^{-3} [Ste02b] um vier Größenordnungen auf ca. 10^{14} cm^{-3} erhöht und die Temperatur um den gewaltigen Faktor 10^9 von 300 K auf etwa $0,5 \mu\text{K}$ abgesenkt.

Im folgenden Abschnitt werden die Grundlagen zum Verständnis dieser für das Erreichen von Bose-Einstein-Kondensation entscheidenden Technik erläutert.

2.1.1 Laserkühlung und magnetooptische Falle

In der ersten Stufe des Kühlprozesses, der magnetooptischen Falle, werden Atome mit Hilfe von Lichtkräften abgebremst und durch das Zusammenwirken von Licht und statischem Magnetfeld eingefangen. Um das Prinzip der magnetooptischen Falle zu erklären, sollen zunächst einige wesentliche Fakten zur Wechselwirkung von Atomen mit nahresonantem Licht niedriger Intensität dargelegt werden.

¹ engl. Bose-Einstein condensation

² gilt nicht für spin-polarisierten Wasserstoff

Lichtkräfte auf ein Zweiniveau-Atom

Zum Verständnis der Licht-Atom-Wechselwirkung ist es sinnvoll, als vereinfachtes Modell statt eines realen Mehrniveau-Atom es ein Zweiniveau-Atom zu betrachten. Denn bei Verwendung geeigneter Näherungen erhält man durch diese Abstraktion für die wesentlichen physikalischen Größen vergleichsweise einfache analytische Ausdrücke, die eine anschauliche Interpretation erlauben.

Das Zweiniveau-Atom mit Grundzustand g und angeregtem Zustand e beschreiben wir durch den Dichteoperator $\hat{\rho}$, das Lichtfeld durch ein klassisches monochromatisches Vektorfeld $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ mit Frequenz ω . Die elektromagnetische Welle soll gegenüber der atomaren Resonanz $\hbar\omega_0 = E_e - E_g$ um $\delta = \omega - \omega_0$, $\delta \ll \omega$ verstimmt sein. Betrachten wir nun die Wechselwirkung

$$\hat{H}_{\text{int}}(t) = -\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot \hat{\mathbf{d}} \quad (2.1.2)$$

des Dipolmomentes \mathbf{d} des Atomes mit dem Lichtfeld. Wird der spontanen Emission durch Einführung der Zerfallsrate γ für den angeregten Zustand Rechnung getragen³, so erhält man für die Diagonal-Elemente der Dichtematrix, die Populationen, folgende stationäre Lösung (vgl. z. B. [Mes99, Kap. 6]):

$$\rho_{ee} = 1 - \rho_{gg} = \frac{|\Omega|^2/\gamma^2}{1 + 2|\Omega|^2/\gamma^2 + (\frac{\delta}{\gamma/2})^2}. \quad (2.1.3)$$

Die hier eingeführte Rabi-Frequenz $\Omega = \hbar^{-1} \mathbf{E}(\mathbf{0}, 0) \cdot \langle e | \hat{\mathbf{d}} | g \rangle$ ist reell und positiv gewählt, sie kann anschaulich als Stärke der Kopplung von Atom und Feld verstanden werden. Vereinfacht man Gl. (2.1.3) durch Verwendung von Sättigungsintensität I_{sat} und resonantem Sättigungsparameter s_0 , gegeben durch

$$s_0 = I/I_{\text{sat}} = 2|\Omega|^2/\gamma^2, \quad (2.1.4)$$

so ergibt sich für die Streurate, welche im stationären Regime dem Produkt aus Zerfallsrate γ und Population ρ_{ee} des angeregten Zustandes entspricht, folgende Lorentz-Abhängigkeit von der Verstimmung:

$$\gamma_{\text{p}} = \gamma\rho_{ee} = \frac{s_0 \frac{\gamma}{2}}{1 + s_0 + (\frac{\delta}{\gamma/2})^2}. \quad (2.1.5)$$

Betrachten wir nun den Spezialfall der Wechselwirkung eines Lasers, modelliert durch eine monochromatische ebene Welle in z -Richtung, mit einem Atom, das in dieser Richtung die Geschwindigkeitskomponente v_z hat. Im Ruhesystem

³ Bei den kurzen Lebensdauern optisch angeregter Zustände ist die spontane Emission der dominante Relaxationsprozess.

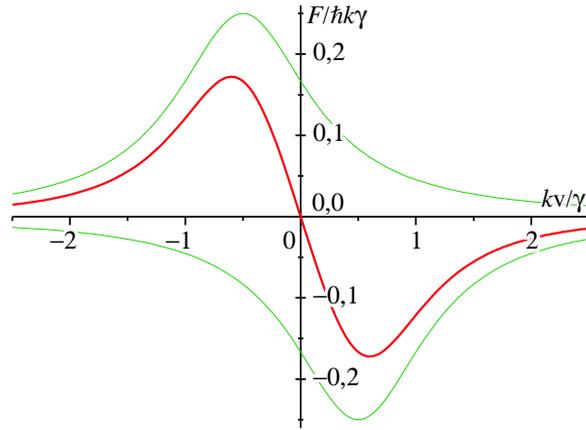


Abb. 2.1: Geschwindigkeitsabhängigkeit der Dopplerkraft F_D auf ein 2-Niveau-Atom; hier für $s_0=1$, $\delta=\gamma/2$. Grün: Kraft der einzelnen Laserstrahlen, Gl. (2.1.6). Rot: resultierende Gesamtkraft, Gl. (2.1.7).

des Atomes erscheint dann die Frequenz $\omega = kc$ des Lichtes um $\delta_D = -kv_z$ dopplerverschoben. Als mittlerer Impulsübertrag pro Streuung ergibt sich gerade der Impuls $\hbar k e_z$ eines absorbierten Photons, denn die Abregung durch spontane Emission erfolgt in beliebige Richtung und ihr Impulsbeitrag verschwindet daher im Mittel über viele Anregungszyklen. Aus Streurrate Gl. (2.1.5) und Impulsübertrag $\hbar k e_z$ ergibt sich eine geschwindigkeitsabhängige Kraft

$$\mathbf{F}(v_z) = \hbar k \gamma_p \mathbf{e}_z = \hbar k \frac{s_0 \frac{\gamma}{2}}{1 + s_0 + \left(\frac{\delta + \delta_D}{\gamma/2}\right)^2} \mathbf{e}_z. \quad (2.1.6)$$

Optische Melasse

Um Kühlung zu erreichen, wählt man nun $\delta < 0$ und fügt einen dem ersten entgegenlaufenden zweiten Laser gleicher Intensität und Frequenz hinzu. Dann ergibt sich als Nettokraft

$$\mathbf{F}_D = (F(v_z) - F(-v_z)) \mathbf{e}_z. \quad (2.1.7)$$

Nehmen wir $v_z > 0$ an. Dann haben δ_D und δ in $F(v_z)$ gleiches, in $F(-v_z)$ aber entgegengesetztes Vorzeichen. Daher ist $F(-v_z)$ größer als $F(v_z)$, F_D wirkt entgegen der Bewegungsrichtung des Atomes, und das Atom wird gebremst.

Der Betrag der Dopplerkraft F_D zeigt eine dispersive Abhängigkeit von der atomaren Geschwindigkeit, die sich aus der Subtraktion der beiden um 2δ gegeneinander verschobenen Lorentz-Profile der Breite $\gamma' = \gamma\sqrt{1 + s_0}$ aus Gl. (2.1.6) ergibt. Wie im mittleren Teil des roten Graphen in Abb. 2.1 ersichtlich kann die durch

2. Theoretische Grundlagen

Einsetzen von Gl. (2.1.6) in Gl. (2.1.7) erhaltene Geschwindigkeitsabhängigkeit für $|kv| \ll \gamma$ linear genähert werden

$$F_D = -8 \hbar k \frac{s_0}{(1+s_0)} \frac{\delta}{(1+(\frac{\delta}{\gamma'/2})^2)} \frac{kv}{\gamma} + \mathcal{O}((|kv|/\gamma)^3) \quad (2.1.8)$$

$$\doteq -\beta v .$$

Formal ist die Dopplerkraft in diesem Bereich also analog zur viskosen Reibung in einer zähen Flüssigkeit, weshalb die gerade beschriebene Anordnung auch ein-dimensionale optische Melasse genannt wird.

Gleichung (2.1.8) zeigt, dass eine Intensitätssteigerung über $s_0 \sim 10$ hinaus kaum noch eine Vergrößerung der Dopplerkraft bewirkt. Der Grund dafür ist, dass Zyklen aus Absorption und induzierter Emission keinen Nettoeffekt auf den Impuls des Atomes haben und dass mit zunehmender Intensität ein immer größerer Teil der angeregten Atome über induzierte Emission abgeregt wird. Ebenfalls aus Gl. (2.1.8) ergibt sich, dass die bremsende Kraft bei gegebener Intensität durch eine Verstimmung von $|\delta| = \gamma'/2$ maximiert wird. Aus dem Restglied der Entwicklung erhält man als maximale Geschwindigkeit, bei der Atome eine nennenswerte Abbremsung erfahren, größenordnungsmäßig

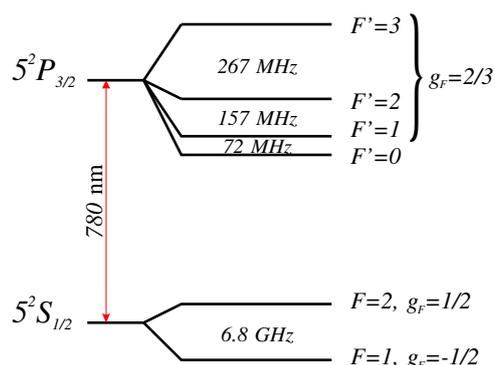
$$v_c \approx \gamma/k . \quad (2.1.9)$$

Um die kleinste in einer optischen Melasse erreichbare Temperatur abzuschätzen, vergegenwärtige man sich, dass das Atom durch den bei der Reemission eines absorbierten Photons erhaltenen zufällig gerichteten Impuls $\Delta p = \hbar k$ eine diffusive Bewegung im Impulsraum mit Diffusionskoeffizient $D = 2 \frac{(\Delta p)^2}{\Delta t} = 4 \gamma_p (\hbar k)^2$ beschreibt. Man erwartet daher, dass sich in einer optischen Melasse eine Gleichgewichtstemperatur $k_B T_D = D \beta^{-1}$ und eine entsprechende mittlere Geschwindigkeit $v_D = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{k_B T_D / m}$ einstellen. T_D wird Dopplertemperatur genannt, v_D Dopplergeschwindigkeit. Bei schwacher Sättigung ergibt sich für eine Verstimmung von $\delta = -\gamma/2$

$$k_B T_D = -\hbar \gamma / 2 . \quad (2.1.10)$$

Daraus erhält man für ^{87}Rb eine Dopplertemperatur von $T_D = 146 \mu\text{K}$ [Ste02b].

Das Konzept der optischen Melasse kann auf drei Raumdimensionen übertragen werden, indem man drei Paare entgegenlaufender Laserstrahlen orthogonal kreuzt. Für die quantitative Beschreibung einer realen dreidimensionalen Melasse erweist sich das Bild des Zweiniveau-Atomes jedoch als zu stark vereinfacht.


 Abb. 2.2: Niveauschema des D2-Überganges in ^{87}Rb ; nicht maßstabsgetreu.

Laserkühlen von Mehrniveau-Atomen

Alkaliatome, die in den meisten Experimenten benutzt werden, sind Mehrniveausysteme. Bei dem von uns verwendeten D₂-Übergang

$$5^2S_{1/2} \longleftrightarrow 5^2P_{3/2} \quad (780 \text{ nm})$$

in Rubidium 87, Kernspin $I=3/2$, ist der angeregte Zustand vierfach hyperfeinstructuraufgespalten ($F' = 0 \dots 3$), und der Grundzustand hat zwei Hyperfeinstructurniveaus mit $F = 1$ und $F = 2$. Die Terme setzen sich dabei aus je $2F+1$ Zeeman-Unterzuständen (in Abb. 2.2 nicht dargestellt) zusammen.

Zum Kühlen wird der Übergang

$$|F = 2\rangle \longleftrightarrow |F' = 3\rangle \quad (2.1.11)$$

verwendet.

Im Mittel einmal in etwa 200 Anregungszyklen gelangt ein Atom über den nichtresonant angeregten Zustand $|F' = 2\rangle$ auch in den 6,8 GHz unter dem $|F = 2\rangle$ -Niveau liegenden Grundzustand mit $F = 1$. Will man nicht sämtliche Atome in diesen Zustand verlieren, benötigt man einen Laserstrahl, Rückpumper genannt, dessen Frequenz so gewählt wird, dass er die Atome gemäß

$$|F = 1\rangle \longleftrightarrow |F' = 2\rangle \quad (2.1.12a)$$

$$|F' = 2\rangle \xrightarrow{\text{spontan}} |F = 2\rangle \quad (2.1.12b)$$

über den angeregten Zustand wieder in den Kühlkreislauf injiziert.

Der Mehrniveaucharakter realer Atome hat jedoch noch weitere Auswirkungen. In einer dreidimensionalen optischen Melasse treten zwangsläufig Polarisationsgradienten auf. Zusammen mit der Zeemanstruktur der Atome führt dies zu

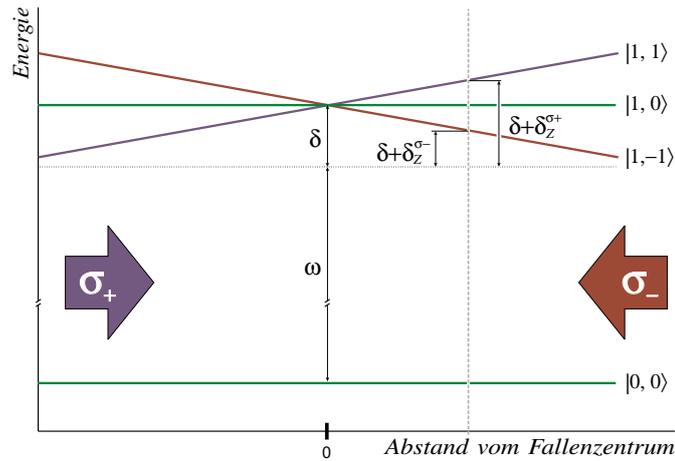


Abb. 2.3: Prinzip der magnetooptischen Falle in einer Dimension. Befindet sich ein Atom auf dem Bild rechts vom Fallenzentrum, so ist für den von rechts kommenden Laserstrahl die Verstimmung kleiner als für den von links einfallenden. Daher erfährt das Atom eine Nettokraft nach links. Die hier dargestellte Situation ist diejenige eines bezüglich der Falle in Ruhe befindlichen Atomes mit $\delta_D = 0$.

Subdopplerkühlung, bei der die Dopplertemperatur um einen Faktor 40 unterschritten werden kann [SDP⁺90]. Die prinzipielle Grenze für dieses Polarisationsgradientenkühlen besteht in der mit dem Rückstoß eines einzelnen emittierten Photons verbundenen Geschwindigkeit $v_r = \hbar k / m$. Bei ^{87}Rb errechnet man für die entsprechende Temperatur $T_r = \frac{\hbar^2 k^2}{k_B m}$ einen Wert von $0,36 \mu\text{K}$. Eine eingehendere theoretische Beschreibung von Subdopplerkühlung findet man in den beiden Originalartikeln [DCT89, UWRC89] oder in dem Lehrbuch [MS99].

Die magnetooptische Falle

Um die Atome nicht nur zu kühlen, sondern auch zu fangen, benötigt man eine einschließende Rückstellkraft. Diese erzeugt man durch Einbringen der optischen Melasse in ein inhomogenes Magnetfeld, typischerweise ein Gradientenfeld

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^3 \zeta_i r_i \mathbf{e}_i. \quad (2.1.13)$$

Wie funktioniert nun die so entstandene magnetooptische Falle (MOT⁴)? Wir betrachten auch die MOT zunächst wieder in einer Dimension und wählen als einfaches Modell für die am Kühlübergang beteiligten Niveaus $|F\rangle$ und $|F' = F + 1\rangle$ das in Abb. 2.3 dargestellte atomare System mit Grundzustand $|J=0\rangle$ und ange-

⁴ engl. magneto-optical trap

regtem Zustand $|J'=1\rangle$. Ist wie in der Abbildung das Produkt aus Magnetfeldgradient ζ_z und Landéfaktor g'_J positiv, dann wählt man den MOT-Laserstrahl in $+z$ -Richtung σ_+ -polarisiert, so dass er den Übergang nach $|J'=1, m'_J=1\rangle$ treibt, und den in $-z$ -Richtung σ_- -polarisiert, so dass er den Übergang nach $|1, -1\rangle$ treibt. Der Magnetfeldgradient bewirkt eine ortsabhängige Zeeman-Aufspaltung des angeregten Zustandes,

$$\Delta E_Z^{m_J}(z) = g_J m_J \mu_B \zeta_z z \quad (2.1.14)$$

mit dem Bohrmagneton $\mu_B = 9,274 \times 10^{-24} \text{ J T}^{-1}$. Dies führt zu einer zusätzlichen, ebenfalls ortsabhängigen Verstimmung der beiden Laser

$$\delta_Z^{\sigma_+} = -\Delta E_Z^{+1}/\hbar = +\delta_B \quad (2.1.15)$$

$$\delta_Z^{\sigma_-} = -\Delta E_Z^{-1}/\hbar = -\delta_B. \quad (2.1.16)$$

Setzt man dies in Gl. (2.1.6) für die Dopplerkraft ein, und entwickelt Gl. (2.1.7) wie bei der Herleitung von Gl. (2.1.8), so erhält man mit $\kappa = g_J \mu_B \zeta_z (\hbar k)^{-1} \beta$

$$F_D = 8 \hbar k \frac{s_0}{(1+s_0)} \frac{\delta}{(1+(\frac{\delta}{\gamma/2})^2)} \frac{\delta_D + \delta_B}{\gamma} + \mathcal{O}((\delta_D + \delta_B)^3/\gamma^3) \quad (2.1.17)$$

$$\doteq -\beta v - \kappa z$$

die Gleichung eines gedämpften Oszillators. Das Modell kann leicht auf drei Dimensionen verallgemeinert werden.

Die Einfangeschwindigkeit magnetooptischer Fallen mit Strahldurchmessern von 1 cm bis 2 cm beträgt typischerweise um $v_c = 10 \text{ m/s}$ [MS99, S. 161f.], entsprechend einer kinetischen Energie $E_{\text{kin}} \sim k_B \times 1 \text{ K}$. Damit kann die MOT eingesetzt werden, um direkt aus dem thermischen Hintergrund bei 300 K Atome zu fangen. Die Temperatur, die in der Falle erreicht wird, ist derjenigen für die dreidimensionale optische Melasse vergleichbar ($\sim 100 \mu\text{K}$). Die Atomdichte in der Falle ist durch Re-Absorption atomarer Fluoreszenz (*radiation trapping*) und durch Atom-Atom-Stöße auf etwa $n = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ begrenzt. Die erreichbare Phasenraumdichte in der magnetooptischen Falle liegt also bei etwa

$$\rho_{\text{ps}} = n \lambda_{\text{dB}}^3 \sim 10^{-6}. \quad (2.1.18)$$

Will man die Phasenraumdichte darüber hinaus bis zu dem für Bose-Einstein-Kondensation benötigten Wert von $\rho_{\text{ps}} = 2,6$ (vgl. Abschnitt 2.3) erhöhen, muss man offensichtlich eine Kühltechnik wählen, die ohne nahresonantes Licht auskommt.

2.1.2 Evaporatives Kühlen

Um die für den Phasenübergang erforderliche Temperatur und Dichte zu erreichen, werden in allen bis dato realisierten BEC-Experimenten die vorgekühlten Atome in eine Magnetfalle (vgl. Abschnitt 2.2) oder eine weit verstimmte optische Dipolfalle umgeladen und evaporativ gekühlt. Das Prinzip des evaporativen Kühlens besteht darin, selektiv Atome hoher kinetischer Energie aus der Wolke zu entfernen und dieselbe durch elastische Stöße (quasi⁵) rethermalisieren zu lassen. Dabei sinkt die Temperatur, und auch das Volumen wird vermindert, weil bei abnehmender mittlerer Energie die Atome zunehmend im Zentrum der Falle lokalisiert sind. Trotz der Abnahme der Atomzahl kann daher die Phasenraumdicke erhöht werden.

Verschiedene Modelle für evaporatives Kühlen in Atomfallen sind diskutiert worden [Hes86, DMK95, LRW96]. Alle behandeln das atomare Ensemble als klassisches Gas, da über den weitaus größten Bereich die de-Broglie-Wellenlänge klein gegenüber dem interatomaren Abstand ist. Im einfachsten Modell [PS02] nimmt man an, dass es eine Konstante β gibt, so dass die mittlere Energie $\overline{\varepsilon_{ev}}$ der verdampften Teilchen zur mittleren Energie $\bar{\varepsilon}$ des gesamten Gases im Verhältnis

$$\overline{\varepsilon_{ev}} = (1 + \beta) \bar{\varepsilon} \quad (2.1.19)$$

steht. Nimmt man zusätzlich an, dass das Potential der Falle homogen in r ist, $U(r) = f(\phi, \theta) r^\nu$, erhält man mit Hilfe des Virialsatzes als Zusammenhang zwischen Atomzahlabnahme und Temperaturabsenkung

$$\frac{d \log T}{d \log N} = \beta. \quad (2.1.20)$$

Von diesem Standpunkt her erscheint es also günstig, in einer im Vergleich zu $k_B T$ sehr tiefen Falle zu kühlen, da dann β groß und die Kühlung effizient ist.

Neben den kühlenden Verlusten durch elastische Stöße gibt es aber Heizeffekte und parasitäre Verluste durch Stöße mit dem Hintergrundgas, magnetische Dipol-Dipol-Wechselwirkung und Dreikörper-Prozesse. Vernachlässigt man die Heizwirkung und berücksichtigt nur die zusätzliche Verlustrate, ϑ^{-1} , so ergibt sich die korrigierte Temperaturabnahme

$$\frac{d \log T}{d \log N} = \beta' = \beta \frac{\vartheta}{\vartheta + \tau}, \quad (2.1.21)$$

⁵ Tatsächlich ist das atomare Ensemble in einer Falle endlicher Tiefe niemals im Gleichgewicht, da es beständig Atome an die Umgebung verliert. Die momentane Geschwindigkeitsverteilung entspricht jedoch zu jedem Zeitpunkt in guter Näherung einer gekappten thermischen Boltzmannverteilung [LRW96].

Dabei ist die Verdampfungsrate τ^{-1} in einer Falle der Tiefe $\varepsilon_t = \eta k_B T$ mit der elastischen Kollisionsrate R näherungsweise gegeben durch

$$\tau^{-1} = \frac{\eta e^{-\eta}}{\sqrt{2}} R. \quad (2.1.22)$$

Die Zunahme der Phasenraumdicke mit abnehmendem N ist

$$-\frac{d \log \varrho_{\text{ps}}}{d \log N} = \beta' \left(\frac{3}{\nu} + \frac{3}{2} \right) - 1. \quad (2.1.23)$$

Effektives Verdampfungskühlen, bei dem die Phasenraumdicke steigt, erfordert also zum einen hohe elastische Stoßraten. Diese erreicht man wegen $R \approx n \sigma v$ durch die Wahl eines günstigen Elementes mit hohem elastischen Streuquerschnitt σ und durch möglichst hohe Atomzahldichten n , für die wiederum die Steilheit des Fallenpotentials entscheidend ist. Zum anderen müssen Stöße mit dem Hintergrundgas so weit wie möglich vermieden werden, was sich in hohe Anforderungen an das die Falle umgebende Vakuum übersetzt (vgl. Abschnitt 3.1).

Im realen Experiment wird die Fallentiefe zumeist nicht wie im Modell angenommen in einem einzigen Schritt, sondern kontinuierlich immer weiter abgesenkt, um eine Verlangsamung des Kühlprozesses zu verhindern. Diese Technik heißt forciertes Verdampfen. Das Verhältnis der elastischen Stoßrate zur Fallenverlustrate muss dabei $\vartheta/R \gtrsim 150$ betragen [DMK95]. Optimierte Potentialtiefen $\varepsilon_t(t)$ werden in [SBH97] berechnet. Ebenda wird gezeigt, dass damit die finale Phasenraumdicke gegenüber der nach exponentiellem Absenken der Fallentiefe erzielten um einen Faktor von $\lesssim 10$ gesteigert werden kann.

Wenn die anfängliche Atomzahldichte hoch genug ist, erreicht man ein *run-away evaporation* genanntes Regime [DM]⁺95], in dem die Atomzahldichte und damit die elastische Stoßrate mit abnehmender Temperatur steigt. Weil dadurch die Effizienz des Verdampfungskühlens zunimmt, wächst die Phasenraumdicke bis zum Einsetzen von Bose-Einstein-Kondensation immer schneller; die parasitären Verluste sind dann besonders gering.

