



Institut für Angewandte Physik  
der Universität Bonn

Wegelerstraße 8  
53115 Bonn

# Erzeugung ultrakalter Rubidiumatome zur Photoassoziation von Rubidium und Cäsium

von  
Bernhard Klöter

## Diplomarbeit in Physik

angefertigt im  
Institut für Angewandte Physik

vorgelegt der  
Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität  
Bonn

im April 2003

Referent: Prof. Dr. Dieter Meschede  
Korreferent: PD Dr. Bernard Metsch

# Inhaltsverzeichnis

<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>1 Erzeugung ultrakalter Rubidiumatome</b>	<b>3</b>
1.1 Grundlagen der Bose-Einstein-Kondensation . . . . .	3
1.2 Eigenschaften von Rubidium und Cäsium . . . . .	5
1.3 Kühlung von Atomen . . . . .	7
1.3.1 Laserkühlung . . . . .	7
1.3.2 Magneto-Optische-Falle . . . . .	9
1.3.3 Magnetfalle . . . . .	11
1.3.4 Evaporatives Kühlen . . . . .	12
1.4 Aufbau und Messung der Atomfallen . . . . .	14
1.4.1 Obere Magneto-Optische-Falle . . . . .	14
1.4.2 Atomstrahl . . . . .	22
1.4.3 Untere Atomfallen . . . . .	26
<b>2 Wechselwirkung ultrakalter Atome</b>	<b>34</b>
2.1 Grundlagen der Streutheorie . . . . .	34
2.2 Streulänge und Bose-Einstein-Kondensation . . . . .	39
2.3 Rethermalisierung . . . . .	41
2.4 Wechselwirkung von Rubidium mit Cäsium . . . . .	42
2.5 Photoassoziation von Rubidium und Cäsium . . . . .	45
<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>53</b>



# Einleitung

Seit der ersten erfolgreichen Bose-Einstein-Kondensation in einem verdünnten Atomgas [AND95], [BRA95], [DAV95] im Jahr 1995, für die 2001 der Nobelpreis verliehen wurde, ist es inzwischen vielen Gruppen gelungen, dies mit verschiedenen anderen Elementen (Na, Li, H, He, Cs) zu wiederholen. Das Bose-Einstein-Kondensat (BEC) als entartetes Quantensystem hat sich seitdem als interessantes und empfindliches Werkzeug bewährt, um die Wechselwirkung zwischen Atomen auf quantenmechanischem Niveau zu untersuchen. Der große Vorteil, den ein BEC bietet, ist, dass es quantenmechanische Effekte auf makroskopischen Skalen zeigt, die direkt und in reiner Form untersucht werden können. Ein Beispiel hierfür ist ein BEC in einem optischen Gitter, das als Modellsystem dient, um den Übergang eines Festkörpers von einem Isolator zu einem Leiter zu studieren [GRE02]. Die meisten Experimente benutzen zur Kondensation jedoch nur eine atomare Spezies. Für zwei Spezies sind Experimente zur quantenmechanischen Entartung vor allem für Boson-Fermion-Systeme verwirklicht worden, z.B. [HAD02] und [ROA02]. Ein BEC mit zwei verschiedenen bosonischen Spezies ist bisher nur für ein Kalium-Rubidium-System erreicht worden [MOD01].

Ziel des BEC-Experiments in unserer Arbeitsgruppe ist, die Wechselwirkung von Rubidium und Cäsium bei ultrakalten Temperaturen zu untersuchen. Hierbei sollen vor allem kleine Mengen von Cäsiumatomen in ein Rubidium-BEC eingebracht werden, um Effekte zu untersuchen, die sich an der Grenze von Einzelteilchen- zu Vielteilchensystemen zeigen. Hierfür muss als erstes ein Bose-Einstein-Kondensat aus Rubidiumatomen erzeugt werden. Das Alkalimetall Rubidium wurde ausgewählt, da es sich für die Kondensation als robust erwiesen hat, und schon oft zur Bose-Kondensation gebracht wurde. Bis November

2002 wurde bei 26 der weltweit 33 erzeugten Bose-Einstein-Kondensate Rubidium verwendet. Als Dotant soll Cäsium dienen, da es gut polarisierbar ist und somit auch starke Wechselwirkung mit den Rubidiumatomen aufweisen wird. Da Cäsium in Atomuhren als Zeitstandard Verwendung findet, sind die Eigenschaften von Cäsium gut bekannt. Die Wechselwirkung der beiden Elemente Rubidium und Cäsium ist bisher noch nicht genau untersucht worden. Diese wird jedoch entscheidend das Verhalten eines RbCs-System beeinflussen und muss daher nach erfolgreicher Kondensation von Rubidium von uns genauer erforscht werden.

In dieser Arbeit wird im ersten Teil der momentane Stand unseres Experiments zur Bose-Einstein-Kondensation von Rubidium vorgestellt. Nach einer kurzen Einführung zur Bose-Einstein-Kondensation werden zunächst die Werkzeuge erklärt, mit denen die Atome abgekühlt und gefangen werden sollen und die sowohl Atom-Photon als auch Atom-Atom-Streuung benutzen. Danach werden einige Messungen zu den einzelnen Teilen des Experiments beschrieben, wobei der Schwerpunkt auf die Bestimmung der Phasenraumdichte der Atome während der einzelnen experimentellen Schritte gelegt wird.

Der zweite Teil der Arbeit wird sich mit theoretischen Vorarbeiten zur Wechselwirkung von Rubidium und Cäsium beschäftigen, die aus interatomaren Stößen besteht. Als erstes sollen die grundlegenden Begriffe der Streutheorie erläutert werden und anschließend zwei mögliche Experimente vorgestellt werden, mit denen die Wechselwirkung von Rubidium und Cäsium erforscht werden soll. Ein Schwerpunkt liegt hierbei auf der Methode der Photoassoziation.

# Kapitel 1

## Erzeugung ultrakalter Rubidiumatome

### 1.