2.2 Magnetfallen

Zum evaporativen Kühlen und zur Bose-Einstein-Kondensation sind verschiedene Typen von Atomfallen erfolgreich eingesetzt worden. Sie unterscheiden sich durch Art der einschließenden Kraft, Potentialgeometrie und Fallentiefe. In Magnetfallen wird als einschließendes Potential die Zeeman-Verschiebung der Energieniveaus spinpolarisierter Atome in einem inhomogenen Magnetfeld genutzt. In optischen

Dipolfallen entsteht das einschließende Potential durch die lokal unterschiedliche Lichtverschiebung der Energieniveaus in einem inhomogenen intensiven nicht-resonanten Lichtfeld. Dipolfallen bieten unter anderem den Vorteil, dass Atome in einem beliebigen Hyperfeinzustand gefangen und mit einem frei wählbaren Magnetfeld manipuliert werden können. Allerdings ist der Einsatz von Lasern mit hoher Leistung notwendig, wenn man Atomverlust durch eine zu geringe anfängliche Falltiefe vermeiden will. So wurden etwa bei der ersten Bose-Einstein-Kondensation in einer Dipolfalle zwei fokussierte CO₂-Laser mit einer Leistung von je 12W verwendet, um eine Falltiefe von 75μK zu erreichen [BSC01].

2.2.1 Quadrupolfalle

Ein neutrales Atom mit einem magnetischen Moment $\boldsymbol{\mu}$ erfährt in einem inhomogenen magnetischen Feld $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ eine konservative Kraft

$$\mathbf{F}_B(\mathbf{r}) = -\nabla(-\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r})). \quad (2.2.1)$$

Richtung und Betrag von $\boldsymbol{\mu}$ werden durch den inneren Zustand des Atomes bestimmt. Für $\mu_B \|\mathbf{B}\| \ll \Delta E_{\text{HFS}}$ ⁶ gilt

$$\boldsymbol{\mu} = -\mu_B g_F \hat{\mathbf{F}}/\hbar \quad (2.2.2)$$

$$\mathbf{F}_B(\mathbf{r}) = -\mu_B g_F m_F \nabla \|\mathbf{B}(\mathbf{r})\| \quad (2.2.3)$$

wobei $\hat{\mathbf{F}}$ der aus der Kopplung von Kernspin und elektronischem Drehimpuls resultierende Gesamtdrehimpuls des Atomes ist. Nach dem Vorzeichen von $g_F m_F$ unterscheidet man starkfeldsuchende (-) und schwachfeldsuchende (+) Zustände. Da im stromfreien Raum jede Komponente von \mathbf{B} die Laplacegleichung erfüllt, weiß man aus der Theorie harmonischer Funktionen, dass $\|\mathbf{B}\|$ im stromfreien Raum kein echtes Maximum haben kann⁷. Daher verwendet man also Magnetfeldkonfigurationen mit einem Minimum, und die Atome werden mit einem zirkular polarisierten Laser in schwachfeldsuchende Zustände gepumpt, üblicherweise in den doppelt polarisierten⁸ Alkali-Grundzustand $|F=I+\frac{1}{2}, m_F=F\rangle$ oder in den maximal gestreckten mit $|F=I-\frac{1}{2}, m_F=-F\rangle$.

Eine einfache Feldkonfiguration mit einem Minimum ist die - ursprünglich von Wolfgang Paul vorgeschlagene [Pau51] - Quadrupolfalle, deren lineares Feld

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^3 \zeta_i r_i \mathbf{e}_i \quad (2.2.4)$$

⁶ d. h. für $5^2\text{S}_{1/2}$ in ^{87}Rb : $\|\mathbf{B}\| \ll 1000$ G

⁷ Desweiteren haben nichtverschwindende Komponenten B_i am $\|\mathbf{B}\|$ -Minimum einen Sattelpunkt.

⁸ Diese Bezeichnung rührt daher, dass $m_I = I$ und $m_J = J = 1/2$.

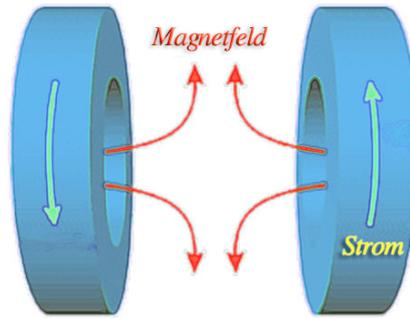


Abb. 2.4: Antihelmholtz-Spulen und Quadrupolfeld

am Betragsminimum bei $r = \mathbf{0}$ verschwindet. Erzeugt wird eine Quadrupolfalle mit Hilfe zweier Spulen in Antihelmholtzkonfiguration (Abb. 2.4). Das Feld eines solchen Spulenpaares ist axialsymmetrisch. Identifizieren wir die Symmetrieachse mit der z -Achse des Koordinatensystems, so folgt aus der Divergenzfreiheit des Magnetfeldes

$$\zeta_x = \zeta_y =: \zeta \quad (2.2.5)$$

$$\zeta_z = -2\zeta. \quad (2.2.6)$$

Der Betrag des Gradienten ζ skaliert mit \mathcal{I}/L , wenn \mathcal{I} der Strom durch die Spulen und L eine typische Länge des Spulensystems ist.

2.2.2 TOP- und QUIC-Falle

Tatsächlich eignet sich ein reines Quadrupolfeld nicht zum Speichern ultrakalter Atome. Solange die Zeitskala, auf der ein gefangenes Atom Änderungen des Magnetfeldes erfährt, groß gegenüber der Larmorfrequenz $\mu B/\hbar$ ist, folgt sein magnetisches Moment der Richtung des Fallenfeldes adiabatisch $\frac{d}{dt}(\boldsymbol{\mu} \cdot \frac{\mathbf{B}}{\|\mathbf{B}\|}) = 0$, das heißt, das Atom verbleibt im gleichen Zeeman-Zustand. Wird diese Bedingung jedoch verletzt, so kann das Atom in andere m_F -Zustände, insbesondere also auch in nicht gefangene Zustände wechseln (nicht-adiabatischer Spin-Flip, Majorana-Spin-Flip). Für typische Geschwindigkeiten $v \lesssim 1 \text{ cm/s}$ und Gradienten $\zeta \sim 100 \text{ G/cm}$ heißt das, dass Atome aus der Falle entweichen können, sobald sie in eine Region gelangen, in der B kleiner wird als etwa 10 mG.

Während die Atome evaporativ gekühlt werden, steigt die Aufenthaltswahrscheinlichkeit in der Nähe des Fallenzentrums so weit an, dass Spin-Flips in einer Falle, deren Feld an seinem Minimum verschwindet, den dominanten Verlustprozess darstellen. Die Quadrupolfalle muss also dahingehend modifiziert werden,

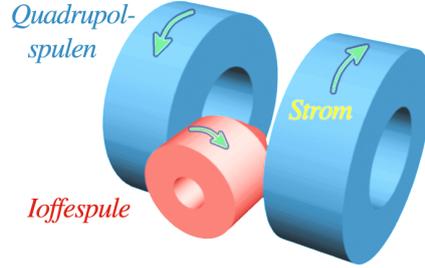


Abb. 2.5: Die Quadrupol-Ioffe-Konfiguration (QUIC)

dass das „Loch“ in ihrer Mitte etwa durch ein an diesem Punkt von Null verschiedenes Offset-Feld verschlossen wird.

In einigen frühen Experimenten wurde dazu mit Hilfe zweier weiterer Spulenpaare ein zeitabhängiges Feld

$$\mathbf{B}_t(\mathbf{r}, t) = B_0 (\cos(\omega t) \mathbf{e}_z + \sin(\omega t) \mathbf{e}_y) \quad (2.2.7)$$

verwendet, dessen Frequenz klein im Vergleich zur Larmorfrequenz $\mu_B B_0$ und groß im Vergleich zu den Fallenfrequenzen (s. u.) ist, typischerweise also im kHz-Bereich liegt. Dann „sieht“ ein gefangenes Atom im Fallenzentrum im zeitlichen Mittel ein Magnetfeld B_0 und in der Umgebung des Fallenzentrums ein zylindrisch harmonisches Potential

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} m (\omega_\rho^2 (x^2 + y^2) + \omega_z^2 z^2). \quad (2.2.8)$$

Hierbei sind die Fallenfrequenzen ω_ρ und ω_z proportional zu $B_0^{-1} \zeta^2$.

Inzwischen setzt sich gegenüber dieser TOP⁹-Falle mehr und mehr die einfache und mit niedrigen Leistungen betreibbare Quadrupol-Ioffe-Konfiguration (QUIC¹⁰-Falle) durch. Bei dieser zuerst in [EBH98] beschriebenen Anordnung wird dem Quadrupolfeld mit Hilfe einer einzigen weiteren Spule, der Ioffespule, näherungsweise ein Dipolfeld

$$\mathbf{B}_I(\mathbf{r}' = \mathbf{r} - x_I \mathbf{e}_x) = \frac{3p x' \mathbf{r}' - p r'^2 \mathbf{e}_x}{r'^5} \quad (2.2.9)$$

senkrecht zur Achse der Antihelmholtzkonfiguration überlagert (Abb. 2.5 und Abb. 2.6). Hier ist das Dipolmoment $\mathbf{p} = p \mathbf{e}_x$ der Ioffespule größenordnungsmäßig gegeben durch $p \sim \mu_0 N_W \mathcal{I} A$ (\mathcal{I} : Strom, A : Querschnittsfläche, N_W Windungszahl), und der Ursprung des Dipolfeldes liegt bei $x_I \mathbf{e}_x$.

⁹ engl. Time averaged Orbiting Potential

¹⁰ engl. QUadrupole and Ioffe Configuration

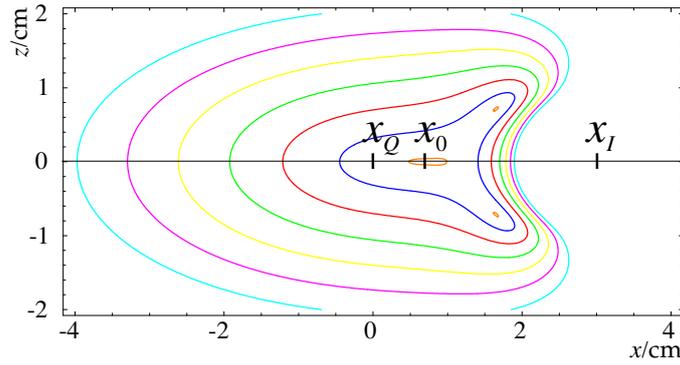


Abb. 2.6: Betrag des idealisierten QUIC-Feldes in der $(x, 0, z)$ -Ebene. Hervorgehoben sind Ort der Ioffespule x_I , Ort des Feldminimums x_0 und Zentrum des Quadrupolfeldes $x_Q=0$. Quadrupol-Gradient und Ioffe-Dipolmoment sind gemäß den von mir gemessenen Werten für unser Spulensystem gewählt (vgl. Abschnitt 4.1). Die sieben gezeichneten Konturen entsprechen 10 G (orange), 100 G (blau), 200 G (rot), 300 G (grün) usw.

Durch geeignete Dimensionierung (B_0 in Gl. (2.2.11) > 0) erhält man zwischen Ioffespule und Quadrupolnullpunkt ein isoliertes, von Null verschiedenes Minimum ($r_0; B_0$) von $\|\mathbf{B}(r)\|$ mit¹¹

$$\mathbf{r}_0 = \left(x_I - \sqrt[4]{-6p/\zeta} \right) \mathbf{e}_x \quad \text{und} \quad (2.2.10)$$

$$\mathbf{B}_0 = -B_0 \mathbf{e}_x = \left(\zeta x_I - \frac{4}{3} \sqrt[4]{-6p\zeta^3} \right) \mathbf{e}_x. \quad (2.2.11)$$

Das Offset-Feld B_0 ist über die geometrischen Abmessungen und den Strom durch die Ioffespule frei einstellbar. Üblicherweise wählt man $B_0 = 1 \text{ G} \dots 2 \text{ G}$ bei maximalem Strom, so dass einerseits der Offset auch bei suboptimaler Kompensation von Streufeldern ausreicht, um Majorana-Flips zu verhindern, und andererseits die Falle hinreichend steil bleibt (s. u.), um effizient evaporativ zu kühlen.

Fallenfrequenzen der QUIC

In der Nähe des Minimums kann das Potential der QUIC-Falle harmonisch genähert werden. In dieser Näherung wird die Form des Fallenpotentials mit Hilfe von zwei Parametern, den Fallenfrequenzen ω_p und ω_z , beschrieben. Die Kenntnis dieser Parameter ist unerlässlich für die Interpretation der experimentellen Ergebnisse. Im folgenden Abschnitt werde ich daher ableiten, wie die Fallenfrequenzen

¹¹ Die Orientierung des Koordinatensystems sei so gewählt, dass $\zeta_x = \zeta > 0$, und die Ioffespule sei so platziert, dass gilt: $x_I > 0$ und $p < 0$.

aus den experimentell bestimmten Parametern des Quadrupol+Dipol-Modells für die QUIC-Falle berechnet werden können.

Der Gradient $\nabla B_I(\mathbf{r}_0)$ des Ioffe-Feldes am Minimum des QUIC-Feldes kann wie folgt auf den Gradienten ζ des Quadrupolfeldes zurückgeführt werden.

Da \mathbf{B} am Minimum in x -Richtung zeigt, gilt

$$\partial_x B_x(\mathbf{r}_0) = 0 \quad (2.2.12)$$

Also müssen die entsprechenden partiellen Ableitungen von Ioffe- und Quadrupolfeld umgekehrt gleich sein, mit anderen Worten

$$\partial_x B_{Ix}(\mathbf{r}_0) = -\zeta . \quad (2.2.13)$$

Weil das Feld der Ioffespule rotationssymmetrisch zur x -Achse ist, gilt weiterhin

$$\partial_y B_{Iy}(\mathbf{r}_0) = \partial_z B_{Iz}(\mathbf{r}_0) . \quad (2.2.14)$$

Mit Gl. (2.2.13) und aufgrund der Maxwell-Gleichung $\text{div } \mathbf{B}_I = 0$ folgt dann

$$\partial_y B_{Iy}(\mathbf{r}_0) = \zeta/2 . \quad (2.2.15)$$

Die Hauptachsen des Magnetfeldes in der Nähe des Minimums sind offensichtlich die Koordinatenachsen. Daher kann $B = \|\mathbf{B}\|$ entwickelt werden, indem man getrennt $B(x_0, y, 0)$, $B(x_0, 0, z)$ und $B(x, 0, 0)$ in der Umgebung des Minimums berechnet. Beginnen wir mit der Entwicklung auf der y -Achse,

$$\begin{aligned} B(x_0, y, 0) &= \|\mathbf{B}(x_0, y, 0)\| = \sqrt{B_0^2 + (\partial_y B_y(\mathbf{r}_0) y)^2 + \mathcal{O}(y^3)} \\ &= B_0 + \frac{9}{8} \zeta^2/B_0 y^2 + \mathcal{O}(y^3) . \end{aligned} \quad (2.2.16)$$

Analog erhält man $B(x_0, 0, z)$. Auf der x -Achse verschwinden die y - und z -Komponenten des Magnetfeldes, daher ist der Betrag des Vektors \mathbf{B} durch den Betrag der x -Komponente gegeben, und somit

$$\begin{aligned} B(x_0 + x, 0, 0) &= |B_x(x_0 + x, 0, 0)| = |B_0 + \frac{1}{2} \partial_{x,x} B_x(\mathbf{r}_0) x^2| + \mathcal{O}(x^3) \\ &= |B_0 + \frac{1}{2} \partial_{x,x} B_{Ix}(\mathbf{r}_0) x^2| + \mathcal{O}(x^3) \quad (2.2.17) \\ &= B_0 + \sqrt[4]{\frac{8}{3} |\zeta^5/p|} x^2 + \mathcal{O}(x^3) , \end{aligned}$$

wobei die Schreibweise $\partial_{x,x} f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$ verwendet wurde. Mit den hergeleiteten Gleichungen (2.2.16) und (2.2.17) können wir nun auch das Potential

$$U(\mathbf{r}) = -\|\boldsymbol{\mu}\| \|\mathbf{B}(\mathbf{r}) - \mathbf{B}_0\| \quad (2.2.18)$$

in der Nähe des Fallenzentrums entwickeln, und erhalten durch Vergleich mit der Standardform des harmonischen Potentials schließlich die gesuchten Fallenfrequenzen $\omega_\rho := \omega_y = \omega_z$ und ω_x zu

$$\omega_\rho = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\|\boldsymbol{\mu}\| \zeta^2}{m B_0}} \quad \text{und} \quad (2.2.19)$$

$$\omega_x = \frac{2}{6^{\frac{1}{8}}} \sqrt{\frac{\|\boldsymbol{\mu}\| |\zeta|^{\frac{5}{4}}}{m |p|^{\frac{1}{4}}}}. \quad (2.2.20)$$

Typischerweise liegt das Offset-Feld im Bereich $B_0 = 1 \text{ G} \dots 2 \text{ G}$, der Gradient beträgt $\zeta = 100 \text{ G/cm} \dots 200 \text{ G/cm}$, und die Fallenfrequenzen sind größenordnungsmäßig $\omega_\rho \sim 2\pi \times 200 \text{ Hz}$, $\omega_x \sim 2\pi \times 20 \text{ Hz}$ (vgl. etwa [EBH98]).

2.2.3 Weitere Typen von Magnetfallen

Es sei erwähnt, dass es neben den hier vorgestellten Magnetfeldkonfigurationen eine Vielzahl anderer Anordnungen gibt, die zum evaporativen Kühlen eingesetzt werden können: Ioffe-Pritchard-Falle, Kleeblatt-Falle, Baseball-Falle usw. [CBY01, Abschnitt 3.1.3; und Referenzen dort].

Eine neuere Entwicklung ist der Atom-Chip (erstes Kondensat im Jahr 2001, [HHHR01]), bei dem das einschließende Magnetfeld durch stromdurchflossene Leiterbahnen auf einem Chip und/oder durch die permanente Magnetisierung eines magnetischen Filmes erzeugt wird. Wegen der kleinen Abmessungen erreicht man hier bereits mit vergleichsweise geringen Strömen sehr hohe Fallenfrequenzen.

2.2.4 Evaporatives Kühlen in Magnetfallen

Zum evaporativen Kühlen müssen selektiv Atome mit höherer als der mittleren Energie aus der Falle entfernt werden. Dazu wird die Falle mit einem elektromagnetischen Feld variabler Frequenz im Radiowellenbereich bestrahlt. Als Beispiel betrachten wir ^{87}Rb -Atome, die im $|F=2, m_F=2\rangle$ Grundzustand gefangen sind. In der Literatur (z. B. [KDSK99]) findet sich meist die folgende Erklärung. Das Radiofrequenzfeld induziert resonante Übergänge vom $|m_F=2\rangle$ -Niveau in den darunterliegenden Zustand mit $|m_F=1\rangle$, und von dort in die ungebundenen Zeeman-Zustände. Die Resonanzbedingung ist erfüllt auf einer geschlossenen Fläche um das Magnetfeldminimum, nämlich genau an den Orten \mathbf{r} , für die die Gleichung

$$\hbar\omega_{\text{RF}} = |g_F| \mu_B B(\mathbf{r}) \quad (2.2.21)$$

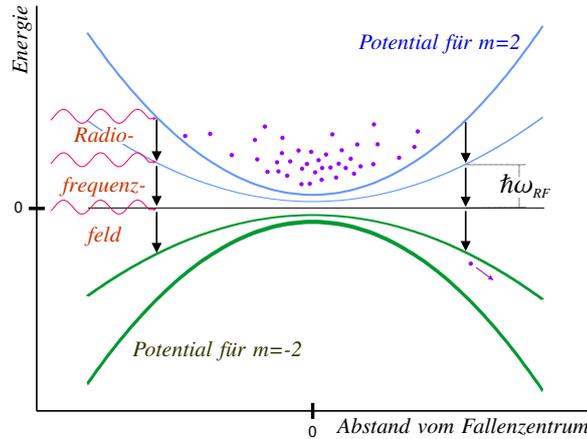


Abb. 2.7: Evaporatives Kühlen mit Radiowellen, hier für einen Zustand mit $g_F > 0$. Grenzwert niedriger Intensität.

zutritt. Alle Atome, deren Energie den Wert $|m_F|\hbar\omega_{\text{RF}}$ übersteigt, erreichen diese Fläche und werden aus der Falle entfernt (vgl. Abb. 2.7); das effektive Fallenpotential ist also bei $U - U_0 = |m_F|(\hbar\omega_{\text{RF}} - |g_F|\mu_B B_0)$ gekappt. Durch das fortschreitende Absenken der Radiofrequenz realisiert man forciertes Verdampfungskühlen in der Magnetfalle (vgl. Abschnitt 2.1.2).

Dieses gängige Modell des RF-Kühlens beschreibt die physikalische Situation bei den tatsächlich verwendeten Leistungen im Bereich von einigen Watt nur unzureichend. Im Bild resonanter Übergänge zwischen atomaren Energieniveaus erwartet man eine echte Population der Zustände mit $|m_F| \leq 1$ und eine nichtverschwindende Wahrscheinlichkeit, dass ein Atom die durch Gl. (2.2.21) bestimmte Fläche quert und dennoch im gefangenen Zustand verbleibt. Tatsächlich werden jedoch alle Atome, deren Energie ausreicht, in den nicht gefangenen $|m_F = -2\rangle$ -Zustand transferiert. Für hohe RF-Intensitäten kann die physikalische Realität daher besser im Bild der *dressed states* beschrieben werden. Dazu quantisiert man auch das elektromagnetische Feld und beschreibt das System dementsprechend in der Basis der Produktzustände

$$|m_F, n - m_F\rangle = |m_F\rangle \otimes |n - m_F\rangle. \quad (2.2.22)$$

$|m_F\rangle$ steht dabei für einen Zeemanzustand des Atomes, und $|n - m_F\rangle$ beschreibt den Eigenzustand des elektromagnetischen Feldes zum Energieeigenwert $(n - m_F + 1/2)\hbar\omega_{\text{RF}}$, wobei wir annehmen, dass die RF-Welle im wesentlichen mit einer Mode beschrieben werden kann. Diese Produktzustände sind in Abb. 2.8a

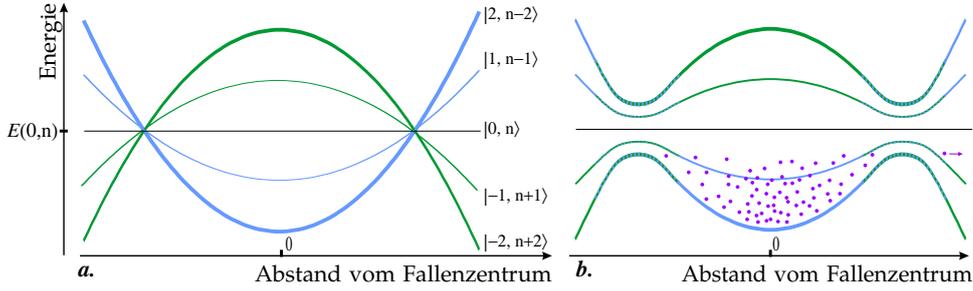


Abb. 2.8: Radiofrequenz-Kühlen im Bild der *dressed atoms*. Erläuterung im Text.

dargestellt. Berücksichtigt man jetzt die Wechselwirkung, so wird die Entartung an den Kreuzungspunkten aufgehoben, und es ergeben sich als adiabatische Eigenzustände für ein langsames Atom Mischzustände der Form

$$|\phi_j\rangle_{\mathbf{r}} = \sum_{m_F} \alpha(j, m_F, \mathbf{r}) |m_f, n - m_F\rangle \quad (2.2.23)$$

mit Energieeigenwerten $E_j(\mathbf{r}) = E(0, n) + \hbar\Omega_j$, wobei die Ω_j durch die Übergangsmatrixelemente zwischen den Zeeman-Niveaus, die Intensität der RF-Welle und die Verstimmung $\delta(\mathbf{r}) = g_F\mu_B B(\mathbf{r}) - \hbar\omega_{\text{RF}}$ gegeben sind. Bei großer Verstimmung gehen die Zustände asymptotisch in die reinen Produktzustände über. Damit ergeben sich die Potentialverläufe in Abb. 2.8b. Für hohe Intensitäten ist die Aufspaltung groß, und die adiabatische Entwicklung des Systems folgt diesen Potentialkurven. Die in $|F=2, m_F=2\rangle$ gefangenen Atome, deren Energie groß genug ist, die Falle zu verlassen, werden also wie in Abb. 2.8b dargestellt adiabatisch in den ungefangenen Zustand $|F=2, m_F=-2\rangle$ transferiert.

2.3 Bose-Einstein-Kondensation

2.3.1 Ideale Gase

Bosonen, also quantenmechanische Objekte mit ganzzahligem Spin, unterliegen dem Prinzip, dass die Wellenfunktion eines Mehrteilchenzustandes symmetrisch unter Permutation identischer Teilchen ist. Für ein ideales Gas N nicht wechselwirkender Teilchen, schlägt sich das darin nieder, dass die mittlere Zustandsbesetzung der Bose-Einstein-Verteilung

$$f_B(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/k_B T} - 1} \quad (2.3.1)$$

folgt (z. B. [Kit76]). ε ist dabei die Einteilchenenergie eines nicht entarteten Zustandes, μ das chemische Potential. Die Energie des Grundzustandes sei mit ε_0 bezeichnet, dann gilt $\mu \leq \varepsilon_0$. Im folgenden sei $\varepsilon_0 = 0$ angenommen. Das chemische Potential wird dann bestimmt durch

$$f_B(\varepsilon = 0) + \sum_{\varepsilon > 0} f_B(\varepsilon) = N. \quad (2.3.2)$$

Damit diese Gleichung im Grenzwert niedriger Temperaturen erfüllt ist, muss offensichtlich μ gegen 0 gehen. Auf der linken Seite von Gl. (2.3.2) bleibt dann nur der erste Term von 0 verschieden. Das heißt, es tritt eine makroskopische Besetzung des Grundzustandes auf, $N_0 = f_B(\varepsilon_0) \rightarrow N$, während alle anderen Zustände nur schwach besetzt sind. Dieses Phänomen trägt den Namen Bose-Einstein-Kondensation (BEC), da es zum ersten Mal 1925 von Einstein in einer auf Boses Arbeit zur Quantenstatistik der Photonen aufbauenden Veröffentlichung vorhergesagt wurde¹² [Bos24, Ein24, Ein25].

Aus Gl. (2.3.2) lässt sich nun ein Kriterium für Bose-Einstein-Kondensation ableiten. Indem man die Verteilung der diskreten quantenmechanischen Zustände durch eine kontinuierliche Zustandsdichtefunktion approximiert, überführt man die Summe in ein Integral und erhält – hier für ein 3D-Kastenpotential – eine Gleichung der Art

$$\frac{N}{V} = \frac{N_0}{V} + \frac{g_{3/2}(\exp(\mu/k_B T))}{\lambda_{dB}^3}. \quad (2.3.3)$$

Dabei ist $g_\nu(z) = \sum_{t=1}^{\infty} z^t t^{-\nu}$. Der Phasenübergang ist im thermodynamischen Limes gekennzeichnet durch

$$\mu \xrightarrow{T \rightarrow T_c} 0 \quad \text{und} \quad \mu \neq 0 \quad \text{für} \quad T > T_c \quad \text{einerseits und} \quad (2.3.4)$$

$$N_0 \xrightarrow{T \rightarrow T_c} 0 \quad \text{und} \quad N_0 \neq 0 \quad \text{für} \quad T < T_c \quad \text{andererseits.} \quad (2.3.5)$$

Damit erhält man aus Gl. (2.3.3) für den kritischen Punkt die Phasenraumdichte

$$\varrho_{ps} = N/V \lambda_{dB}^3 = g_{3/2}(1) \approx 2,6124 \quad (2.3.6)$$

Zu einem ähnlichen Ergebnis gelangt man für ein ideales Gas in einem dreidimensionalen harmonischen Oszillator oder in einem anderen Fallenpotential.

Gleichung (2.3.6) lässt sich anschaulich als Kohärenzbedingung auffassen. Dies führt zu einem erweiterten Verständnis von Bose-Einstein-Kondensation: Wenn

¹² Einstein hat bei der Übersetzung von Boses Artikel gleich die Anmerkung hinzugefügt: „Boses Ableitung der Planckschen Formel bedeutet nach meiner Meinung einen wichtigen Fortschritt. Die hier benutzte Methode liefert auch die Quantentheorie des idealen Gases, wie ich an anderer Stelle ausführen will.“

die Ausdehnung der Atom-Wellenpakete, also die de-Broglie-Wellenlänge, größer wird als der interatomare Abstand, bildet sich eine gemeinsame Phase aus, und das Gas kondensiert in die dem Einteilchen-Grundzustand entsprechende kohärente Feldmode.

2.3.2 Gase mit Wechselwirkungen

In realen Gasen gibt es Wechselwirkungen zwischen den Teilchen. Dies führt dazu, dass Quanteneffekte wie die Bose-Einstein-Kondensation niemals in Reinform zu beobachten sind. So verbleibt aufgrund der Wechselwirkung in realen Gasen selbst bei verschwindender Temperatur ein Teil der Atome in angeregten Zuständen (*quantum depletion*). Des weiteren verschiebt sich der Phasenübergang - für den relevanten Fall abstoßender Wechselwirkung - geringfügig zu niedrigeren Temperaturen.

Ein wechselwirkendes Vielteilchensystem wird in zweiter Quantisierung durch den Hamilton-Operator

$$\hat{H} = \int \hat{\Psi}^+(\mathbf{r}, t) \left(-\frac{\hbar\Delta}{2m} + U_{\text{Falle}}(\mathbf{r}) \right) \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) d^3r + \frac{1}{2} \int \hat{\Psi}^+(\mathbf{r}, t) \hat{\Psi}^+(\mathbf{r}', t) V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}', t) \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) d^3r d^3r' \quad (2.3.7)$$

beschrieben. In verdünnten Gasen ist die Reichweite der Wechselwirkung V wesentlich kleiner als der mittlere interatomare Abstand, und wir können V als lokales Potential betrachten. Bei niedrigen Temperaturen trägt darüber hinaus nur s -Wellen-Streuung bei [PS02, Kap. 5]. Daher verwenden wir als effektive Zweikörperwechselwirkung den Fermi-Ansatz

$$V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = g \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') , \quad (2.3.8)$$

und g ist gegeben durch die s -Wellen-Streulänge $a_s \ll n^{-1/3}$ gemäß

$$g = 4\pi\hbar^2 a_s / m . \quad (2.3.9)$$

Für $a_s > 0$ liegt abstoßende und für $a_s < 0$ anziehende Wechselwirkung vor. Das bosonische System wird dann beschrieben durch eine nichtlineare Schrödinger-Gleichung, die Gross-Pitajevskij-Gleichung (GPG)

$$i\hbar \partial_t \phi(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar\Delta}{2m} + U_{\text{Falle}}(\mathbf{r}) + g|\phi(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \phi(\mathbf{r}, t) . \quad (2.3.10)$$

ϕ ist die „Wellenfunktion des Kondensates“ $\phi(\mathbf{r}, t) = \langle \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) \rangle$, wobei „ $\langle \cdot \rangle$ “ für das statistische Mittel steht. Die Herleitung der GPG und Genaueres zur Bedeutung

ihrer Lösungen findet man zum Beispiel in [CBY01, Kap. 8f.]. Für unsere Zwecke genügt es, die Lösung als gemeinsame Wellenfunktion aller Atome im Kondensat zu betrachten. Bei Vernachlässigung der nichtkondensierten Atome ist das Absolutquadrat von ϕ genau die Atomzahldichte n .

Die Wechselwirkungsenergie ε_{ww} eines Atomes im Kondensat ist dementsprechend gegeben durch $\varepsilon_{ww} = 4\pi\hbar^2 n a_s/m$. Für negative Streulängen, also attraktive Wechselwirkung ($\varepsilon_{ww} < 0$), nimmt diese Energie mit zunehmender Atomzahldichte immer weiter ab, so dass das Kondensat instabil ist: die Dichte steigt, bis das Gas durch inelastische Spinaustausch-Stöße und Drei-Körper-Rekombination kollabiert.¹³

Grundzustand in der Thomas-Fermi-Näherung

Um den Grundzustand eines Kondensates mit $a_s > 0$ in einer Falle zu berechnen, betrachtet man die zeitunabhängige Gross-Pitajevskij-Gleichung

$$\mu \phi(\mathbf{r}) = \left(-\frac{\hbar^2 \Delta}{2m} + U_{\text{Falle}}(\mathbf{r}) + g|\phi(\mathbf{r})|^2 \right) \phi(\mathbf{r}), \quad (2.3.11)$$

im Grenzwert starker Wechselwirkung oder gleichbedeutend großer Atomzahlen, wenn gn groß gegen die kinetische Energie ist. Man vernachlässigt dann den ersten Term auf der rechten Seite von Gl. (2.3.11) und erhält als Lösung für $n = |\phi|^2$

$$n_{\text{TF}}(\mathbf{r}) = \begin{cases} \frac{\mu - U(\mathbf{r})}{g} & \text{falls } U(\mathbf{r}) < \mu \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2.3.12)$$

Für ein harmonisches Potential ergibt sich also die Atomzahldichte als eine nach unten geöffnete Parabel bzw. deren dreidimensionales Äquivalent. Die Thomas-Fermi-Lösung beschreibt insbesondere das Verhalten am Rand offensichtlich nicht richtig und hat auch sonst eine Reihe von Schwächen [CBY01, S. 725f.]. Sie erklärt jedoch anschaulich die Form der Überhöhung der Atomzahldichte im Fallenzentrum bei der Bose-Einstein-Kondensation eines Alkali-Gases in einer Falle. Tritt im Experiment diese parabelförmige Atomzahlspitze beim Kühlen aus dem Zentrum der gaußförmigen thermischen Wolke heraus, so ist dies ein sicheres Kennzeichen dafür, dass Bose-Einstein-Kondensation erreicht wurde.

¹³ Tatsächlich können in einer Falle Kondensate atomarer Spezies mit $a_s < 0$ bis zu einer Teilchenzahl der Größenordnung $a_{\text{Falle}}/|a_s|$ stabil sein [BSH97].

Anregungen des Kondensates

Schon kurz nach der ersten Verwirklichung von Bose-Einstein-Kondensation wurden umfassende Studien zu den Anregungen des Kondensates durchgeführt. Eine Nichtgrundzustands-Lösung der Gross-Pitajevskij-Gleichung nennt man Normalmode oder Elementaranregung. Die kohärente Anregung vieler Quasipartikel bei der Frequenz einer Normalmode führt zu kollektiven Oszillationen oder zu propagierenden Dichtemodulationen (Schall) im Kondensat. Schwerpunktsoszillationen und Form-Schwingungen zählen zu den ersten beobachteten solchen Anregungen [JEM⁺96, MAD⁺96]. Im Jahr 1999 konnte erstmals die für ein Superfluid typische Bildung von Vortices beobachtet werden [MAH⁺99]; und in der jüngeren Vergangenheit ist es auch gelungen, Anregungen zu beobachten, an denen die nichtlineare Natur der Gross-Pitajevskij-Gleichung deutlich zu Tage tritt: dunkle und helle Solitonen [BBD⁺99, SPTH02]. Da die Zielsetzung unseres Experiments eine andere ist, sei für die theoretische Behandlung auf die umfangreiche Literatur zu diesem Thema verwiesen [PS02, Kap. 7, 9; und Referenzen dort].

2.4 Binäre Kondensate – Rubidium und Cäsium

Das Bonner Experiment zur Bose-Einstein-Kondensation hat das Ziel, die Wechselwirkung zwischen ultrakaltem Rubidium 87 und Cäsium 133 zu untersuchen. Insbesondere soll versucht werden, ein binäres Kondensat von Cäsium und Rubidium herzustellen, und es soll der Einfluss weniger, im Idealfall einzelner Cäsiumatome auf ein Rubidium-Kondensat beobachtet werden.

2.4.1 Cäsium

Grundzustand und angeregter Zustand der D2-Linie von Cäsium (Abb. 2.9) ähneln qualitativ den entsprechenden Niveaus in Rubidium (Abb. 2.2). Der wesentliche Unterschied liegt darin, dass der größere Kernspin $I=7/2$ mit dem elektronischen Gesamtdrehimpuls zu größeren Hyperfeinspins F koppelt: der Grundzustand $6^2S_{1/2}$ hat $F=3$ und $F=4$, der angeregte Zustand $6^2P_{3/2}$ hat $F'=2 \dots 5$. Dadurch hat ^{133}Cs auch eine größere Zahl an Zeeman-Niveaus.

Cäsium zeichnet sich unter den Alkalimetallen durch eine Reihe von Besonderheiten aus. So kann Cäsium nicht auf dem konventionellen, in Abschnitt 2.1 beschriebenen Weg zur Kondensation gebracht werden, weil die Verlustrate durch inelastische Zweikörperstreuung für niedrige Temperaturen drei ($|F=4, m_F=4\rangle$, [SGOD⁺98]) bzw. zwei ($|F=3, m_F=-3\rangle$, [GOSDD98]) Größenordnungen höher

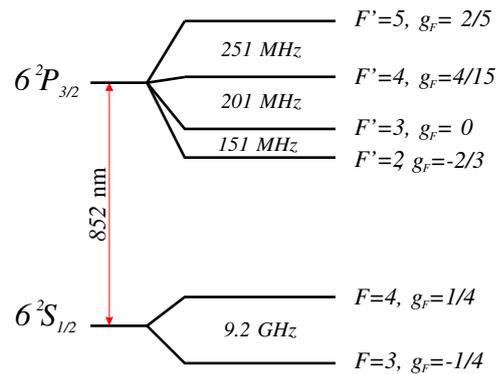


Abb. 2.9: Niveauschema des D2-Überganges in ^{133}Cs ; nicht maßstabsgetreu. Die Frequenz des Hyperfeinüberganges zwischen den beiden Grundzuständen des Cäsium dient zur Definition der Sekunde, ihr genauer Wert ist $\nu = 9,192631770$ GHz.

liegt als bei den leichten Alkaliatomen. Dies ist eng mit der Tatsache verbunden, dass die Streulänge in Abhängigkeit vom Magnetfeld bei niedrigem B eine breite und mehrere sehr schmale (Feshbach-)Resonanzen aufweist [CVKC00]. Wenn eine optische Falle verwendet wird, bietet sich aufgrund der Resonanzen die Möglichkeit, die Stärke der elastischen Cs-Cs-Wechselwirkung über das angelegte Magnetfeld gezielt einzustellen. Mit dieser Methode ist kürzlich erstmalig Bose-Einstein-Kondensation in Cäsium erreicht worden [WHM⁺02].

2.4.2 Sympathetisches Kühlen

Das sympathetische Kühlen ist eine Technik, um die Temperatur einer atomaren Spezies, die nur schlecht evaporativ gekühlt werden kann, bis in den Bereich der Quantenentartung abzusenken. Dazu benutzt man eine andere Sorte von Atomen, die mit hoher Atomzahl gefangen werden kann und die günstige Eigenschaften für Verdampfungskühlen aufweist. Die Idee des sympathetischen Kühlens besteht nun darin, beide Atomsorten am gleichen Ort zu fangen und die eine unter geringem Verlust von Atomen der anderen zu verdampfen. Wenn die beiden Atomsorten aufgrund von Interspezies-Stößen annähernd im thermischen Gleichgewicht verbleiben, kühlt das Verdampfen der einen die andere mit (Abb. 2.10). Diese ursprünglich zum Kühlen von Ionen entwickelte Methode wurde im Bereich neutraler Atome zum ersten Mal 1997 für die zwei verschiedenen Hyperfeinzustände von ^{87}Rb angewandt¹⁴ [MBG⁺97]. Mittlerweile ist die Technik erfolgreich zum Kühlen eines anderen Isotopes des gleichen Elementes [TSM⁺91] und zum Kühlen

¹⁴ $|F=1, m_F=-1\rangle$ wurde mit Hilfe von $|F=2, m_F=2\rangle$ gekühlt.

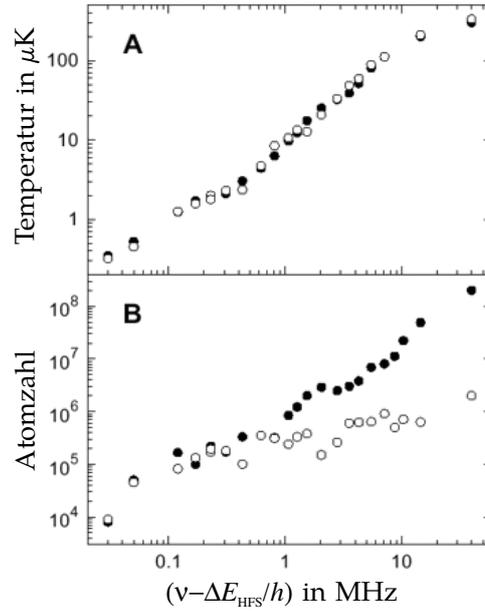


Abb. 2.10: Entwicklung der Temperatur (A) und der Atomzahl (B) beim sympathetischen Kühlen von ^{41}K (\circ) mit ^{87}Rb (\bullet) als Funktion der Mikrowellen-Frequenz ν am Ende des forcierten Verdampfens; Abbildung aus [MFR⁺01].

eines anderen Elementes eingesetzt worden [MFR⁺01].

Für den Erfolg des sympathetischen Kühlens von ^{133}Cs mit ^{87}Rb ist es wichtig, dass der Verlust an Cäsiumatomen beim Verdampfen von Rubidium gering bleibt, selbst wenn die Cäsiumatome anfangs heißer sind als die Rubidiumatome. Verwendete man wie in Abschnitt 2.2.4 beschrieben beim sympathetischen Kühlen ebenfalls einen Radiofrequenz-Übergang, so würde man Rubidiumatome mit Energie $E=2\hbar\omega_{\text{RF}}$ und Cäsiumatome mit Energie $E=4\hbar\omega_{\text{RF}}$ aus der Falle entfernen ($|\Delta m| \leq 1$). Da man insbesondere am Anfang des Kühlprozesses noch nicht von perfekter Thermalisierung ausgehen kann, benutzt man, um Verlust von Cs zu vermeiden, stattdessen den Mikrowellen-Übergang in das andere Hyperfein-niveau des Grundzustandes von Rubidium,

$$|F=2, m_F=2\rangle \longrightarrow |F=1, m_F=1\rangle, \quad (2.4.1)$$

bei 6,8 GHz. Das Vorzeichen von $\mu \cdot B$ ändert sich hier aufgrund des unterschiedlichen Vorzeichens von g_F , so dass die Atome auch nach einem solchen Übergang aus der Falle entweichen.

Ob das sympathetische Kühlen von ^{133}Cs mit ^{87}Rb gelingt, wird sich daran entscheiden, ob die Streulänge und damit der elastische Wirkungsquerschnitt für

Rubidium-Cäsium-Stöße groß genug ist, um die Thermalisierung der Mischung zu gewährleisten. Die Streulänge a_s^{RbCs} ist bisher nicht hinreichend bekannt, weshalb wir planen, diesen Parameter an unserem Experiment in separaten Messungen zu bestimmen. Details hierzu finden sich in der Diplomarbeit von Bernhard Klöter [Kl03].

2.4.3 Binäre Kondensate

Die Erzeugung eines binären Kondensates von Rubidium und Cäsium verspricht eine Reihe interessanter Beobachtungen. Die Eigenschaften des Ensembles sind dann nicht mehr nur durch das Fallenpotential und durch Stöße unter Atomen der gleichen Spezies gegeben, sondern auch durch die Wechselwirkung zwischen Rubidium und Cäsium. In der *mean-field*-Näherung wird dies durch ein gekoppeltes System von Gross-Pitajevskij-Gleichungen (s. o.) beschrieben [MMA99]:

$$i\hbar \partial_t \phi_1(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar\Delta}{2m_1} + U_1(\mathbf{r}) + g_1 |\phi_1(\mathbf{r}, t)|^2 + g_{12} |\phi_2(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \phi_1(\mathbf{r}, t) \quad (2.4.2a)$$

$$i\hbar \partial_t \phi_2(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar\Delta}{2m_2} + U_2(\mathbf{r}) + g_2 |\phi_2(\mathbf{r}, t)|^2 + g_{12} |\phi_1(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \phi_2(\mathbf{r}, t). \quad (2.4.2b)$$

Hierbei sind alle Bezeichnungen analog zu Gl. (2.3.10), und

$$g_{12} = 2\pi\hbar^2 a_s^{12} \frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}. \quad (2.4.2c)$$

Die Kopplung zwischen den beiden Systemen lässt eine Vielzahl interessanter Phänomene erwarten, so kann zum Beispiel eine Spezies aus dem Fallenzentrum verdrängt werden und eine Hülle um die Atome der anderen Sorte formen, die dadurch zusätzlich komprimiert werden [PB98]. [MMA99] sagt messbare Effekte von nur 8 Cäsiumatomen auf die Dichteverteilung von 6000 Rubidiumatomen voraus¹⁵.

Im letzten Kapitel dieser Arbeit (Kap. 5) zeige ich, wie im Grundzustand des binären Kondensates die Verteilung von Cäsium und Rubidium von der Rubidium-Cäsium-Streulänge a_s^{RbCs} und den Atomzahlen N_{Rb} und N_{Cs} abhängt.

¹⁵ Dieses Ergebnis hängt jedoch stark von der wie schon erwähnt nur sehr ungenau bekannten Streulänge ab.

3. Experimenteller Aufbau

Während des größten Teils meiner Zeit am Bonner BEC-Experiment habe ich am Umbau und an der Verbesserung des experimentellen Apparates mitgearbeitet. Teil dieser Arbeit waren unter anderem

- Konstruktion, Ausheizen und Inbetriebnahme eines neuen Vakuumsystems,
- Aufbau und Justage der magnetooptischen Fallen,
- Ersetzen des alten Schaltnetztes durch ein zu diesem Zweck umgebautes Linearnetzgerät,
- Austausch der Stromsteuerungselektronik für die Magnetfalle,
- Entwicklung und Anfertigung einer regelbaren Stromversorgung und eines Sensorsystems mit Ansteuer- und Ausleseelektronik für die Kompensation externer Magnetfelder,
- Entwurf einer Abschirmung zum Schutz der Magnetfalle gegen resonantes Streulicht,
- Konstruktion eines neuen Überwachungssystems für die Laserleistung,
- Vermessung und Korrektur des QUIC-Magnetfeldes.

Im folgenden Kapitel werde ich den aktuellen experimentellen Aufbau und insbesondere die von uns eingeführten Verbesserungen dokumentieren. Damit mag dieses Kapitel der Diplomarbeit auch als Referenz für die zukünftige Arbeit am Experiment dienen.

3.1 Vakuum-System

Eine der wesentlichen technischen Herausforderungen beim Aufbau eines Experimentes zur Bose-Einstein-Kondensation besteht im Erzielen eines Ultrahochvakuums (UHV) mit einem Hintergrundgasdruck von weniger als 10^{-11} mbar. Da

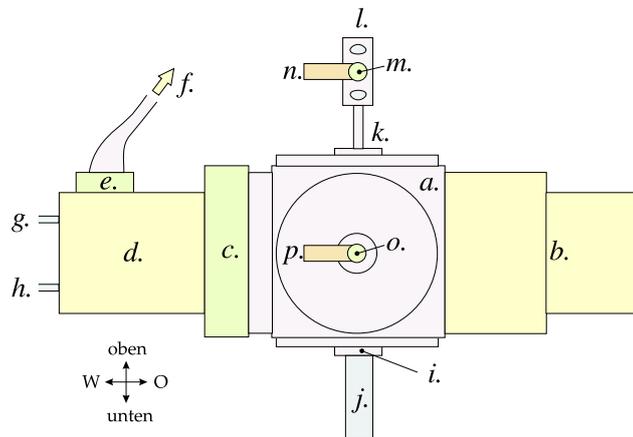


Abb. 3.1: Seitenansicht der Vakuumkammer (nicht maßstabsgetreu). (a.) Würfel $6 \times \text{CF150}$; (b.) Getterpumpe; (c.) Ganzmetallventil; (d.) Turbomolekularpumpe; (e.) Elektrisches Ventil, schließt bei Stromausfall; (f.) Anschluss Vorvakuum; (g.) Stickstoff-Zuleitung für Notbelüftung; (h.) Unterbrechungsfreie Stromversorgung für Turbopumpe; (i.) HelicoFlex[®]-Dichtung; (j.) Glaszelle für UHV-MOT und Magnetfalle; (k.) Röhren zum differentiellen Pumpen; (l.) Oktogon mit Glasfenstern für VC-MOT (vgl. Abschnitt 3.3.3); (m.) Ventil zur Regelung des ^{87}Rb -Flusses; (n.) Rubidiumreservoir mit ^{87}Rb und ^{85}Rb ; (o.) Ventil zur Regelung des ^{133}Cs -Flusses; (z. Zt. verschlossen); (p.) ^{133}Cs -Reservoir mit z. Zt. verschlossener Cs-Ampulle. Nicht sichtbar: Ventil und Flansch für Turbopumpe am Oktogon (Ausheizen); Druckmessröhre Ionivac[®] IE 514 an der N-Seite des Würfels.

im Regelfall Stöße mit dem Hintergrundgas die Lebensdauer der Magnetfalle bestimmen, schlägt jede Verbesserung (oder Verschlechterung) des Vakuums direkt auf die für das evaporative Kühlen verfügbare Experimentierzeit durch (vgl. Abschnitt 2.1.2).

Nach der Demontage des ersten in [Her01] beschriebenen Vakuumsystems, mit dem ein hinreichend niedriger Druck nicht erreicht werden konnte, wurde das Design grundlegend verändert. Das entscheidende Problem zu kleiner Pumpquer-schnitte wurde durch den Austausch des zentralen Verbindungselementes behoben: das Herzstück der Vakuumapparatur (Abb. 3.1) ist jetzt nicht mehr ein sechs-armiges Kreuz sondern ein unmagnetischer Edelstahlwürfel mit sechs CF150¹-Flanschen.

In der Ebene des Würfels sind die beiden Vakuumpumpen angeflanscht. An der einen Seite (W) ist über ein mechanisches Ganzmetallventil eine magnetge-

¹ Metalldichtungs-UHV-Flansch mit Nennweite 150 mm, kompatibel mit Varian ConFlat[®].

lagerte Turbomolekularpumpe (Pfeiffer TCM180) mit einer Pumprate von 180 l/s bei einer Rotationsfrequenz von 843 Hz angeschlossen, deren Vordruck von etwa 10^{-3} mbar von einer Membranpumpe und einer weiteren Molekularpumpe erzeugt wird. Die Turbopumpe dient zum mechanischen Abpumpen schwererer Atome und Moleküle; sie kann insbesondere H_2 -Moleküle nur schlecht aus der Apparatur entfernen, weil diese aufgrund ihrer geringen Masse eine sehr hohe thermische Geschwindigkeit haben, wodurch die relative Geschwindigkeitsänderung beim Stoß mit den Rotorblättern gering ist. Daher wird als zweite Pumpe auf der gegenüberliegenden Seite (O) eine *Nonevaporable Getter Pump* (NEG-Pumpe, SAES SORB-AC[®]) eingesetzt. In dieser Pumpe befindet sich als aktives Gettermaterial eine Zr-V-Fe-Legierung. Nach Aktivierung entfernt die Getterpumpe über einen dreistufigen Prozess aus Oberflächendissoziation, Sorption und Diffusion Restgase aus dem Vakuum. Wasserstoff wird dabei reversibel im Metall gelöst, während andere Elemente (C, O, N) irreversibel chemisch gebunden werden. Sie bilden auf der Getter-Oberfläche extrem stabile Zirkon-Verbindungen mit äußerst niedrigem Dampfdruck.

An der N-Seite des Würfels befindet sich ein Ionisationssensor vom Typ Leybold Ionivac[®] IE 514, mit dem der Druck in der Vakuumkammer in einem Bereich von 2×10^{-12} mbar bis $9,98 \times 10^{-5}$ mbar bestimmt werden kann. Der Sensor muss beim Betrieb des Experimentes ausgestellt werden, da die verursachten Felder den Atomtransfer von der ersten in die zweite magnetooptische Falle (Abschnitt 3.3.4) beeinträchtigen. An der S-Seite des Würfels ist über ein Ventil zur späteren Regelung des Cs-Atomflusses ein Wellbalg mit einer zur Zeit noch nicht aufgebrochenen Cäsiumampulle angeschlossen. Auf der Oberseite des Würfels befindet sich ein dünnes Röhrchen mit einem Innendurchmesser von 3 mm und einer Länge von 8 mm. Durch den geringen Querschnitt des Röhrchens kann zwischen seinen beiden Enden ein Druckgefälle von einigen Zehnerpotenzen aufrechterhalten werden. Das Röhrchen endet in einem Oktogon mit zwei großen Fenstern, fünf kleinen Glasfenstern, dem Rubidiumreservoir und einem Anschluss für eine weitere Turbopumpe, der beim Ausheizen genutzt wird.

Den bisher beschriebenen Teil der Vakuumapparatur haben wir bei einer Temperatur von 170 . . . 210 °C ausgeheizt². Sodann wurde die Apparatur mit Stickstoff geflutet, und an der Unterseite des Würfels wurde über eine HelicoFlex[®]-Glas-Metall-Verbindung die Hauptexperimentierkammer in Gestalt einer Glaszelle mit 3 cm Seitenlänge und 11 cm Höhe angebracht. Dann haben wir die gesamte Appa-

² Hitzeunempfindliche Teile wurden zudem vor der Montage in einem Vakuumofen ausgeglüht.

3. Experimenteller Aufbau

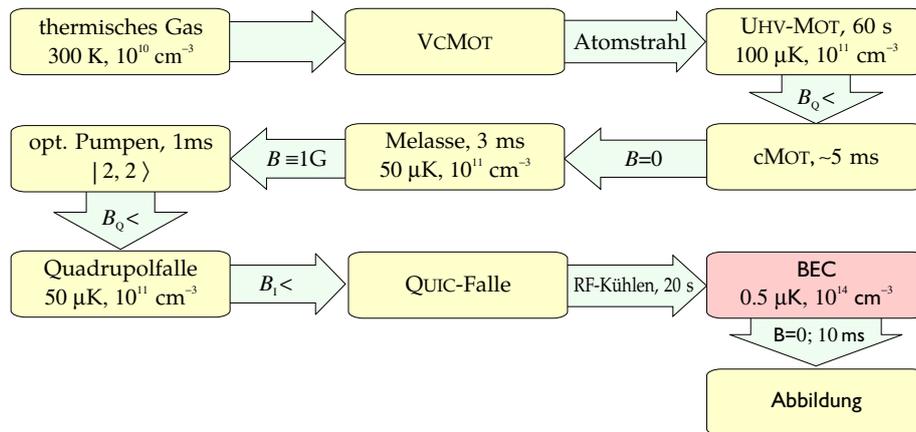


Abb. 3.2: Vereinfachte experimentelle Sequenz zur Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensates. Angaben in s bezeichnen die Dauer eines bestimmten Regimes, Angaben in K bezeichnen die jeweilige Temperatur, und Angaben in cm^{-3} bezeichnen die jeweilige Atomzahldichte. Nähere Erläuterung im Text.

ratur noch einmal bei 120°C ausgeheizt und die Getter-Pumpe durch Erhitzen auf 450°C reaktiviert. Die Glas-Metall-Verbindung wies ein Leck bei ca. 7×10^{-11} mbar auf, das mit Vakuumkleber abgedichtet werden konnte. Schließlich haben wir die Glasampulle des Rubidiumreservoirs zerbrochen. Im oberen Teil der Apparatur wird seither der Druck im wesentlichen durch den Raumtemperaturdampfdruck von Rubidium bestimmt (4×10^{-7} mbar), wobei ein gewisser Einstellbereich durch das Ventil zwischen Oktogon und Rb-Reservoir gewährleistet ist. Im Moment verwenden wir dort einen Druck von 10^{-8} mbar. Der Druck im unteren Teil der Vakuumapparatur beträgt seit dem Abschluss der Arbeit am Vakuumssystem stabil 7×10^{-12} mbar.

3.2 Der Weg zum Kondensat

Bevor ich die Komponenten der BEC-Apparatur im einzelnen beschreibe, möchte ich kurz den geplanten „Weg der Atome zum Bose-Einstein-Kondensat“ skizzieren (Abb. 3.2).

Die Rubidiumatome sublimieren aus dem Rubidiumreservoir in das Hintergrundgas der oberen Vakuumkammer. Hier fängt und kühlt eine magnetooptischen Falle, die *vapour charged magneto-optical trap* (VCMOT), die Atome mit der niedrigsten Energie. Dann schiebt ein weiterer Laserstrahl, der Transferlaserstrahl, die solcherart gesammelten Atome durch das Verbindungsrohrchen in die

zweite magnetooptische Falle (UHV-MOT), die in der Glaszelle im UHV-Bereich der Apparatur betrieben wird (vgl. Abschnitt 3.3.4). Der Hintergrunddruck im Ultrahochvakuum bleibt dabei praktisch unbeeinträchtigt. Nachdem die UHV-MOT in etwa 60 s vollständig geladen ist, wird sie durch Hochrampen des Magnetfeldes komprimiert (CMOT). Dann wird das Magnetfeld abgeschaltet, und eine optische Melasse kühlt die Wolke in 3 ms noch um einen Faktor zwei bis drei ab. Daraufhin werden die Atome in den $|F=2, m_F=2\rangle$ -Zustand gepumpt, indem unter Anlegen eines homogenen Magnetfeldes von etwa 1 G für 1 ms ein σ_+ -polarisierter Laser auf dem Übergang $|F=2\rangle \rightarrow |F'=3\rangle$ eingestrahlt wird. Jetzt wird die Quadrupolmagnetfalle eingeschaltet und durch langsames Hochfahren des Ioffefeldes in die QUIC-Falle konvertiert. Schließlich werden die Atome durch Einstrahlen einer Radiofrequenzrampe während etwa 20 s evaporativ gekühlt, bis der Phasenübergang eintritt. Jetzt wird das Magnetfeld ausgeschaltet, um die Atomwolke nach fester Expansionszeit abzubilden.

3.3 Doppel-MOT-System

Das Doppel-MOT-System dient dazu, eine große Zahl vorgekühlter Atome in die Magnetfalle im UHV-Bereich der Vakuumapparatur zu laden. Die folgende Beschreibung setzt Vertrautheit mit der in Abschnitt 2.1.1 erläuterten Funktionsweise der magnetooptischen Falle für Rubidium voraus.

3.3.1 Lasersystem

Als Kühllicht für beide Fallen wird der von einem Halbleiterverstärker kohärent verstärkte Laserstrahl eines gitterstabilisierten Diodenlasers genutzt. Am Ausgang des Verstärkersystems (Toptica TA100) steht eine Leistung von maximal 560 mW zur Verfügung. Dieses Laserlicht wird nach dem gleichen Prinzip wie in Abb. 3.3 in vier Strahlen für VCMOT, UHV-MOT, Atomtransfer und optisches Pumpen aufgeteilt.

Die Frequenz des Kühllasers kann von der Kontrollsoftware über ein *Dichroic-Atomic-Vapor Laser Lock* (DAVLL, [CLH⁺98]) im Bereich von ± 200 MHz um die atomare Resonanz stufenlos eingestellt werden. Auf einer schnellen Photodiode wird Licht aus dem Kühllaser mit dem Licht eines Master-Lasers gemischt, dessen Frequenz mit Hilfe einer Sättigungsspektroskopie auf die exakte Resonanz eingestellt wird. Die spektrale Analyse des resultierenden Schwebungssignales ermöglicht das permanente Überwachen der Verstimmung des Kühllasers.

Für die magnetooptischen Fallen wird noch eine weitere Frequenz benötigt, um den Rückpumpübergang Gl. (2.1.12a) zu treiben. Diese wird von einem DAVLL-stabilisierten Diodenlaser des Typs Toptica DL100 mit einer Ausgangsleistung von etwa 30 mW bereitgestellt.

Alle Laserstrahlen werden durch mechanische Schnellverschlüsse geführt, die es ermöglichen, die einzelnen Lichtfelder in etwa 10 μ s computergesteuert ein- und auszuschalten. Schließlich koppeln wir jeden Laserstrahl durch eine Glasfaser, um andere transversale Moden als die erwünschte TEM₀₀-Mode zu unterdrücken. Am Ausgang der Faser erhält man dann einen Laserstrahl mit einem homogenen Strahlprofil und etwa 50% der eingangsseitigen Leistung (*spatial mode filtering*).

3.3.2 Magnetspulen

Das Magnetfeld für die erste magnetooptische Falle wird mit einem direkt am Oktogon befestigten Spulenpaar in Antihelmholtzkonfiguration erzeugt. Jede Spule hat 200 Windungen mit einem mittleren Radius von 38 mm. Bei dem routinemäßig verwendeten Strom von 3 A erzeugen sie am Ort der Falle ein Quadrupol-Feld mit einem Gradienten von $\zeta = 23$ G/cm.

Das Magnetfeld der UHV-MOT wird mit den Quadrupolspulen der Magnetfalle (s. Abschnitt 3.6) erzeugt. Die unkomprimierte Falle arbeitet bei einem Strom von 1 A . . . 2 A entsprechend einem Gradienten von $\zeta = 6$ G/cm . . . 12 G/cm.

3.3.3 Erste magnetooptische Falle (VCMOT)

Die VCMOT ist als Dreistrahl Falle konfiguriert (Abb. 3.3). Der aus der Glasfaser ausgekoppelte linear polarisierte Kühllaserstrahl wird mit einem Teleskop auf einen e^{-2} -Radius von $w = 5$ mm aufgeweitet und mit mehreren polarisierenden Strahlteilerwürfeln (PSTW) und polarisationsdrehenden $\lambda/2$ -Verzögerungsplatten auf drei gleichintensive Strahlen von je 16 mW Leistung aufgeteilt. Einem der drei Strahlen, dem horizontal verlaufenden z -Strahl, wird in einem weiteren PSTW der ebenfalls aufgeweitete Rückpumpstrahl mit einer Leistung von 3,4 mW überlagert. Die drei Strahlen werden nun mit je einem $\lambda/4$ -Verzögerungsplättchen zirkular polarisiert, wobei jeweils auf die richtige Helizität geachtet wird. Dann werden die Laserstrahlen so durch die Fenster des Oktogons geführt, dass sie sich im Nullpunkt des Gradientenfeldes paarweise orthogonal kreuzen; der z -Strahl wird horizontal eingestrahlt, x - und y -Strahl unter $\pm 45^\circ$ zur Vertikalen (vgl. Abb. 3.4). Die austretenden Strahlen werden mit $\lambda/4$ -Plättchen und Spiegel unter Umkehrung

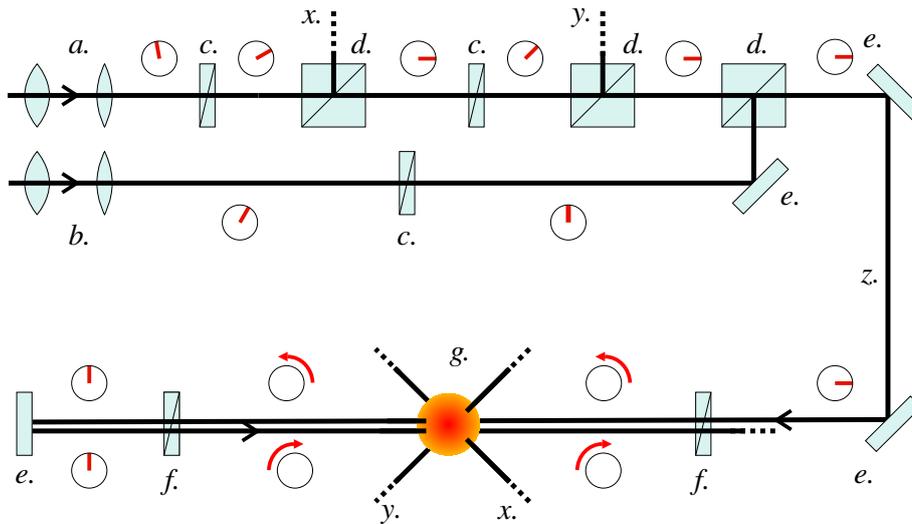


Abb. 3.3: Optischer Aufbau der Dreistrahl-MOT. (a.) Teleskop zur Aufweitung des Kühl-laserstrahles; (b.) Teleskop zur Aufweitung des Rückpump-laserstrahles; (c.) $\lambda/2$ -Verzögerungsplatte; (d.) polarisierender Strahlteilerwürfel; (e.) Spiegel; (f.) $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte; (g.) MOT; (x.) x -Strahl; (y.) y -Strahl; (z.) z -Strahl. Der rote Balken bzw. Pfeil zeigt die jeweilige Polarisations-ebene bzw. Helizität an. Den rücklaufenden z -Strahl stelle man sich dem hinlaufenden überlagert vor; ebenso berücksichtige man, dass hier statt des ausgedehnten Gaußstrahles jeweils nur die Strahlachse dargestellt ist.

der Helizität in sich reflektiert und werden so für die gegenlaufenden Strahlen der magnetooptischen Falle wiederverwendet (vgl. Abb. 3.3).

Diese Dreistrahl-MOT hat gegenüber der Sechsstahl-MOT mit sechs unabhängigen Strahlen die Vorteile geringerer Kosten für optische Elemente, geringeren Justieraufwandes und halben Leistungsbedarfs. Allerdings entsteht durch die Absorption in der Atomwolke ein Ungleichgewicht in der Intensität des hin- und rücklaufenden Strahles, welches bewirkt, dass die Falle weniger Atome fängt als eine Sechsstahl-MOT mit ansonsten gleichen Parametern.

Die VCMOT ist im Rahmen der Diplomarbeit [Kl03] bei einer Intensität von $I_0 = \frac{2}{\pi w^2} 16 \text{ mW} = 11,4 I_{\text{sat}}$ in der Mitte jedes Strahles charakterisiert worden. Die folgenden Parameter wurden dort bestimmt:

Hintergrundgasdruck [†]	$(8,0 \pm 0,2) \text{ mbar}$
optimale Verstimmung [†]	15 MHz
Atomzahl [†]	2×10^9
Ladezeit [†]	$(0,62 \pm 0,01) \text{ s}$

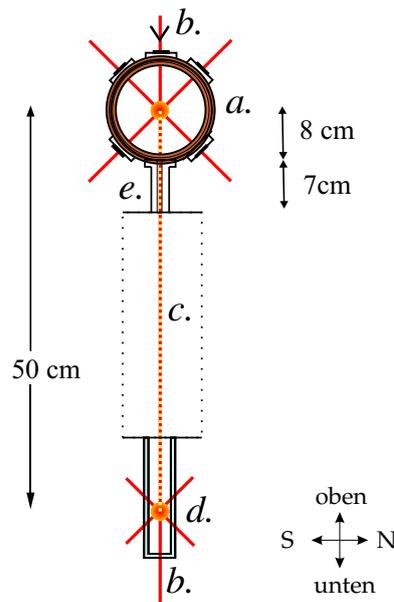


Abb. 3.4: Der Transfer der Atome in die UHV-MOT. (a.) VCMOT mit Oktogon, Magnetspu-
len, x - und y -Strahlen; (b.) Transferlaserstrahl; (c.) Transferlaserstrahl und Atom-
strahl; (d.) UHV-MOT mit Glaszelle, x - und y -Strahlen; (e.) Röhrrchen zum differenziellen Pumpen (\varnothing 3 mm).

Fallendurchmesser* (5 ± 1) mm

†: aus Fluoreszenzmessung mit kalibrierter Photodiode

*: visuell abgeschätzt

Die Temperatur der VCMOT kann im derzeitigen Aufbau nicht gemessen werden. Seit der Fertigstellung von [Kl03] wurde der Aufbau insofern verbessert, als die Atomzahlmessung jetzt dadurch erfolgt, dass die Atomwolke durch eine Linse auf eine gegen Streulicht abgeschirmte kalibrierte Photodiode abgebildet wird. Dadurch konnte der Streulichtuntergrund soweit vermindert werden, dass die Atomzahl in der ersten magneto-optischen Falle jetzt jederzeit innerhalb von wenigen Minuten bestimmt werden kann.

3.3.4 Transfer der Atome

Der Transferlaserstrahl wird vom Kühllaserstrahl abgezweigt und hat dementsprechend die gleiche gegenüber der Resonanz Gl. (2.1.11) um etwa 15 MHz rot-verstimmte Frequenz. Dieser Laserstrahl wird benutzt, um mit der in [WCMD01] beschriebenen Anordnung einen Atomstrahl zu erzeugen, in dem die vorgekühlten Atome aus der VCMOT in die UHV-MOT transferiert werden (Abb. 3.4).

Der aus der Glasfaser ausgekoppelte Laserstrahl wird dazu fokussiert von oben in die VCMOT gestrahlt. Hier erzeugt er ein Ungleichgewicht im Lichtfeld und damit im Kraftfeld der MOT, welches bewirkt, dass die Atome nach unten beschleunigt werden und die Falle in einem dünnen Strahl verlassen. Da außerhalb der Falle keine Rückpumpleistung mehr zur Verfügung steht, wirkt der Transferlaserstrahl nur im Bereich der MOT.

Der Transferlaserstrahl muss eine so große Divergenz haben, dass seine Intensität am Ort der UHV-MOT so gering ist, dass er diese nicht mehr nennenswert beeinflusst. Gleichzeitig ist seine Divergenz nach oben durch die maximal zulässige Divergenz des Atomstrahls begrenzt, die durch die Abmessungen des Röhrchens für das differenzielle Pumpen und die Größe der UHV-MOT bestimmt wird. Für den von uns angestrebten kontinuierlichen Betrieb muss die Leistung im Transferlaserstrahl so eingestellt werden, dass die Verlustrate durch den Atomstrahl in etwa der Laderate der VCMOT entspricht. Gleichzeitig muss darauf geachtet werden, dass die Geschwindigkeit der Atome in vertikaler Richtung deutlich unter der Einfanggeschwindigkeit der UHV-MOT (~ 40 m/s) liegen sollte.

Die in [Kl03] ermittelten Parameter des Transferlaserstrahles und des Atomstrahles sind:

Leistung*	200 μ W
Intensität* VCMOT	28 mW/cm ²
Intensität* UHV-MOT	2,6 mW/cm ²
Divergenz*	66 mrad
long. Geschwindigkeit [†]	≤ 18 m/s
*: Laser, †: Atome, für $P_{\text{Laser}} \leq 2$ mW	

3.3.5 Zweite magnetooptische Falle (UHV-MOT)

Die UHV-MOT wird in der Glaszelle im UHV-Bereich der Apparatur betrieben. Das Magnetfeld wird vom Spulensystem der Magnetfalle (Abschnitt 3.6) erzeugt. Die UHV-MOT ist eine Sechsstahl-MOT, jeder der sechs Strahlen wird unabhängig zum Ort der Falle geführt, eine Retroreflexionsanordnung wie in Abb. 3.3 wird nicht benutzt. Die Leistung in den einzelnen Armen der MOT wird mit Hilfe fest installierter Photodioden überwacht. Dies ermöglicht nach einmaliger Justage das langfristige Aufrechterhalten der Leistungsbalance. Der Spulenstrom und damit die Stärke des Magnetfeldes können über einen Analogausgang des Steuerungsrechners stufenlos eingestellt werden, was im Experiment unter anderem dazu ge-

nutzt wird, die Falle vor der optischen Melasse und dem Umladen in die Magnetfalle zu komprimieren.

Die Temperatur der UHV-MOT wurde in [Kl03] bestimmt zu $T = (72 \pm 5) \mu\text{K}$. Mit der ebenda beschriebenen Methode der Atomzahlbestimmung aus der Resonanzfluoreszenz haben wir inzwischen eine Atomzahl von $N = (3 \pm 1) \times 10^8$ gemessen. Es ist zu erwarten, dass diese Zahl durch verbesserte Justage noch bis auf etwa 10^9 erhöht werden kann. Die Arbeiten dazu haben sich verzögert, da nach einem Ausfall der Turbopumpe (vgl. Abschnitt 3.1) Gas in die Apparatur eingedrungen ist und der Hintergrunddruck noch nicht wieder hinreichend abgesenkt werden konnte.

3.4 Optische Melasse und Magnetfeldkompensation

Um die Atome in der optischen Melasse auf ungefähr die Hälfte der MOT-Temperatur abzukühlen, wird das Magnetfeld ausgeschaltet, und der Kühllaser wird um 50 MHz gegen die Resonanz Gl. (2.1.11) rotverstimmt.

Für die optische Melasse und das optische Pumpen ist eine gute Kompensation von Erdmagnetfeld und Streumagnetfeldern im Labor nötig. Zu diesem Zweck sind um das Spulensystem der Falle herum drei Helmholtzspulenpaare angebracht, deren jedes am Ort der Falle ein homogenes Feld von maximal 4,5 G erzeugen kann³. Der Strom durch die Spulen kann mit einer von mir gebauten Leistungs-FET-Schaltung manuell eingestellt werden. Zur Messung des zu kompensierenden Feldes haben wir in der Nähe der Glaszelle drei Paare von Magnetensoren angebracht. Mit jedem dieser Sensoren kann das lokale Magnetfeld bis zu einem Wert von 2 G auf 500 μG genau gemessen werden. Das Messprinzip der Sensoren und die von mir entworfene und gebaute Ansteuerungs- und Ausleselektronik sind in Anhang A erläutert. Dadurch dass in jeder Achse zwei Sensoren das Magnetfeld messen, kann das Magnetfeld am Ort der Glaszelle bis zur ersten Ordnung kompensiert werden.

3.5 Optisches Pumpen

Um die Atome optisch zu pumpen, wird mit einer weiteren Spule ein homogenes Magnetfeld von wenigen Gauss in Richtung der Ioffe-Achse angelegt, und für 1 ms bis 2 ms wird entlang der Feldrichtung ein σ_+ -polarisierter Laserstrahl auf dem

³ In Richtung der Ioffe-Achse 1,3 G/A, vertikal 1,5 G/A, in z-Richtung 1,4 G/A.

Übergang $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ mit einer Leistung von $69 \mu\text{W}$ eingestrahlt. Danach befinden sich alle Atome im Grundzustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$.

3.6 *Quadrupol- und QUIC-Falle*

In Abschnitt 2.2 ist der prinzipielle Aufbau von Quadrupol- und QUIC-Falle bereits dargelegt worden. Unser Spulensystem ist auf drei U-förmig zusammengeschaubte, mit Wasser unter Leitungsdruck gekühlte Kupferplatten montiert. Innen an den Seitenplatten sind die Quadrupolspulen (Innenradius 17 mm, Außenradius 37 mm, Länge 30 mm, Wicklungszahl je 196) im Abstand von 118 mm angebracht. In die Mitte der rückwärtigen Platte ist ein Stift mit einem Durchmesser von 6 mm und einer Länge von 34 mm eingelassen, auf den die 157 Windungen der Ioffespule gewickelt sind. Diese hat im vorderen Bereich konische Form, damit sie die Laserstrahlen der magnetooptischen Falle nicht beeinträchtigt (zylindrischer Teil: $r = 15 \text{ mm}$, $L = 25,5 \text{ mm}$; Radius an der Spitze: $r = 5 \text{ mm}$). Auf die Vorderseite der Ioffespule ist ein Goldspiegel geklebt, der zur Zeit nicht genutzt wird.

Die Vermessung des Magnetfeldes ist in Abschnitt 4.1 im Detail beschrieben. Die wichtigsten Ergebnisse seien hier bereits angeführt (x -Werte bezogen auf Quadrupolnull).

Quadrupol:

Gradient ζ_x	153,0 G/cm
Gradient ζ_y	155,6 G/cm
Gradient ζ_z	-308,8 G/cm

Ioffe:

Dipolmoment p	-170 G cm ³
Ort x_I	30,47 mm

QUIC:

Ort des Minimums x_0	7,5 mm
Offset-Feld B_0	2,4 G
axiale Fallenfrequenz ω_x	20,83 Hz
radiale Fallenfrequenz ω_ρ	190 Hz

3.7 *Radiofrequenz-Kühlung*

Zu Erzeugung des Radiofrequenzsignals für das evaporative Kühlen von Rubidium (vgl. Abschnitt 2.2.4) steht ein Funktionsgenerator (Agilent 33250A) zur Ver-

fügung. Die Ausgangsfrequenz kann über einen der Analogausgänge des Steuerrechners zwischen 0 Hz und 80 MHz variiert werden⁴. Das Ausgangssignal des Sinusgenerators wird über einen absorptiven GaAs-Hochisolationsschalter (Mini-Circuits ZFSWHA-1-20, I/O-Unterdrückung 60 dB min.) auf einen Eigenbau-RF-Verstärker mit einer Ausgangsleistung im Bereich von einigen Watt gegeben. Einige Wicklungen Kupferdraht um die Glaszelle dienen schließlich als Antenne.

Wir haben das RF-System mit Atomen in der Magnetfalle getestet und konnten qualitativ das gewünschte Verhalten beobachten: kein Atomverlust für $\hbar\omega_{\text{RF}} \gg k_{\text{B}}T$ und Abnahme der Atomzahl für $\hbar\omega_{\text{RF}} \sim k_{\text{B}}T$. Diese Messung lieferte gleichzeitig den ersten Hinweis darauf, dass bei der Konstruktion der QUIC ein Fehler unterlaufen war (vgl. Abschnitt 4.1). Denn nach dem Quadrupol-QUIC-Transfer konnte die experimentelle Signatur eines \mathbf{B} -Feld-Minimums mit $\|\mathbf{B}\| > 0$ nicht beobachtet werden. Wenn $B_0 > 0$ ist, sollte man nämlich feststellen, dass für $\hbar\omega_{\text{RF}} < |g_F|\mu_{\text{B}}B_0$ kein Atomverlust mehr auftritt, bei uns wurden die Atome aber noch bei sehr niedriger Frequenz aus der Falle entfernt.

3.8 Abbildungssystem

Zur Abbildung der kalten Atomwolke verwenden wir einen weiteren Laserstrahl, der ebenfalls mit einem gitterstabilisierten Diodenlaser erzeugt wird. Die Frequenz wird wie bei Rückpump- und Kühllaser über ein DAVL Lock stabilisiert, wobei der Regelpunkt mit Hilfe einer Sättigungsspektroskopie auf die exakte Frequenz des Kühlüberganges Gl. (2.1.11) eingestellt wird. Dieser Abbildungslaserstrahl wird mit Hilfe je eines polarisierenden Strahlteilerwürfels dem z -Strahl überlagert und wieder von diesem getrennt. Da der Strahlverlauf danach mit dem des MOT-Lasers übereinstimmt, ist der Abbildungslaser im Bereich der Atomwolke zirkular polarisiert, wobei die Helizität derjenigen des Kühllasers entgegengesetzt ist. Der Ort der Atomwolke wird mit Hilfe zweier Achromaten von je 12 cm Brennweite annähernd 1:1 auf den Bildsensor (Philips FT 18) unserer CCD-Kamera SIS 1/p18M der Firma Theta System abgebildet. Der gesamte Aufbau ist in Abb. 3.5 wiedergegeben. Die wichtigsten Parameter des Abbildungssystems sind im folgenden angegeben:

Abbildungssystem inkl. PSTW und Glaszelle:

minimal auflösbare Struktur ($2w_0$) 10 μm

⁴ Eine RF-Welle mit einer Frequenz von 80 MHz würde Übergänge für Atome mit einer Energie von $k_{\text{B}} \times 7,7$ mK induzieren, was weit über der mittleren Energie der lasergekühlten Atomwolke liegt.

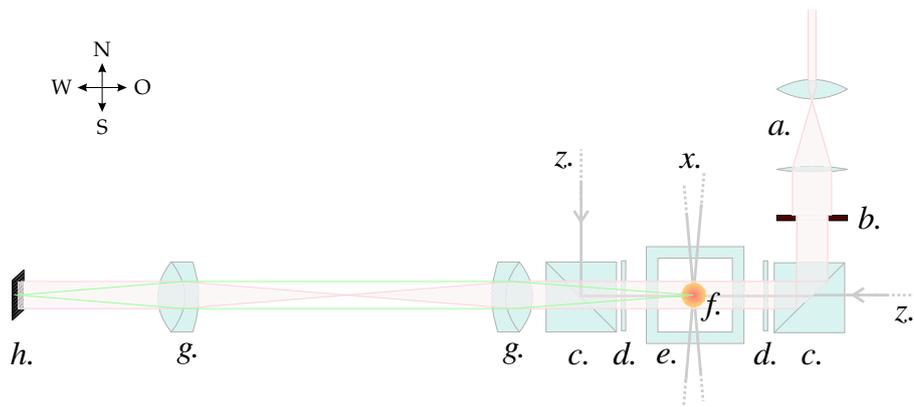


Abb. 3.5: Abbildungssystem (nicht maßstabsgetreu) mit Beleuchtungsstrahlengang (rot), Abbildungsstrahlengang (grün) und Lage der MOT-Strahlen (grau). Magnetfelder und/oder MOT-Licht werden vor der Abbildung ausgestellt. (a.) Teleskop Abbildungsstrahl; (b.) Irisblende; (c.) polarisierender Strahlteilerwürfel; (d.) $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte; (e.) Glaszelle; (f.) kalte Atomwolke; (g.) Achromat $f = 12$ cm; (h.) CCD-Chip Philips FT18; (x.) x - und y -Strahlen der UHV-MOT; (z.) z -Strahlen der MOT;

Abbildungsmaßstab	1 : 1
min. Belichtungszeit [†]	im μ s-Bereich
Kamera:	
Quanteneffizienz*	32 %
dynamischer Bereich*	30 000 : 1
Ausleserauschen*	$4 e^-$ (rms)
Pixelgröße*	$(7,5 \mu\text{m})^2$
Sichtfeld	$(7,7 \text{ mm})^2$ (1024 px) ²
max. Repitionsrate	~ 1 Hz
min. Belichtungszeit [†]	10 ms

†: Die effektive Belichtungszeit des Gesamtsystems kann verkürzt werden, indem mit einem als Schalter benutzten akustooptischen Modulator (AOM) der Abbildungslaserstrahl ausgeschaltet wird.

*: lt. Hersteller

3.9 Cäsium

Ein Reservoir mit einigen Gramm Cäsium ist über ein Regelventil an den Ultrahochvakuumbereich der Vakuumkammer angeschlossen (Abb. 3.1). Darüberhin-

aus ist eine Halogenlampe mit hoher UV-Emission vorhanden, mit deren Licht kurzfristig Alkaliatome von der Wand der Vakuumkammer desorbiert werden können. Dies ist besonders für Cäsium nützlich, da die Cäsiumatome direkt im Ultrahochvakuumbereich akkumuliert werden sollen, wo dem zulässigen Gleichgewichtsdampfdruck enge Grenzen gesetzt sind.

Desweiteren steht für die am selben Ort wie die Rubidium-UHV-MOT zu betreibende Cäsium-MOT ein komplettes Lasersystem ähnlich dem in Abschnitt 3.3.1 beschriebenen einsatzbereit zur Verfügung. Allerdings wird für die eine Cäsium-MOT nicht so viel Leistung benötigt wie für die beiden Rubidiumfallen, weshalb der Einsatz eines Verstärkerchips hier nicht erforderlich ist. Die für die UHV-MOT verwendeten optischen Elemente sind sämtlich für beide Wellenlängen (780 nm für ^{87}Rb und 852 nm für ^{133}Cs) ausgelegt. Desweiteren sind dichroitische Strahlteiler zur Überlagerung der Laserstrahlen vorhanden.

Zur Erzeugung der Mikrowelle für das sympathetischen Kühlen auf dem Hyperfeinübergang (vgl. Abschnitt 2.4.2) steht ein weiterer Funktionsgenerator (Agilent 83751A) mit Ausgangsfrequenzen von bis zu 20 GHz zur Verfügung.

Zur Zeit ist das Cäsium-Reservoir noch ungeöffnet. Wenn jedoch die Bose-Einstein-Kondensation von Rubidium gelungen ist, kann der in diesem Abschnitt beschriebenen Teil der Apparatur ohne weitere Verzögerung in Betrieb genommen werden.

4. Experimentelle Resultate

4.1 Vermessung von Quadrupol-, Ioffe- und QUIC-Feld

Beim jüngsten Versuch, an unserem Experiment Bose-Einstein-Kondensation zu erreichen, wies das Verhalten der Atomwolke bei Einstrahlung einer RF-Welle wie in Abschnitt 3.7 erläutert darauf hin, dass das Spulensystem nicht das gewünschte Magnetfeld erzeugte, sondern ein Feld mit einem Nulldurchgang.

Um dies zu prüfen, haben wir bei festem Quadrupolfeld den Ort x_0 des Zentrums der abgebildeten Atomwolke in Abhängigkeit vom Strom \mathcal{I} durch die Ioffespule aufgenommen. Das Minimum des Gesamtfeldes

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_Q + \mathbf{B}_I \quad (4.1.1)$$

mit \mathbf{B}_Q gemäß Gl. (2.2.4) und \mathbf{B}_I gemäß Gl. (2.2.9) liegt immer auf der x -Achse¹. Solange das Feld am Minimum den Wert Null hat, ist dort $\|\mathbf{B}_Q\| = \|\mathbf{B}_I\|$. Da $\|\mathbf{B}_I(x,0,0)\| \propto \mathcal{I}(x - x_I)^{-3}$ und $\|\mathbf{B}_Q(x,0,0)\| \propto x$, gilt dann für das Zentrum der Falle

$$x_0(x_0 - x_I)^3 = \text{const} \times \mathcal{I}. \quad (4.1.2a)$$

Im Gegensatz dazu gilt gemäß Gl. (2.2.10), wenn B_0 nicht mehr verschwindet,

$$(x_0 - x_I)^4 = \text{const} \times \mathcal{I}. \quad (4.1.2b)$$

Da nun bis zum maximalen Strom alle Messpunkte $(x_z; \mathcal{I})$ auf einer Kurve vom Typ (4.1.2a) lagen (Abb. 4.1), stand fest, dass selbst bei vollem Strom noch $B_0 = 0$ war. Dies könnte korrigiert werden, indem man selektiv den Strom durch Ioffespule oder Quadrupolspulen verändert, also zum Beispiel indem man den Quadrupolspulen einen definierten Widerstand parallel schaltet. Dadurch würde jedoch ein unkorrelierter Rauschbeitrag in lediglich einem der beiden Felder entstehen, und die entsprechende relative Rauschamplitude des Fallenpotentials – welches dadurch zustande kommt, dass sich in der Nähe des Minimums die beiden

¹ Das in diesem Abschnitt verwendete Koordinatensystem entspricht dem in Abschnitt 2.2 benutzten. Das Koordinatensystem der MOT geht daraus durch eine Drehung um 45° um die z -Achse hervor.

Felder fast auslöschen – wäre dann sehr groß. Starkes Rauschen des Fallenpotentials führt aber zu parametrischem Heizen und Atomverlust. Weil diese Art der Korrektur also nicht in Frage kam, musste die Spulengeometrie verändert werden.

Dazu wurde das Spulensystem ausgebaut, und das Magnetfeld auf der Linie $(x, 0, 0)$ durch den Nullpunkt des Quadrupolfeldes mit einer Hall-Sonde gemessen (Abb. 4.2). Aus dem Ergebnis wurde die notwendige Korrektur von x_I berechnet, und dementsprechend wurde der Abstand zwischen Ioffe-Spule und Symmetrieachse des Antihelmholtzpaars um 0,2 Millimeter verkleinert.

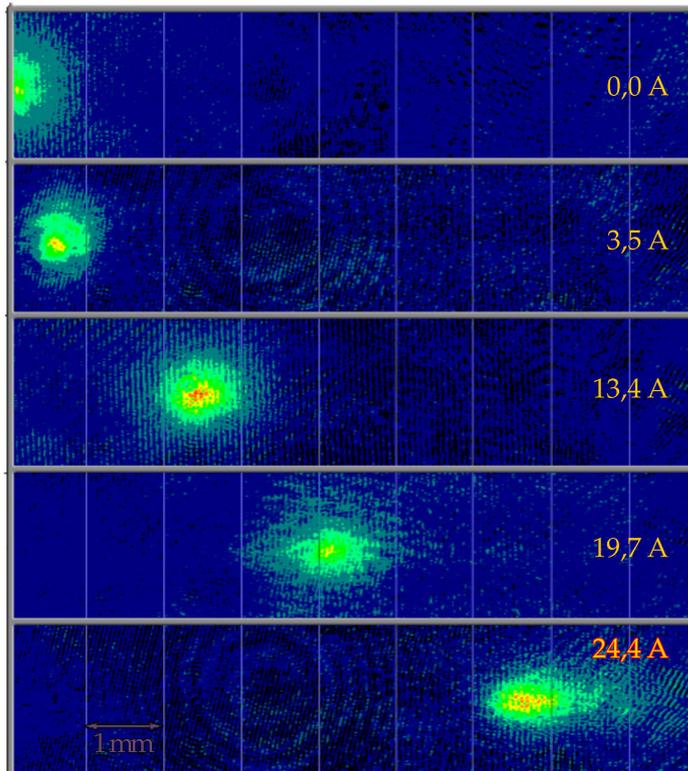
Bevor das Spulensystem nun wieder in den Gesamtaufbau integriert wurde, sollte das Magnetfeld des Spulensystems im relevanten Bereich vermessen werden, damit das Fallenpotential fortan genau bekannt sei.

Dafür habe ich in hinreichendem Abstand vom Spulensystem einen xyz -Verschiebetisch aufgebaut und auf diesen einen unmagnetischen Ausleger montiert, an dessen Spitze eine Hallsonde vom Typ F.W. Bell 4048 befestigt war. Der Hall-Halbleiter der Sonde ist auf einem flexiblen Gummisteg angebracht und hat die Maße $1\text{ mm} \times 1\text{ mm} \times 0,5\text{ mm}$, wobei der letzte Wert die Dicke entlang der sensitiven Achse angibt.

Zunächst wurde der Ort des Minimums des Magnetfeldes in x -Richtung grob bestimmt (P_0). Dann wurde jede der drei Komponenten von \mathbf{B} in der Umgebung von P_0 auf einem $5 \times 5 \times 5$ -Gitter mit der Einheitszelle $(1\text{ mm})^3$ gemessen. An jedem Punkt wurden zum einen Ioffe- und QUIC-Feld bei voller Stromstärke von 24,4 A zum anderen das Untergrundsignal bei 0 A bestimmt. Aus der Differenz $\mathbf{B}_{\text{QUIC}} - \mathbf{B}_I$ ist dann auch das Quadrupolfeld bekannt.

Die für die Magnetfalle relevante Größe ist natürlich $\|\mathbf{B}(x, y, z)\|$. Diese Größe ist ohne weiteres nicht mit hoher Ortsauflösung messbar. Da wir zwischen den Messungen der einzelnen Komponenten die Sonde im Halter bewegen müssen, stimmen die Koordinatensysteme der verschiedenen Messungen nur auf etwa 0,5 mm bis 1 mm überein. $\|\mathbf{B}\|$ kann daher auch nicht einfach aus der Quadratsumme der Komponenten bestimmt werden. Die Vorgehensweise wird also darin bestehen, die Daten durch ein geeignetes Modell zu beschreiben und aus den Modellparametern die die Falle charakterisierenden Größen Offsetfeld B_0 und Fallenfrequenzen ω_x, ω_ρ zu bestimmen. Die natürliche Wahl für das Modell ist dabei die auch in Abschnitt 2.2.2 verwendete Näherung des Ioffefeldes durch ein Dipolfeld und des Antihelmholtzfeldes durch ein Quadrupolfeld. Am einfachsten bestimmt man die Parameter dieser Modelle getrennt aus den entsprechenden Datensätzen.

a.



b.

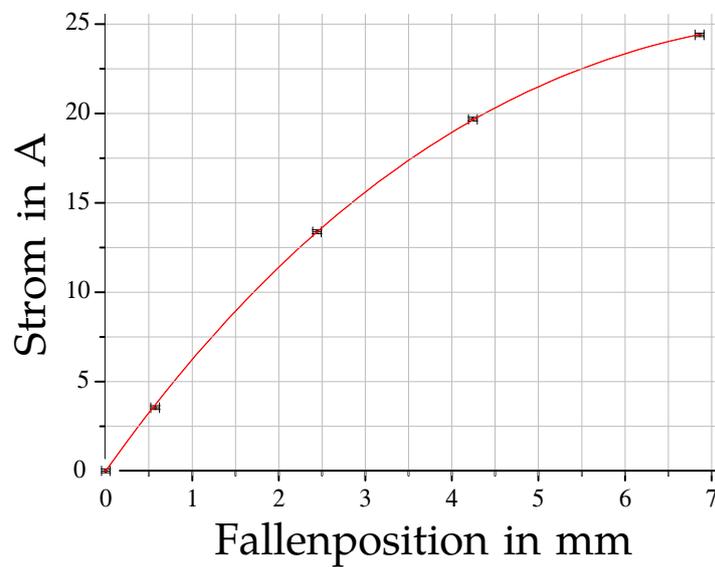


Abb. 4.1: Messung der Position der Atomwolke in Abhängigkeit vom Strom durch die Ioffe-spule. In (a.) sind die aufgenommenen Absorptionsbilder in Falschfarbendarstellung zu sehen. In (b.) ist den Messdaten eine Kurve vom Typ (4.1.2a) angepasst worden (5 Messpunkte, 2 Freiheitsgrade); $\sigma(x) = 5 \text{ px} = 0,05 \text{ mm}$, $\sigma(I) = 0,1 \text{ A}$.

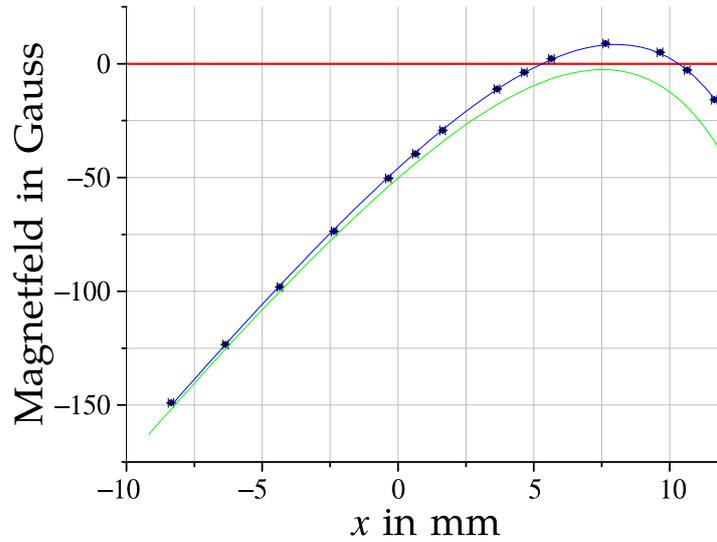


Abb. 4.2: Das QUIC-Feld auf der x -Achse vor der Korrektur (blau). Angeglichen ist eine Kurve der nach dem Quadrupol+Dipol-Modell erwarteten Form $2p|x-x_I|^{-3}+\zeta x$. Wie man deutlich sieht, hat $\|\mathbf{B}(x,0,0)\| = |B_x(x,0,0)|$ zwei Nullstellen. Zur Berechnung der notwendigen Korrektur wurden die aus dem ebenfalls gemessenen reinen Quadrupol- bzw. Ioffefeld ermittelten Werte für ζ bzw. p und x_I verwendet. Zum Vergleich ist grün der Feldverlauf nach der Korrektur dargestellt (berechnet aus Fitdaten).

4.1.1 Quadrupolfeld

Zunächst wird die Messung des Quadrupolfeldes ausgewertet. Zu diesem Zweck habe ich einen 3D-Levenberg-Marquardt- χ^2 -Fitter programmiert [PFTV93]. Nachdem der Test mit einem Modelldatensatz die Funktionsfähigkeit des Programms gezeigt hat, werden die gemessenen Datensätze für die verschiedenen Komponenten gefittet. Dabei trage ich dem Fehler der relativen Ortsbestimmung Rechnung, indem ich für das Magnetfeld einen Fehler von 2 G entsprechend einer Punkt-zu-Punkt-Unsicherheit der Ortskoordinaten von etwa einem Zehntel Millimeter verwende (Gradient ~ 15 G/mm), der Messfehler der Sonde von etwa 0,1 G fällt dagegen weniger ins Gewicht. Als Modell für das gemessene Feld $\tilde{\mathbf{B}}$ benutze ich entsprechend Gl. (2.2.4)

$$\tilde{B}_i = \partial_x \tilde{B}_i (x - x_Q) + \partial_y \tilde{B}_i (y - y_Q) + \partial_z \tilde{B}_i (z - z_Q). \quad (4.1.3)$$

Dabei bezeichnet (x_Q, y_Q, z_Q) den Nullpunkt des Quadrupolfeldes im jeweils verwendeten Koordinatensystem. Weil die für die drei Messungen benutzten Koordinatensysteme wie erwähnt nicht übereinstimmen, gilt dies auch für die jeweiligen

Werte von x_Q , y_Q und z_Q . Da außerdem \tilde{B}_x nur schwach von y und z abhängt, können überdies die Werte von y_Q und z_Q nicht per Fit aus den Messdaten von \tilde{B}_x bestimmt werden (Fehler ~ 1 m). Deshalb wurden sie vor der eigentlichen Messung separat bestimmt (mit einem Fehler von etwa 1 mm). Während des Fits werden y_Q und z_Q dann festgehalten, so dass die sechs freien Parameter von Gl. (4.1.3) auf vier reduziert werden. Aus dem Fit erhält man einen sehr genauen Wert für x_Q ($\sigma \approx 0,05$ mm).

Nach dem Fit setze ich für die verbleibende Auswertung $x_Q = y_Q = z_Q = 0$, indem ich den Koordinatenursprung entsprechend verschiebe.

Bei der Auswertung der Daten für \tilde{B}_y und \tilde{B}_z wird analog verfahren.

Aus der Anpassung des Modells an die Daten erhalten wir:

	$\partial_x \tilde{B}_i$ (G/cm)	$\partial_y \tilde{B}_i$ (G/cm)	$\partial_z \tilde{B}_i$ (G/cm)	$\sigma(r_{iQ})$ (mm)	χ^2
$i = x$	$153,0 \pm 1,0$	$-0,2 \pm 0,9$	$-9,2 \pm 0,9$	0,05	67,5
$i = y$	$6,9 \pm 0,1$	$155,6 \pm 0,1$	$-11,5 \pm 0,1$	0,01	137
$i = z$	$-2,9 \pm 0,5$	$-0,4 \pm 0,5$	$-308,8 \pm 0,5$	0,01	15,58

Interpretation der Ergebnisse

Aus den Werten von χ^2 und der Zahl der Freiheitsgrade $\nu = 5^3 - 4 = 121$ kann die Güte des Fits abgeschätzt werden. Ein mögliches Maß hierfür ist die Größe

$$Q(\nu, \chi^2) = \frac{\Gamma(\nu/2, \chi^2/2)}{\Gamma(\nu/2)}, \quad (4.1.4)$$

wobei $\Gamma(z)$ die Eulersche Gammafunktion und $\Gamma(a, z)$ die unvollständige Gammafunktion ist [PFTV93, Kap. 6 u. 15]. Q gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass die Messung eines durch die ermittelten Parameter perfekt beschriebenen Systemes einen Datensatz liefert, dessen Abweichung vom Modell größer oder genauso groß ist wie diejenige des tatsächlich gemessenen Datensatzes. Hier hat Q Werte von ≈ 1 ; 0,152 und 1. Als akzeptabel gelten im allgemeinen Werte $Q > 0,001$ [PFTV93]. Die zu hohen Werte von Q zeigen, dass meine Annahme für den Messfehler etwas zu konservativ war. Da die erhaltenen Fehler der Parameter aber trotzdem relativ klein sind, können wir mit diesen Ergebnissen weiterrechnen. Jedenfalls zeigt sich, dass das Feld der Antihelmholtzkonfiguration im vermessenen Bereich sehr gut durch das Quadrupolmodell beschrieben werden kann.

Da die gemessenen Werte von $\partial_j \tilde{B}_i$ für $i \neq j$ nicht verschwinden, ist davon auszugehen, dass die Sonde nicht perfekt entlang der Koordinatenachsen ausgerichtet war. Tatsächlich ist also jeweils nicht genau die Komponente B_i in Richtung

4. Experimentelle Resultate

der Achse e_i des Quadrupolfeldes gemessen worden, sondern die Komponente \tilde{B}_i in Richtung eines a priori unbekanntens Vektors \mathbf{n}_i ,

$$\tilde{B}_i = \sum_j B_j n_{ij}. \quad (4.1.5)$$

Angesichts der Tatsache, dass der Messkopf sich auf einem flexiblen Gummisteg befindet, verwundert dies kaum. Für die korrekte Interpretation insbesondere der Messergebnisse für das Ioffe-Feld müssen die Vektoren \mathbf{n}_i rekonstruiert werden. Zunächst bestimme ich die kleinen Komponenten $n_{ij} = \frac{\partial_i \tilde{B}_i}{\zeta_j}$ mit $j \neq i$ von \mathbf{n}_i . Dabei kann ich für die Quadrupolgradienten ζ_j die unkorrigierten Werte $\partial_j \tilde{B}_j$ verwenden, weil der dadurch in Kauf genommene Fehler klein ist (angenommen wird 1%). Schließlich errechne ich n_{ii} aus $\sum n_{ij}^2 = 1$. Es ergibt sich für n_{ij}

$i \setminus j$	x	y	z
x	$0,9996 \pm 0,0001$	$-0,001 \pm 0,005$	$0,030 \pm 0,003$
y	$0,045 \pm 0,001$	$0,9983 \pm 0,0001$	$0,0372 \pm 0,0006$
z	$-0,019 \pm 0,003$	$-0,003 \pm 0,003$	$0,9998 \pm 0,0001$

Diese Werte werden im folgenden Abschnitt zur Modellierung der Messdaten für das Ioffefeld verwendet. Da bis auf maximal zwei Promille $n_{ii} = 1$ ist, gilt für die Quadrupolgradienten innerhalb der angegebenen Genauigkeit $\zeta_i = \frac{\partial_i \tilde{B}_i}{n_{ii}} = \partial_i \tilde{B}_i$. Somit sind

$$\zeta_x = (153,0 \pm 1,0) \text{ G/cm},$$

$$\zeta_y = (155,6 \pm 0,2) \text{ G/cm und}$$

$$\zeta_z = (-308,8 \pm 0,6) \text{ G/cm}.$$

4.1.2 Ioffe-Feld

Im nächsten Schritt will ich nun anhand der Messdaten die Gültigkeit des Dipolmodells für das Ioffefeld testen und experimentelle Werte für die Modellparameter bestimmen. Da sich auch eine Drehung der Dipolachse in einiger Entfernung vom Dipol in erster Näherung als Translation beschreiben lässt, sollte sich das Feld mittels Gl. (2.2.9) unter der Ersetzung $\mathbf{r}' \rightarrow \mathbf{r} - (x_I, y_I, z_I)$ beschreiben lassen. Die Resultate der Angleichung dieses Modells an die Messdaten sind in Tabelle 4.1 wiedergegeben.

x-Komponente	B_{Ix}	$\sum n_{xj} B_{Ij}$
x_I (mm)	$30,45 \pm 0,09$	$30,47 \pm 0,09$
y_I (mm)	$-0,13 \pm 0,04$	$-0,13 \pm 0,04$
z_I (mm)	$-0,98 \pm 0,04$	$-0,81 \pm 0,04$
p (G cm ³)	-708 ± 8	-710 ± 9
χ^2	153,6	153,5
Q	0,024	0,024

y-Komponente	B_{Iy}	$\sum n_{yj} B_{Ij}$
x_I (mm)	$30,7 \pm 0,3$	$29,48 \pm 0,07$
y_I (mm)	$0,88 \pm 0,06$	$0,228 \pm 0,003$
z_I (mm)	$-0,9 \pm 0,2$	$0,39 \pm 0,05$
p (G cm ³)	-799 ± 42	-637 ± 8
χ^2	42,8	3,16
Q	1	1

z-Komponente	B_{Iz}	$\sum n_{zj} B_{Ij}$
x_I (mm)	$30,71 \pm 0,4$	$30,36 \pm 0,4$
y_I (mm)	$0,5 \pm 0,3$	$0,7 \pm 0,3$
z_I (mm)	$-0,018 \pm 0,007$	$0,270 \pm 0,008$
p (G cm ³)	-705 ± 5	-662 ± 5
χ^2	51,1	45,5
Q	1	1

Tab. 4.1: Ergebnisse der Modellierung des Ioffefeldes durch ein Dipolfeld. Links ohne und rechts mit Berücksichtigung der genauen Sondenrichtung $n_i \neq e_i$.

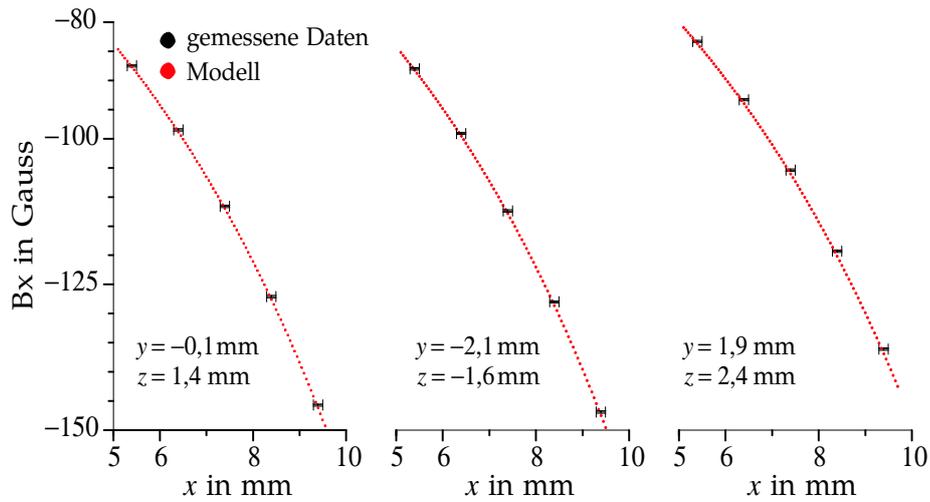


Abb. 4.3: Fit des Ioffefeldes mit dem Dipolmodell. Die Graphen zeigen B_x in Abhängigkeit von x in der Mitte und am Rand des Messgebietes. Die Fehlerbalken entsprechen 0,1 G für das Magnetfeld und 0,1 mm für die Bestimmung von x . Die Fehler von y und z sind demgegenüber unbedeutend, da das Magnetfeld in diesen Richtungen nur schwach variiert.

Interpretation der Ergebnisse

Die im Vergleich mit den $\nu = 5^3 - 4 = 121$ Freiheitsgraden nicht großen Werte für χ^2 zeigen, dass das Feld der Ioffespule in der Nähe des Fallenzentrums gut durch das Dipolmodell beschrieben wird. Auch hier erscheinen die Werte für Q etwas hoch; das mag damit zusammenhängen, dass die oben angegebene Formel (4.1.4) streng genommen nur bei linearer Abhängigkeit von den Parametern gilt.

Wie in Abschnitt 4.1.1 erläutert, ist bei der Messung von zum Beispiel B_x von den Koordinaten r_Q des Quadrupolnulldurchgangs nur x_Q mit hoher Genauigkeit bekannt. Um die Koordinaten r_I des für die Ioffespule angesetzten Dipols relativ zu $r_Q =: \mathbf{0}$ zu ermitteln, können daher nur die fettgedruckten Werte in Tabelle 4.1 herangezogen werden. Die Verschiebung² der x -Achsen gegeneinander beträgt demnach $(y_I; z_I) \approx (0,23 \text{ mm}; 0,27 \text{ mm})$; der Einfluss dieser Verschiebung auf das QUIC-Feld wird im folgenden Abschnitt abgeschätzt. Die Distanz x_I zwischen Ioffedipol und Quadrupolnull beträgt 30,47 mm. Zum Vergleich: der Abstand der Spitze der 34 mm langen Spule zur Quadrupolnull beträgt etwa 17 mm. Die Größenverhältnisse sind in Abb. 4.4 wiedergegeben.

² Man erinnere sich der bereits oben erwähnten Tatsache, dass auch eine mögliche Drehung der Achsen gegeneinander im ausgemessenen Bereich in guter Näherung als Translation beschrieben werden kann.

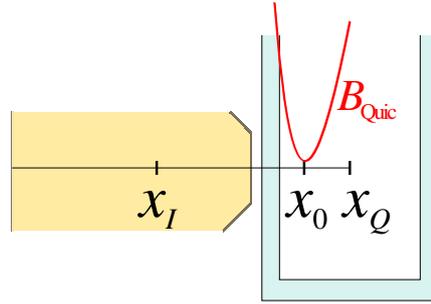


Abb. 4.4: Maßstabsgetreue Zeichnung von Ioffespule, Glaszelle und ausgezeichneten Punkten des Magnetfeldes. Zusätzlich ist das Magnetfeld der QUIC auf der x -Achse eingezeichnet. Der Abstand des Graphen zur schwarzen Linie entspricht auf der verwendeten Skala dem Offsetfeld B_0 .

Die Streuung der erhaltenen Werte für p ist in scheinbarer Diskrepanz zu den errechneten Fehlern $\sigma(p)$ recht groß. Dies liegt daran, dass bei der Berechnung des Fitfehlers die Ungenauigkeit, mit der die Ausrichtung der Sonde bekannt ist, also der Fehler von n_{ij} , nicht einfließt, da dieser Parameter bei der Anpassung nicht variiert wird. Wie man sich leicht überlegen kann, ist der dadurch entstehende Fehler bei den aus den Daten von B_y und B_z erhaltenen Werten deutlich größer als bei den aus der Messung von B_x abgeleiteten. Der Einfluss von ungenau bekanntem n_{ij} auf den erhaltenen Wert \tilde{B}_i ist ja gerade $\frac{\partial \tilde{B}_i}{\partial n_{ij}} = B_j$, und n_{ii} ist wesentlich genauer bekannt als n_{ij} mit $i \neq j$ (Kosinus und Sinus eines kleinen Winkels). Nun sind am Ort der Messung, also in der Nähe der x -Achse, B_y und B_z klein ($\lesssim 20$ G), während B_x groß ist (~ 100 G). Das heißt, die gleiche Unsicherheit hinsichtlich der Ausrichtung der Sonde führt bei der Messung von B_y und B_z zu einem fünfundzwanzigmal größeren relativen Fehler; das zeigt sich auch daran, dass die Werte der rechten und der linken Spalte in Tabelle 4.1 für y und z wesentlich stärker differieren als für x . Im folgenden verwende ich den Wert für p , der in dieser Hinsicht die geringste Ungenauigkeit hat, nämlich den beim Fit von B_x ermittelten. Gleichzeitig hat dies den Vorteil, dass dieser Wert von $p = -710 \text{ G cm}^3$ dann konsistent mit dem verwendeten Wert von x_I ist.

4.1.3 QUIC-Feld

Mit den Formeln aus Abschnitt 2.2.2 und den ermittelten Werten für p , x_I und ζ_x ergibt sich das Zentrum der QUIC-Falle bei

$$x_0 = (7,5 \pm 0,1) \text{ mm.}$$

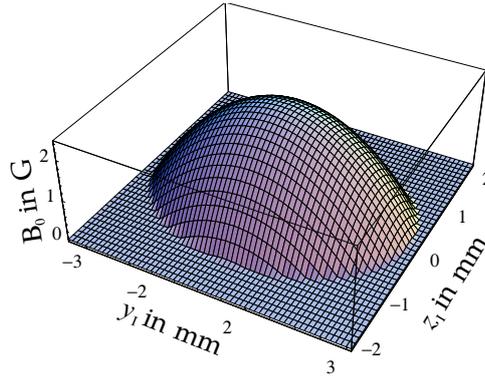


Abb. 4.5: Einfluss der Nichtübereinstimmung von $(y_Q; z_Q) = (0; 0)$ und $(y_I; z_I)$ auf die Größe des Offsetfeldes. Für das maximale Offsetfeld B_0 ist der aus dem Fit erhaltene Wert von 2,4 G angenommen.

Das Offsetfeld errechnet sich zu

$$B_0 = 2,4 \pm 2,2 \text{ G.}$$

Da der kleine Wert von B_0 sich aus der Differenz zweier großer mit endlicher Genauigkeit bekannter Zahlen ergibt, nämlich aus dem Wert des Ioffefeldes und dem des Quadrupolfeldes (beide $\sim 100 \text{ G}$), ist er mit einem großen relativen Fehler behaftet. Dieser Effekt ist unabhängig vom für die einzelnen Felder gewählten Modell.

Sollte sich bei Messungen an der Atomwolke herausstellen, dass das Offsetfeld tatsächlich kleiner ist als die erforderlichen etwa 0,5 G, kann diese geringe Abweichung jedoch durch Überlagerung eines homogenen Feldes (effektive Translation der Quadrupol-Null) ausgeglichen werden. Das dadurch entstehende zusätzliche Rauschen liegt im Bereich von $10^{-3} B_0$ und ist daher unkritisch.

Durch die Verschiebung der Koordinatensysteme von Quadrupol- und Ioffespule gegeneinander kann es zu einer Verringerung des Offsets kommen. Ich habe diesen Effekt numerisch aus den Fitdaten berechnet, und das Ergebnis ist in Abb. 4.5 dargestellt. Die Abnahme von B_0 hängt in sehr guter Näherung quadratisch vom Abstand der Achsen ab gemäß

$$B_0(y_I, z_I) = \max \left\{ 0 \text{ G}; 2,4 \text{ G} - \left(0,30 \frac{\text{G}}{\text{mm}^2} \right) y_I^2 - \left(1,18 \frac{\text{G}}{\text{mm}^2} \right) z_I^2 \right\} \quad (4.1.6)$$

Für die aus den Messdaten bestimmten Werte von $y_I = 0,228 \text{ mm}$ und $z_I = 0,270 \text{ mm}$ ist die mögliche Verminderung von B_0 relativ klein, es gilt $B_0 - B_0(y_I, z_I) < 0,1 \text{ G}$.

4.1.4 Fallenfrequenzen

Aus den Gradienten ζ_x , ζ_y und ζ_z des Quadrupolfeldes und dem Betrag B_0 des Magnetfeldes am Minimum, kann ich nun die Fallenfrequenzen ω_x und ω_y berechnen, wobei ich die im Theoriekapitel von mir hergeleiteten Formeln (2.2.19) und (2.2.20) auf drei verschiedene Gradienten verallgemeinert habe. Die Fehler der Werte für die radialen Frequenzen ω_y und ω_z sind im wesentlichen durch den Fehler von B_0 bestimmt.

$$\begin{aligned}\omega_x &= \frac{2}{6^{\frac{1}{8}}} \sqrt{\frac{\|\boldsymbol{\mu}\| |\zeta_x|^{\frac{5}{4}}}{m |p|^{\frac{1}{4}}}} = 2\pi \times (20,83 \pm 0,09) \text{ Hz} \\ \omega_y &= \sqrt{\frac{\|\boldsymbol{\mu}\| (\zeta_y + \zeta_x/2)^2}{m B_0}} = 2\pi \times (190 \pm 85) \text{ Hz} \\ \omega_z &= \sqrt{\frac{\|\boldsymbol{\mu}\| (\zeta_z + \zeta_x/2)^2}{m B_0}} = 2\pi \times (191 \pm 85) \text{ Hz}\end{aligned}$$

Diese Werte gelten für den doppelt polarisierten $|F=2, m_F=2\rangle$ -Zustand von ^{87}Rb . Die Werte für $|F=1, m_F=-1\rangle$ sind um einen Faktor $1/\sqrt{2}$ kleiner.

Aus den Fallenfrequenzen lässt sich die Abhängigkeit der Temperatur des BEC-Phasenüberganges von der Atomzahl berechnen. Für ein harmonisches Potential lautet nach [CBY01, Tab. 1] die zu (2.3.6) analoge Gleichung

$$(k_B T_c)^3 = \hbar^3 \omega_x \omega_y \omega_z \frac{N}{g_3(1)}, \quad (4.1.7)$$

wobei $g_\nu(z)$ die in Abschnitt 2.3.1 definierte Bosefunktion ist. In Abbildung 4.6 ist die mit dieser Gleichung berechnete kritischen Temperatur T_c gegen die Atomzahl N aufgetragen. Für eine typische Atomzahl von $N=10^5$ tritt der Phasenübergang in der von mir vermessenen Falle bei einer Temperatur von $(0,19 \pm 0,06) \mu\text{K}$ ein.

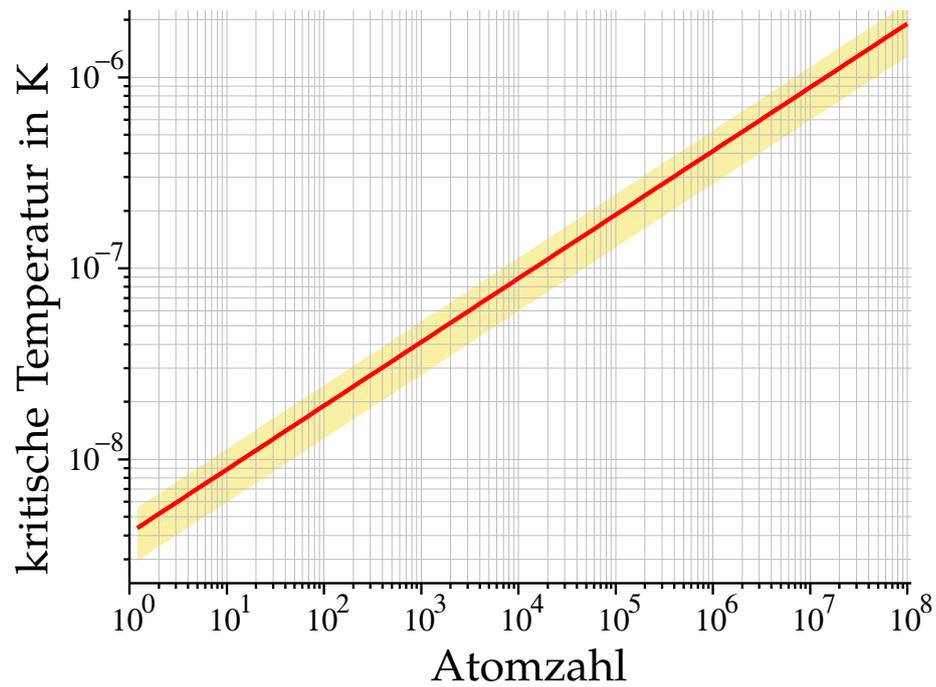


Abb. 4.6: Kritische Temperatur für Bose-Einstein-Kondensation in der QUIC-Falle in Abhängigkeit von der Atomzahl. Die rote Linie entspricht $T_c(N)$ berechnet für ein Offsetfeld von $B_0 = 2,4$ G, der gelb unterlegte Bereich kennzeichnet das Intervall $[T_c - \sigma, T_c + \sigma]$.

5. Rechnungen

5.1 Thomas-Fermi-Grundzustand für ein binäres Kondensat

Eines der Ziele unseres Experimentes ist die Erzeugung und Untersuchung eines binären Kondensates von Rubidium- und Cäsiumatomen (vgl. Abschnitt 2.4). Im folgenden Kapitel werde ich einige Rechnungen vorstellen, in denen ich untersucht habe, wie die zu erwartenden Beobachtungen von den experimentellen Parametern und insbesondere von der unbekanntem Streulänge a_s^{RbCs} abhängen.

Im Grenzwert relativ großer Cäsium-Atomzahlen kann das gekoppelte System in der *mean-field*-Näherung beschrieben werden, und wir betrachten dementsprechend die gekoppelten Gross-Pitajevskij-Gleichungen (2.4.2) für ein binäres Rb-Cs-Kondensat. Dabei sind g_{Rb} und g_{Cs} gegeben durch Gl. (2.3.9), und für die bekannten Parameter verwende ich die Werte

$$\begin{aligned} m_{\text{Rb}} &= 1,443161 \times 10^{-25} \text{ kg} && [\text{Ste02b}], \\ m_{\text{Cs}} &= 2,206947 \times 10^{-25} \text{ kg} && [\text{Ste02a}], \\ a_0 &= 5,29 \times 10^{-11} \text{ m} && [\text{LWJ00}], \\ a_s^{\text{Rb}} &= 104 a_0 && [\text{JMTW97}], \\ a_s^{\text{Cs}} &= 2400 a_0 \text{ bei } 0 \text{ G} && [\text{LWJ00}]. \end{aligned}$$

Ich bin hier davon ausgegangen, dass beide Elemente sich in ihren doppelt polarisierten Grundzuständen befinden.

5.1.1 Stabilität des binären Kondensates

Die Bedingung für die Stabilität des binären Kondensates lautet

$$|g_{\text{RbCs}}| < \sqrt{g_{\text{Cs}}g_{\text{Rb}}}, \quad [\text{PS02}]. \quad (5.1.1)$$

Dies lässt sich anschaulich so formulieren, dass die direkte Wechselwirkung zwischen Atomen einer Spezies größer sein muss, als ihre durch die Atome der anderen Spezies vermittelte induzierte Wechselwirkung.

Wenn die Stabilitätsbedingung nicht erfüllt ist und $g_{\text{RbCs}} < 0$, überwiegt die induzierte Anziehung die direkte Abstoßung und das Gas kollabiert (vgl. Ab-

schnitt 2.3.2). Ist dagegen Ungleichung (5.1.1) verletzt und $g_{\text{RbCs}} > 0$, so führt die starke Abstoßung zwischen Rubidium und Cäsium zur Ausbildung zweier räumlich getrennter Kondensate.

Durch Einsetzen der oben angegebenen Werte kann man die Stabilitätsbedingung bezogen auf die Rubidium-Cäsium-Streulänge a_s^{RbCs} formulieren,

$$|a_s^{\text{RbCs}}| < 26 \text{ nm} = 486 a_0. \quad (5.1.2)$$

5.1.2 Dichteverteilung für den Grundzustand

Im Bereich großer Atomzahlen können wir wie in Abschnitt 2.3.2 die Thomas-Fermi-Näherung verwenden. Um die folgenden Rechnungen übersichtlich zu halten, betrachte ich dabei eine radialsymmetrische harmonische Falle. Wenn beide Elemente in ihren doppelt polarisierten Grundzuständen gefangen werden, gilt für beide $m_F g_F = 1$. Daher ist das Fallenpotential für alle Atome gleich, so dass ich

$$U_1(\mathbf{r}) = U_2(\mathbf{r}) =: U(\mathbf{r}) \quad (5.1.3)$$

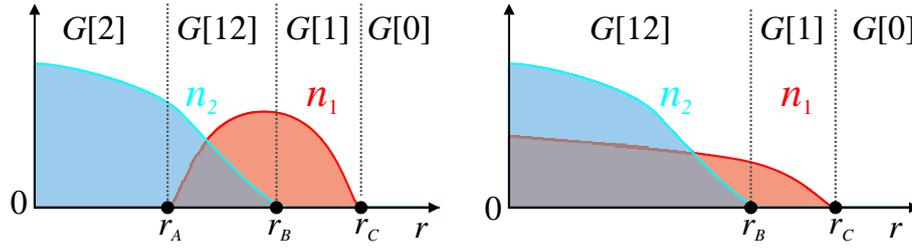
setzen kann. Um den Grundzustand des binären Kondensates in Thomas-Fermi-Näherung zu berechnen, verwende ich den in [HS96] angegebenen Algorithmus, wobei ich zunächst abstrakt zwei Elemente „1“ und „2“ betrachte.

- Schritt 1: Man stelle einen Ansatz für die Atomzahldichten $n_1(\mathbf{r})$ und $n_2(\mathbf{r})$ in Abhängigkeit von den chemischen Potentialen μ_1 und μ_2 auf.
- Schritt 2: Man integriere $n_1(\mathbf{r})$ und $n_2(\mathbf{r})$, um die Atomzahlen $N_1(\mu_1, \mu_2)$ und $N_2(\mu_1, \mu_2)$ in Abhängigkeit von den chemischen Potentialen zu erhalten, $N_i(\mu_1, \mu_2) = \int n_i d^3r$.
- Schritt 3: Man löse für gegebene Atomzahlen $N_{\text{Rb}}, N_{\text{Cs}}$, Kopplung g_{RbCs} und Fallenfrequenz ω das Gleichungssystem

$$N_{\text{Rb}} = N_i(\mu_1, \mu_2) \quad i, j = 1, 2$$

$$N_{\text{Cs}} = N_j(\mu_1, \mu_2) \quad i \neq j$$

nach den chemischen Potentialen. In der Regel wird dies jeweils nur für eine bestimmte Zuordnung $\{\text{Rb}, \text{Cs}\} \rightarrow \{1, 2\}$ möglich sein. Damit erhält man dann die Grundzustandsdichteverteilungen in Abhängigkeit von den Atomzahlen und der Rubidium-Cäsium-Streulänge.


 Abb. 5.1: Die beiden Ansätze für die Atomzahldichten n_1 und n_2 . Erläuterung im Text

Entscheidend ist, in Schritt 1 einen geeigneten Ansatz für die Dichteverteilungen n_i zu verwenden, der darüberhinaus mit der Thomas-Fermi-Näherung verträglich ist. Für den Grundzustand eines stabilen binären Kondensates sind prinzipiell zwei Szenarien möglich: entweder die Atome eines der beiden Elemente werden aus dem Fallenzentrum verdrängt oder aber beide Atomzahldichten sind im Fallenzentrum von Null verschieden (Abb. 5.1).

Verdrängung eines Elementes aus dem Fallenzentrum

Wir betrachten zunächst den Fall, dass ein Element aus dem Fallenzentrum verdrängt wird. In dieser Situation teilen wir den Raum in die vier im linken Diagramm von Abb. 5.1 dargestellten Zonen auf. Entfernt vom Fallenzentrum gibt es einen Bereich $G[0]$ in dem aufgrund des hohen Potentials keine Atome mehr vorkommen. Nähern wir uns dem Fallenzentrum, so folgt ein Gebiet $G[1]$, in dem nur eine der beiden Atomzahldichten, n_1 , deutlich von Null verschieden ist. Dann folgt ein Bereich der Koexistenz, $G[12]$, und schließlich gibt es ein Gebiet $G[2]$, in dem nur die Atomzahldichte n_2 wesentlich von Null verschieden ist. Die Ansätze für die Dichtefunktionen n_1 und n_2 in den verschiedenen Bereichen lauten nun

$$G[0]: n_1 = 0, \quad n_2 = 0; \quad (5.1.4a)$$

$$G[1]: n_1 = (\mu_1 - U)/g_1, \quad n_2 = 0; \quad (5.1.4b)$$

$$G[12]: n_1 = \frac{g_2(\mu_1 - U) - g_{12}(\mu_2 - U)}{g_1 g_2 - g_{12}^2}, \quad n_2 = \frac{g_1(\mu_2 - U) - g_{12}(\mu_1 - U)}{g_2 g_1 - g_{12}^2}; \quad (5.1.4c)$$

$$G[2]: n_1 = 0, \quad n_2 = (\mu_2 - U)/g_2. \quad (5.1.4d)$$

Dabei verwenden wir in $G[1]$ und $G[2]$ die Lösung Gl. (2.3.12) für ein einziges Kondensat, und in $G[12]$ die Lösung der aus Gl. (2.4.2) abgeleiteten stationären

Gross-Pitajevskij-Gleichungen

$$\mu_1 = U + g_1 n_1 + g_{12} n_2 \quad (5.1.5a)$$

$$\mu_2 = U + g_2 n_2 + g_{12} n_1 . \quad (5.1.5b)$$

Wenn wir für das Potential $U = Kr^2$ einsetzen, erhalten wir aus der Stetigkeitsbedingung für n_1 und n_2 die Radien r_A, r_B und r_C der Grenzflächen zwischen den vier Gebieten (vgl. Abb. 5.1),

$$r_A^2 = \frac{g_2 \mu_1 - g_{12} \mu_2}{K(g_2 - g_{12})}, \quad r_B^2 = \frac{g_1 \mu_2 - g_{12} \mu_1}{K(g_1 - g_{12})}, \quad r_C^2 = \frac{\mu_1}{K}. \quad (5.1.6)$$

Um zu erkennen, für welchen Parameterbereich der verwendete Ansatz gilt, betrachte ich die Relationen

$$r_A \leq r_B \quad \text{und} \quad r_B \leq r_C . \quad (5.1.7)$$

Da wir annehmen, dass die Stabilitätsbedingung (5.1.1) erfüllt ist, lassen sich diese Ungleichungen umformen zu

$$\frac{\mu_1 - \mu_2}{(g_1 - g_{12})(g_2 - g_{12})} \leq 0 \quad \text{und} \quad \frac{-\mu_1 + \mu_2}{(g_1 - g_{12})} \leq 0 . \quad (5.1.8)$$

Wenn $g_2 < g_{12}$ ist, erhalten wir daraus $\mu_2 \leq \mu_1$. Für $g_2 > g_{12}$ ergibt sich dagegen $\mu_1 = \mu_2$ und damit $r_A = r_B = r_C$: der Ansatz bricht zusammen.

Wir gehen also davon aus, dass $g_2 < g_{12}$ erfüllt ist. Dann können wir Gl. (5.1.4) und Gl. (5.1.6) verwenden, um die Dichten n_1 und n_2 stückweise zu integrieren. Mit den Abkürzungen $C_i = g_i - g_{12}$, $C_{12} = g_1 g_2 - g_{12}^2$, $M_1 = g_1 \mu_2 - g_{12} \mu_1$ und $M_2 = g_2 \mu_1 - g_{12} \mu_2$ erhalten wir die Atomzahlen in der Form

$$N_1 = \frac{8\pi}{15} \frac{1}{C_{12} \sqrt{K^3}} \left(\frac{C_{12} \mu_1 \sqrt{\mu_1^3}}{g_1} - \frac{g_{12}}{g_1} \sqrt{\frac{M_1^5}{C_1^3}} - \frac{1}{C_2} \sqrt{\frac{M_2^5}{C_2}} \right) \quad (5.1.9a)$$

$$N_2 = \frac{8\pi}{15} \frac{1}{C_{12} \sqrt{K^3}} \left(\sqrt{\frac{M_1^5}{C_1^3}} + \frac{g_{12}}{g_2} \frac{1}{C_2} \sqrt{\frac{M_2^5}{C_2}} \right) . \quad (5.1.9b)$$

Um diese Gleichungen für bestimmte Atomzahlen N_{Rb} , N_{Cs} und Streulänge a_s^{RbCs} nach den chemischen Potentialen zu lösen, müssen wir entscheiden, welche Zuordnung $\{\text{Rb}, \text{Cs}\} \rightarrow \{1, 2\}$ wir treffen. Dazu bedienen wir uns der oben hergeleiteten Bedingung $g_2 < g_{12}$. Weil für ein stabiles Kondensat g_{Cs} größer als g_{RbCs} sein muss, kann diese Bedingung nur erfüllt werden, wenn wir Element „2“ mit Rubidium identifizieren. Wir erhalten dann als notwendige Bedingung dafür, dass der Thomas-Fermi-Grundzustand die in Abb. 5.1 links angegebene Form haben kann, die Relation

$$g_{\text{Rb}} < g_{\text{RbCs}} < \sqrt{g_{\text{Rb}} g_{\text{Cs}}} \quad \Leftrightarrow \quad 125 a_0 < a_s^{\text{RbCs}} < 486 a_0 \quad (5.1.10)$$

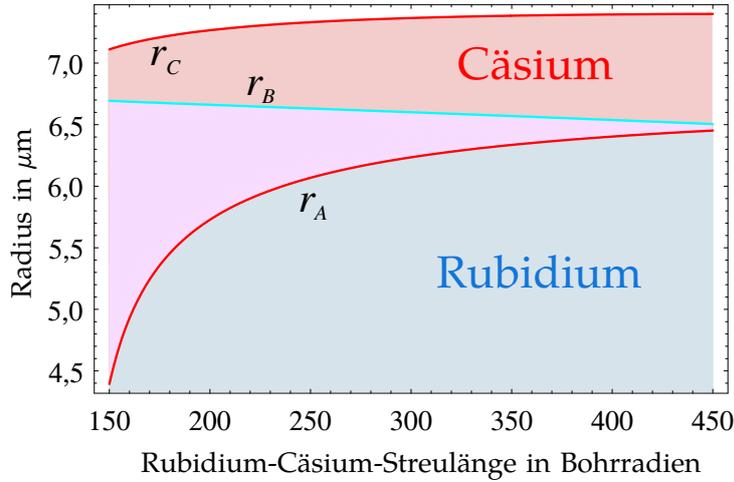


Abb. 5.2: Verteilung von Rubidium und Cäsium in einem binären Kondensat in Abhängigkeit von a_s^{RbCs} , berechnet in Thomas-Fermi-Näherung. Deutlich zu sehen ist der Übergang zwischen vollständiger Durchmischung der beiden Komponenten für $a_s^{\text{RbCs}} < 125 a_0$ und vollständiger Trennung für $a_s^{\text{RbCs}} > 490 a_0$. Bei der Berechnung wurden $N_{\text{Rb}} = 10^5$ und $N_{\text{Cs}} = 10^3$ verwendet.

Wir können jetzt numerische Werte für die Parameter K und a_s^{RbCs} einsetzen und das nichtlineare Gleichungssystem $\{N_{\text{Cs}} = N_1, N_{\text{Rb}} = N_2\}$ mittels Newtonverfahren numerisch nach den chemischen Potentialen lösen. Für K verwende ich dabei $K = \frac{1}{2} m_{\text{Rb}} \bar{\omega}^2$, wobei $\bar{\omega} = 2\pi \times 90 \text{ Hz}$ das geometrische Mittel der in Abschnitt 4.1.4 bestimmten Fallenfrequenzen ist.

Mit den chemischen Potentialen kennen wir auch die vollständige Form der Grundzustandsdichteverteilungen zu den verwendeten Parametern N_{Rb} , N_{Cs} und a_s^{RbCs} . Diese Kenntnis können wir jetzt nutzen, um zum Beispiel den Grad der Durchmischung von Rubidium und Cäsium in Abhängigkeit von der Rubidium-Cäsium-Streulänge zu berechnen (Abb. 5.2).

In Abbildung 5.3 sind die Dichteverteilungen zu $a_s^{\text{RbCs}} = 200 a_0$ und $N_{\text{Rb}} = 10^5$ für eine Cäsium-Atomzahl von $N_{\text{Cs}} = 10^3$ und für eine Cäsium-Atomzahl von $N_{\text{Cs}} = 10^4$ dargestellt.

Beide Elemente im Zentrum der Falle

Jetzt widmen wir uns dem zweiten in Abb. 5.1 dargestellten Fall. Wir erwarten dabei, dass wir zumindest im Bereich

$$-\sqrt{g_{\text{Rb}} g_{\text{Cs}}} < g_{\text{RbCs}} < g_{\text{Rb}} \quad \Leftrightarrow \quad -486 a_0 < a_s^{\text{RbCs}} < 125 a_0 \quad (5.1.11)$$

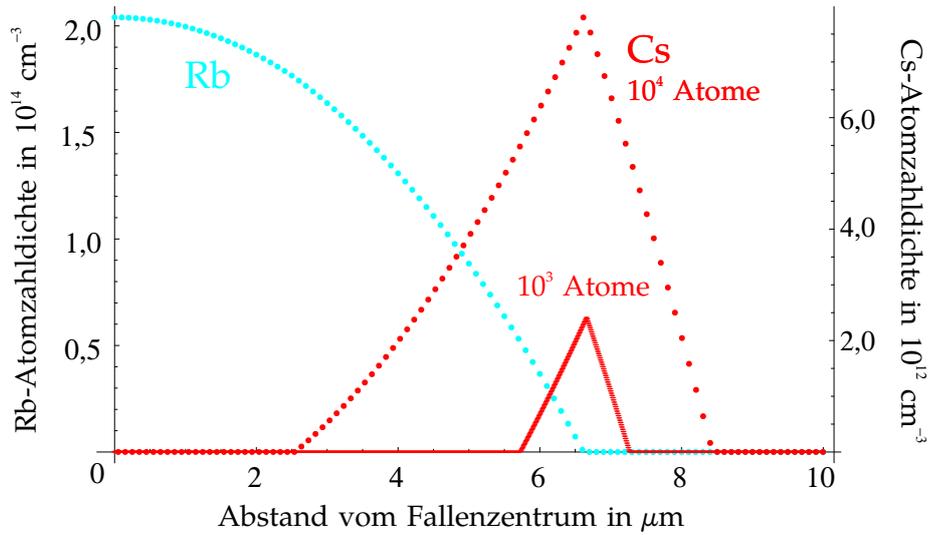


Abb. 5.3: Lokale Dichte für Rubidium und Cäsium im Thomas-Fermi-Grundzustand. Wie schon in Abschnitt 2.3.2 erwähnt versagt die Näherung in der Nähe der Nullstellen von n_{Rb} und von n_{Cs} . In der Realität treten also keine scharfen Knicke in den Dichtefunktionen auf. Rechnung für $a_s^{\text{RbCs}} = 200 a_0$ und $N_{\text{Rb}} = 10^5$, $N_{\text{Cs}} = 10^3$ bzw. 10^4 , die Verteilung der Rubidiumatome ändert sich vom einen zum anderen Fall praktisch nicht.

immer eine Lösung finden können, da in diesem Bereich ein stabiles binäres Kondensat existiert, das aber wie oben gezeigt nicht die in Abb. 5.1 links dargestellte Form haben kann.

Der Ansatz für die Atomzahldichte ist jetzt durch die Gleichungen (5.1.4a–5.1.4c) gegeben, wobei die Gebiete wie in Abb. 5.1 rechts definiert sind. Als Grenzflächenradien ergeben sich wieder die Gleichungen (5.1.6) für r_B und r_c . Aus der Reihenfolge der Grenzflächen leiten wir wie oben die Bedingung

$$\frac{-\mu_1 + \mu_2}{(g_1 - g_{12})} \leq 0 \quad (5.1.12)$$

ab. Zusätzlich folgen aus der Forderung, dass beide Atomzahldichten im Fallenzentrum nicht verschwinden, die Ungleichungen

$$g_{12} > 0 : \frac{g_1}{g_{12}} \mu_1 < \mu_2 < \frac{g_2}{g_{12}} \mu_1 \quad \text{bzw.} \quad (5.1.13a)$$

$$g_{12} < 0 : \frac{g_2}{g_{12}} \mu_1 < \mu_2 < \frac{g_1}{g_{12}} \mu_1 . \quad (5.1.13b)$$

Diese Kriterien werden uns ermöglichen zu entscheiden, ob dieser Ansatz mit einer bestimmten Zuordnung der Elemente für einen gegebenen Parametersatz den Thomas-Fermi-Grundzustand beschreibt.

Wir integrieren jetzt wie im vorangehenden Abschnitt die Atomzahldichten, um die Atomzahlen in Abhängigkeit von den chemischen Potentialen zu erhalten,

$$N_1 = \frac{8\pi}{15} \frac{1}{C_{12}\sqrt{K^3}} \left(\frac{C_{12}\mu_1\sqrt{\mu_1^3}}{g_1} - \frac{g_{12}}{g_1} \sqrt{\frac{M_1^5}{C_1^3}} \right) \quad (5.1.14a)$$

$$N_2 = \frac{8\pi}{15} \frac{1}{C_{12}\sqrt{K^3}} \sqrt{\frac{M_1^5}{C_1^3}}. \quad (5.1.14b)$$

Auch dieses Gleichungssystem lässt sich numerisch nach den chemischen Potentialen lösen, so dass wir jetzt vollständigen Zugang zur Grundzustandsdichtefunktion abhängig von den drei Parametern N_{Cs} , N_{Rb} und a_s^{RbCs} haben.

Mit dem gewonnenen Verfahren zur Berechnung der Grundzustandslösung lässt sich nun die Abhängigkeit möglicher Messgrößen von den Parametern untersuchen. Als Beispiel ist in Abb. 5.4 für drei verschiedene Rb-Cs-Streulängen die Ausdehnung der beiden Komponenten des Kondensates in Abhängigkeit von der Cäsium-Atomzahl angegeben.

Die in diesem Kapitel vorgestellten Rechnungen haben also ermöglicht, einen Überblick über die verschiedenen möglichen physikalischen Situationen in einem Rubidium-Cäsium-Kondensat zu gewinnen, und Kriterien für deren Abgrenzung gegeneinander zu etablieren. Innerhalb der durch die Thomas-Fermi-Näherung gesetzten Grenzen erlauben sie auch quantitative Vorhersagen über die Dichteverteilung im Grundzustand des binären Kondensates in Abhängigkeit von der Rubidium-Cäsium-Streulänge, von der Zahl der Rubidiumatome und von der Zahl der Cäsiumatome. Die Verallgemeinerung des beschriebenen Ansatzes auf eine anisotrope Falle bietet keine prinzipiellen Schwierigkeiten.

5. Rechnungen

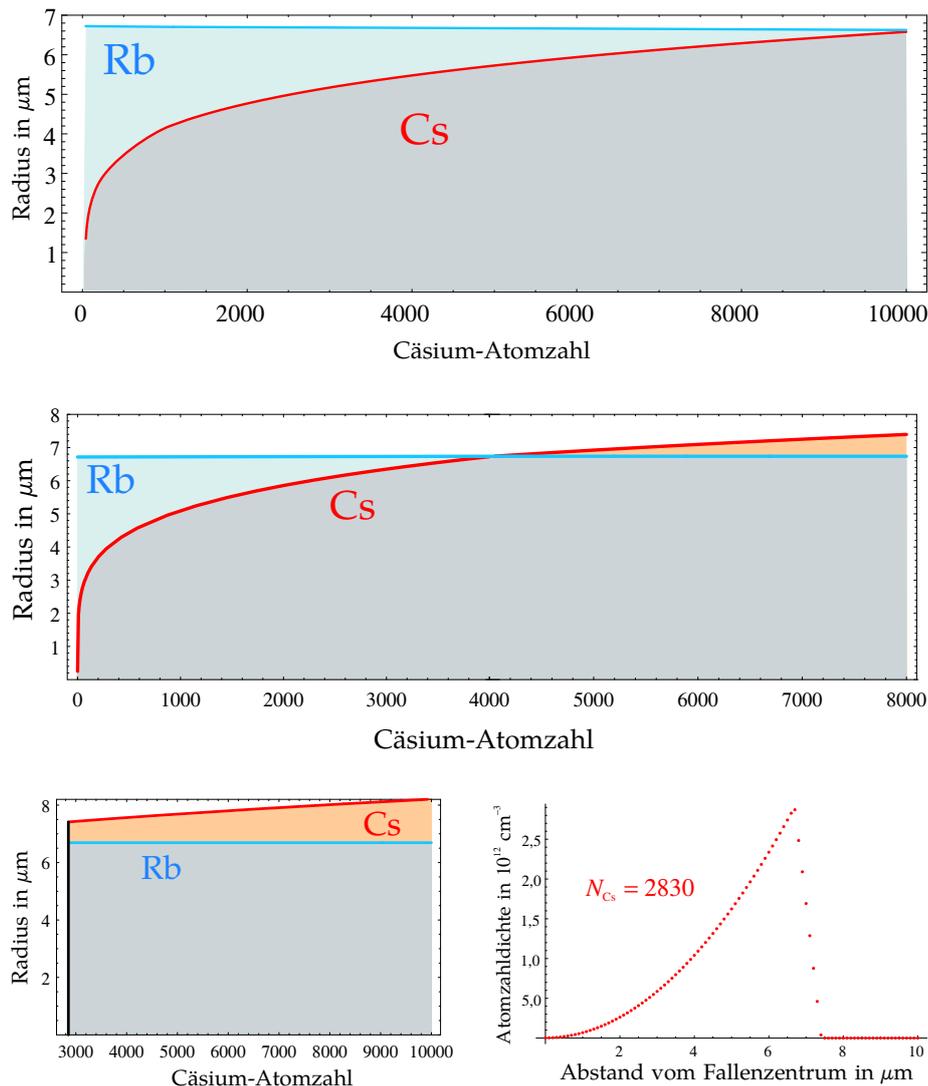


Abb. 5.4: Verteilung von Cäsium und Rubidium in Abhängigkeit von der Cäsium-Atomzahl bei $N_{\text{Rb}} = 10^5$. Oben: anziehende Wechselwirkung, $g_{\text{RbCs}} < 0$. Auch eine große Zahl von Cäsiumatomen bleibt vollständig von Rubidium eingeschlossen ($a_{\text{s}}^{\text{RbCs}} = -80 a_0$). Mitte: schwache Abstoßung, $0 < g_{\text{RbCs}} < g_{\text{Rb}}$. Nur kleine Zahlen von Cäsiumatomen bleiben von Rubidium eingeschlossen; ab $N_{\text{Cs}} \approx 4000$ tritt am Rand des Kondensates eine reine Cäsium-Komponente auf ($a_{\text{s}}^{\text{RbCs}} = 50 a_0$). Unten: Starke Abstoßung, $g_{\text{RbCs}} > g_{\text{Rb}}$. Die äußeren Regionen des Kondensates enthalten unabhängig von N_{Cs} stets Cäsiumatome. Wenn N_{Cs} einen kritischen Wert (schwarze Linie) unterschreitet, werden die Cäsiumatome vollständig aus dem Fallenzentrum verdrängt. Für diesen Wert von N_{Cs} ist rechts die Cs-Dichteverteilung dargestellt. Die Cäsiumatomdichte im Fallenzentrum ist nahe Null, damit befinden wir uns genau am Übergang zwischen den beiden in Abb. 5.1 dargestellten Topologien (vgl. auch Abb. 5.3); ($a_{\text{s}}^{\text{RbCs}} = 150 a_0$).

6. Zusammenfassung und Ausblick

Im ersten Teil der vorliegenden Arbeit habe ich die theoretischen Grundlagen zum Verständnis der Apparatur zur Bose-Einstein-Kondensation und der Experimente, die wir an ihr durchzuführen beabsichtigen, dargelegt. Einen Schwerpunkt habe ich dabei auf die Erläuterung der Charakteristika der Quadrupol-Ioffe-Falle gesetzt, die wir zum magnetischen Einschluss der ultrakalten Atome verwenden. Indem ich das Magnetfeld des Quadrupol-Ioffe-Spulensystems durch das Modell Quadrupol + Dipol beschrieben habe, konnte ich analytische Ausdrücke für die Fallenfrequenzen in Abhängigkeit von den Parametern dieses Modells herleiten.

Im zweiten Teil der Arbeit habe ich den aktuellen Aufbau unseres Experimentes vollständig dokumentiert. Die Funktion der verschiedenen Elemente habe ich erläutert, indem ich den Weg der Atome von Einfang und Laserkühlen in der MOT bis zur Bose-Einstein-Kondensation nach Radiofrequenzkühlen in der Magnetfalle beschrieben habe.

Im anschließenden Kapitel habe ich über Korrektur und Charakterisierung unserer Quadrupol-Ioffe-Falle berichtet. Im Zuge der geschilderten experimentellen Arbeit habe ich die Komponenten des Magnetfeldes mit hoher räumlicher Auflösung vermessen. Daraus habe ich die Gradienten des Quadrupolfeldes und die Parameter des Feldes der Ioffespule bestimmt. Die Beschreibung des Fallenfeldes durch das Quadrupol+Dipol-Modell ist anhand der Messdaten überprüft worden. Mit Hilfe dieses Modells habe ich den Ort des Fallenzentrums und die drei Fallenfrequenzen aus den Messdaten ermittelt.

Schlussendlich habe ich mit Blick auf die Zukunft des Experimentes untersucht, wie die Dichteverteilung von Cäsium und Rubidium in einem binären Kondensat von den experimentellen Parametern und der Rubidium-Cäsium-Streulänge abhängt. Dabei konnte ich die für ein stabiles binäres Kondensat möglichen Grundzustände identifizieren und Kriterien dafür entwickeln, unter welchen Umständen welche dieser Konfigurationen realisiert ist.

Im vergangenen Jahr haben wir den Aufbau unseres Experimentes umfassend verbessert und erweitert, so dass in naher Zukunft Bose-Einstein-Kondensation

von Rubidium erreicht werden sollte. Dann kann mit Messungen zur Bestimmung der Rubidium-Cäsium-Streulänge begonnen werden. Deren Ergebnisse werden die Grundlage für die Studien zur binären Kondensation von Rubidium und Cäsium und zur Untersuchung dotierter Kondensate bilden, für die das Bonner BEC-Experiment konzipiert wurde.

Anhang

A. Magnetfeldsensoren zur Einstellung des Kompensationsfeldes

A.1 Messprinzip

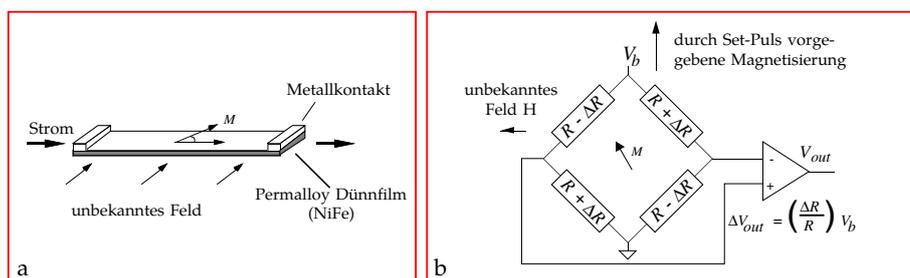


Abb. A.1: Funktionsprinzip der Magnetsensoren, adaptiert nach [Hon03]

Zur Einstellung des Magnetfeldes der Kompensationsspulen messen wir das Magnetfeld am Ort der Falle mit drei Paaren von Magnetsensor-ICs der Firma Honeywell (HMC1001, HMC1002). Das Messprinzip der Sensoren beruht auf dem anomalen Magnetowiderstand (MR, AMR). Dieser bewirkt, dass der Widerstand eines Permalloy-Dünnsfilmes sich mit dem Winkel zwischen Magnetisierung M und Stromfluss j ändert (Abb. A.1a).

Wie die von uns verwendeten Sensoren diesen Effekt ausnutzen, um eine Komponente eines externen Magnetfeldes zu messen, geht aus Abb. A.1b hervor: vier MR-Widerstände sind entlang der Seiten eines Quadrates zu einer Wheatstonebrücke angeordnet. Mit einem Strom-Puls durch eine auf dem Chip befindliche Leiterschleife (Set/Reset Strap) wird die Magnetisierung der Filme senkrecht zur sensitiven Achse und unter $\pm 45^\circ$ zur Stromrichtung eingestellt. Legt man nun ein äußeres Feld H entlang der sensitiven Achse an, dreht sich die Magnetisierung in den Sensoren in Richtung von H . Entsprechend der unterschiedlichen Orientierung der MR-Sensoren bewirkt dies eine Erhöhung oder Erniedrigung des Widerstandes R um $\Delta R \propto H$. Dadurch steigt die Spannung am auf der Abbildung linken Mittelabgriff auf $V_L = \frac{R+\Delta R}{2R} V_b$, während sie am rechten Mittelabgriff der Wheatstonebrücke auf $V_R = \frac{R-\Delta R}{2R} V_b$ absinkt. Die Potentialdifferenz $V_L - V_R = \frac{\Delta R}{R} V_b$ kann nun gemessen werden, um ein zu H proportionales Ausgangssignal zu erhalten.

A.2 Beschaltung

Als äußere Beschaltung der Sensoren wird zum einen ein Versorgungsschaltkreis benötigt, der die erforderlichen Spannungen und Ströme zur Verfügung stellt, zum anderen eine Verstärkerschaltung die das Signal des Magnetsensors verstärkt. Die von mir dafür gebaute Schaltung ist in Abb. A.2 wiedergegeben. Die für jeden Sensor einzeln benötigten Schaltkreise sind auf der Platine doppelt ausgeführt, damit jeweils zwei Sensoren gleichzeitig ausgelesen werden können (Umschalten zwischen den Sensorpaaren durch Mehrfachschalter am Gehäuse).

Der Honeywell-Sensor benötigt einen periodisch gepulsten Strom durch den Set/Reset Strap, um die Magnetisierung des Permalloy-Films entlang der vorgegebenen Achse aufzufrischen. Dieser Strompuls von etwa 3 A mit einer Pulsdauer von 33 μ s und einer Periode von 57 ms wird mit einem Darlington-Transistor erzeugt, der von einem als astabiler Multivibrator betriebenen Timer-Chip NE555N gesteuert wird. Die Polarität des Pulses kann über einen (nicht abgebildeten) Schalter am Gehäuse gewechselt werden.

Um den vollen Messbereich ausschöpfen zu können, benötigt man ferner einen Offset-Strom, der in einer weiteren Leiterschleife auf dem Chip (Offset Strap) ein das äußere Feld teilweise kompensierendes Magnetfeld erzeugt. Dieser wird mithilfe eines über ein Präzisions-Zehngang-Potentiometer angesteuerten Transistors erzeugt, dessen Emitterwiderstand als Präzisionswiderstand mit niedrigem Temperaturkoeffizienten ausgeführt ist.

Die Versorgungsspannung V_b für die Wheatstonesche Brücke wird mit einer 12V-Spannungsreferenz der Reihe L78S00 erzeugt.

Zum Auslesen der Spannung dient ein Instrumentenverstärker AD624 mit besonders guten Rausch-, Linearitäts- und Temperatureigenschaften. Insbesondere ist bei dieser Anwendung auch die niedrige Eingangs-Offset-Spannung von maximal 25 μ V wichtig. Der AD624 wird mit der Pin-programmierbaren Verstärkung $G = 100$ betrieben. Damit hat das Gesamtsystem eine Empfindlichkeit von etwa 3,8 V/G¹.

¹ Genaue Kalibrierung steht noch aus.

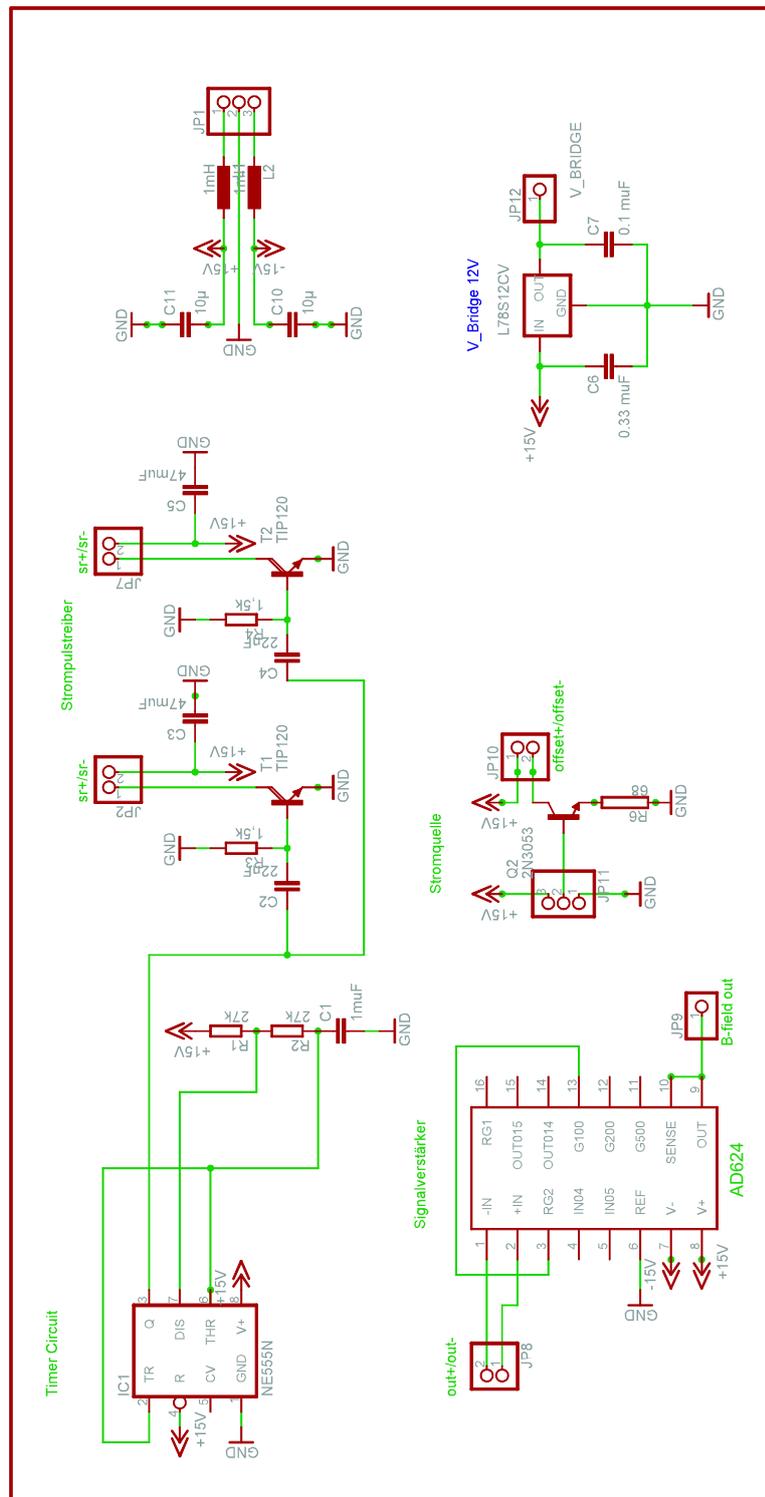


Abb. A.2: Schaltung zum Ansteuern und Auslesen der Magnetsensoren. Offset-Stromquelle und Verstärker sind auf der Platine ebenfalls doppelt ausgeführt.

Literaturverzeichnis

- [AEM⁺95] ANDERSON, M. H.; ENSHER, J. R.; MATTHEWS, M. R.; WIEMANN, C. E.; CORNELL, E. A.: Observations of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor. In: *Science* 269 (1995), S. 198–201
- [ATM⁺97] ANDREWS, M. R.; TOWNSEND, C. G.; MIESNER, H.-J.; DURFEE, D. S.; KURN, D. M.; KETTERLE, W.: Observation of Interference Between Two Bose Condensates. In: *Science* 275 (1997), 01, S. 637–640
- [BBD⁺99] BURGER, S.; BONGS, K.; DETTMER, S.; ERTMER, W.; SENGSTOCK, K.; SANPERA, A.; SHLYAPNIKOV, G. V.; LEWENSTEIN, M.: Dark Solitons in Bose-Einstein Condensates. In: *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999), 12, Nr. 25, S. 5198–5201
- [BEC03] BURNETT, Keith; EDWARDS, Mark; CLARK, Charles. *The Bose-Einstein Condensation Homepage at Georgia Southern University*.
<http://bec01.phy.gasou.edu/bec.html>. 03 2003
- [BHE99] BLOCH, Immanuel; HÄNSCH, Theodor W.; ESSLINGER, Tilman: Atom Laser with a cw Output Coupler. In: *Phys. Rev. Lett.* 82 (1999), 04, S. 3008–3011
- [Bos24] BOSE, S. N.: Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. In: *Zeitschrift für Physik* 26 (1924), S. 178–181
- [BSC01] BARRETT, M. D.; SAUER, J. A.; CHAPMAN, M. S.: All-Optical Formation of an Atomic Bose-Einstein Condensate. In: *Phys. Rev. Lett.* 87 (2001), 07, Nr. 1, S. 010404
- [BSH97] BRADLEY, C. C.; SACKETT, C. A.; HULET, R. G.: Bose-Einstein Condensation of Lithium: Observation of Limited Condensate Number. In: *Phys. Rev. Lett.* 78 (1997), 02, Nr. 6, S. 985–989
- [BSTH95] BRADLEY, C. C.; SACKETT, C. A.; TOLLETT, J. J.; HULET, R. G.: Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions. In: *Phys. Rev. Lett.* 75 (1995), S. 1687

- [CBY01] COURTEILLE, Ph. W.; BAGNATO, V. S.; YUKALOV, V. I.: Bose-Einstein Condensation of Trapped Atomic Gases. In: *Laser Physics* 11 (2001), 11, Nr. 6, S. 659–800
- [CLH⁺98] CORWIN, Kristan L.; LU, Zheng-Tian; HAND, Carter F.; EPSTEIN, Ryan J.; WIEMAN, Carl E.: Frequency-stabilized diode laser with the Zeeman shift in an atomic vapor. In: *Appl. Opt.* 37 (1998), 05, Nr. 15, S. 3295 – 3298
- [CVKC00] CHIN, Cheng; VULETIC, Vladan; KERMAN, Andrew J.; CHU, Steven: High Resolution Feshbach Spectroscopy of Cesium. In: *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000), 09, Nr. 13, S. 2717–2720
- [DCT89] DALIBARD, J.; COHEN-TANNOUJDI, C.: Laser Cooling below the Doppler Limit by Polarization Gradients - Simple Theoretical Models. In: *J. Opt. Soc. Am. B* 6 (1989), 11, Nr. 11, S. 2023–2045
- [DMA⁺95] DAVIS, K. B.; MEWES, M.-O.; ANDREWS, M. R.; VAN DRUTEN, N. J.; DURFEE, D. S.; KURN, D. M.; KETTERLE, W.: Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms. In: *Phys. Rev. Lett.* 75 (1995), S. 3969
- [DMJ⁺95] DAVIS, Kendall B.; MEWES, Marc-Oliver; JOFFE, Michael A.; ANDREWS, Michael R.; KETTERLE, Wolfgang: Evaporative Cooling of Sodium Atoms. In: *Phys. Rev. Lett.* 74 (1995), 06, Nr. 26, S. 5202–205
- [DMK95] DAVIS, Kendall B.; MEWES, Marc-Oliver; KETTERLE, Wolfgang: An analytical model for evaporative cooling. In: *Appl. Phys. B* 60 (1995), S. 155–159
- [EBH98] ESSLINGER, Tilman; BLOCH, Immanuel; HÄNSCH, Theodor W.: Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap. In: *Phys. Rev. A* 58 (1998), 10, Nr. 4, S. 2664
- [Ein24] EINSTEIN, A.: Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. In: *Sitz.ber. Preuß. Akad. Wiss. Phys.-math. Kl.* (1924), S. 261–267. – Nachdruck in [Ein79]
- [Ein25] EINSTEIN, A.: Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung. In: *Sitz.ber. Preuß. Akad. Wiss. Phys.-math. Kl.* (1925), S. 3–14. – Nachdruck in [Ein79]

- [Ein79] EINSTEIN, Albert: *Akademievorträge*. Berlin : Akademie-Verlag, 1979.
– hrsg. von Akademie der Wissenschaften der DDR
- [GME⁺02] GREINER, Markus; MANDEL, Olaf; ESSLINGER, Tilman; HÄNSCH, Theodor W.; BLOCH, Immanuel: Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms. In: *Nature* 415 (2002), 01, S. 39–44
- [GOSDD98] GUÉRY-ODELIN, D.; SÖDING, J.; DESBIOLLES, P. ; DALIBARD, J.: Is Bose-Einstein condensation of atomic cesium possible? In: *Europhys. Lett.* 44 (1998), 08, Nr. 1, S. 25–30
- [Her01] HERZ, Torsten: *Charakterisierung eines Doppel-MOT-Systems zur Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensates*, Universität Bonn, Diplomarbeit, 2001
- [Hes86] HESS, Harald F.: Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen. In: *Phys. Rev. B* 34 (1986), 09, Nr. 5, S. 3476–3480
- [HHHR01] HÄNSEL, W.; HOMMELOFF, P.; HÄNSCH, T. W.; REICHEL, J.: Bose-Einstein condensation on a microelectric chip. In: *Nature* 413 (2001), 10, S. 498–501
- [Hon03] HONEYWELL INC., Solid State Electronics Center. *Magnetic Sensor Products – HMC/HMR Series*.
<http://www.ssec.honeywell.com/magnetic/datasheets/magsen.pdf>.
2003
- [HS96] HO, Tin-Lun; SHENOY, V. B.: Binary Mixtures of Bose Condensates of Alkali Atoms. In: *Phys. Rev. Lett.* 77 (1996), 10, Nr. 16, S. 3276–3279
- [JEM⁺96] JIN, D. S.; ENSHER, J. R.; MATTHEWS, M. R.; WIEMANN, C. E.; CORNELL, E. A.: Collective Excitations of a Bose-Einstein Condensate in a Dilute Gas. In: *Phys. Rev. Lett.* 77 (1996), 07, Nr. 3, S. 420–423
- [JMTW97] JULIENNE, P. S.; MIES, F. H.; TIESINGA, E.; WILLIAMS, C. J.: Collisional Stability of Double Bose Condensates. In: *Phys. Rev. Lett.* 78 (1997), 03, Nr. 10, S. 1880–1883

- [KAS⁺01] KUHR, Stefan; ALT, Wolfgang; SCHRADER, Dominik; MÜLLER, Martin; GOMER, Victor; MESCHEDE, Dieter: Deterministic Delivery of a Single Atom. In: *Science* 293 (2001), 07, S. 278–280
- [KDSK99] KETTERLE, W.; DURFEE, D. S.; STAMPER-KUHN, D. M. *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates*. arXiv:cond-mat/9904034v2. 04 1999
- [Kit76] KITTEL, C.: *Elementary Statistical Physics*. John Wiley and Sons, New York, 1976
- [Klö03] KLÖTER, Bernhard: *Präparation ultrakalter Rubidiumatome zur Photoassoziation von Rubidium und Cäsium*, Universität Bonn, Diplomarbeit, 2003
- [LRW96] LUITEN, O. J.; REYNOLDS, M. W.; WALRAVEN, J. T. M.: Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas. In: *Phys. Rev. A* 53 (1996), 01, S. 381–389
- [LWJ00] LEO, Paul J.; WILLIAMS, Carl J.; JULIENNE, Paul S.: Collision Properties of Ultracold ¹³³Cs Atoms. In: *Phys. Rev. Lett.* 85 (2000), 09, Nr. 13, S. 2721–2724
- [MAD⁺96] MEWES, M.-O.; ANDREWS, M. R.; VAN DRUTEN, N. J.; KURN, D. M.; DURFEE, D. S.; TOWNSEND, C. G.; KETTERLE, W.: Collective Excitations of a Bose-Einstein-Condensate in a Magnetic Trap. In: *Phys. Rev. Lett.* 77 (1996), 08, Nr. 6, S. 988–991
- [MAH⁺99] MATTHEWS, M. R.; ANDERSON, B. P.; HALJAN, P. C.; HALL, D. S.; WIEMAN, C. E.; CORNELL, E. A.: Vortices in a Bose-Einstein Condensate. In: *Phys. Rev. Lett.* 83 (1999), 09, S. 2498–2501
- [MBG⁺97] MYATT, C. J.; BURT, E. A.; GHRIST, R. W.; CORNELL, E. A.; WIEMAN, C. E.: Production of Two Overlapping Bose-Einstein Condensates by Sympathetic Cooling. In: *Phys. Rev. Lett.* 78 (1997), 01, Nr. 4, S. 586–589
- [Mes99] MESCHEDE, D.: *Optik, Licht und Laser*. 1. Auflage. B. G. Teubner Stuttgart - Leipzig, 1999 (Teubner Studienbücher)
- [MFR⁺01] MODUGNO, G.; FERRARI, G.; ROATI, G.; BRECHA, R. J.; SIMONI, A.; INGUSCIO, M.: Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms by Sympathetic Cooling. In: *Science* 294 (2001), Nr. 5545, S. 1320–1322

-
- [MMA99] MONTINA, A.; MANNELLA, R.; ARIMONDO, E.: Excitation frequencies and stability regions for two-species Bose-Einstein condensate in a triaxial magnetic trap. In: *Phys. Lett. A* 261 (1999), 10, S. 337–344
- [MS99] METCALF, Harold J.; VAN DER STRATEN, Peter: *Laser Cooling and Trapping*. Springer-Verlag New York, Inc., 1999 (Graduate Texts in Contemporary Physics)
- [Nie84] NIEHUES, Norman: *Untersuchungen an einer magnetischen Flasche zur Speicherung von Neutronen*, Physikalisches Institut der Universität Bonn, Diss., 01 1984
- [Pau51] PAUL, W.: In: *Proc. Int'l. Conf. on Nucl. Phys. and the Phys. of Fund. Part., Chicago, 1951*. – zitiert nach [Nie84]
- [PB98] PU, H.; BIGELOW, N. P.: Properties of Two-Species Bose Condensates. In: *Phys. Rev. Lett.* 80 (1998), 02, Nr. 6, S. 1130–1133
- [PFTV93] PRESS, William H.; FLANNERY, Brian P.; TEUKOLSKY, Saul A.; VETTERLING, William T.: *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*. 2. Cambridge University Press, 01 1993
- [PS02] PETHICK, C. J.; SMITH, H.: *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*. Cambridge University Press, 2002
- [SBH97] SACKETT, C. A.; BRADLEY, C. C.; HULET, R. G.: Optimization of evaporative cooling. In: *Phys. Rev. A* 55 (1997), 07, Nr. 5, S. 3797–3801
- [SDP⁺90] SALOMON, C.; DALIBARD, J.; PHILIPPS, W. D.; CLAIRON, A.; GUELLATI, S.: Laser Cooling of Cesium Atoms below 3 μ K. In: *Europhys. Lett.* 12 (1990), S. 683–688
- [SGOD⁺98] SÖDING, J.; GUÉRY-ODELIN, D.; DESBIOLLES, P.; FERRARI, G.; DALIBARD, J.: Giant Spin Relaxation of an Ultracold Cesium Gas. In: *Phys. Rev. Lett.* 80 (1998), 03, Nr. 9, S. 1869–1872
- [SPTH02] STRECKER, Kevin E.; PARTRIDGE, Guthrie B.; TRUSCOTT, Andrew G.; HULET, Randall G.: Formation and propagation of matter-wave soliton trains. In: *Nature* 417 (2002), 05, S. 150–153
- [Ste02a] STECK, Daniel A. *Cesium D line data, rev 1.5*.
<http://steck.us/alkalidata/>. 11 2002
-

- [Ste02b] STECK, Daniel A. *Rubidium 87 D line data, rev 0.7*.
<http://steck.us/alkalidata/>. 11 2002
- [TSM⁺91] TRUSCOTT, Andrew G.; STRECKER, Kevin E.; MCALEXANDER, William I.; PARTRIDGE, Guthrie B.; HULET, Randall G.: Observation of Fermi Pressure in a Gas of Trapped Atoms. In: *Science* (291), 09, S. 2570–2572
- [UWRC89] UNGAR, P. J.; WEISS, D. S.; RIIS, E.; CHU, Steven: Optical molasses and multilevel atoms: theory. In: *J. Opt. Soc. Am. B* 6 (1989), 11, Nr. 11, S. 2058–2071
- [WCMD01] WOHLLEBEN, W.; CHEVY, F.; MADISON, K.; DALIBARD, J.: An atom faucet. In: *Eur. Phys. J. D* 15 (2001), S. 237–244
- [WHM⁺02] WEBER, T.; HERBIG, J.; MARK, M.; NÄGERL, H. C.; GRIMM, R.: Bose-Einstein Condensation of Cesium. In: *Science Express* (2002), 12, S. 1–4. – [10.1126/science.1079699](https://doi.org/10.1126/science.1079699)

Danksagung

Ich danke herzlich allen, die zum Gelingen meines Studiums und dieser Diplomarbeit beigetragen haben, meinen Eltern, meinem Bruder, meinem Onkel Werner und meinen Freunden, Daniel, Arno, Michael, Bernhard und Vanessa, Herrn Professor Meschede, Herrn Professor Weinheimer, den anderen Studenten und Mitarbeitern in Herrn Meschedes Arbeitsgruppe, den Mitarbeitern der Werkstätten des IAP, Herrn Neff und Herrn PD Dr. Hillert, sowie meinen Dozenten und Tutoren in Bonn und Paris.

Mein Studium wurde gefördert durch die Studienstiftung des deutschen Volkes und die Siemens Unternehmensberatung.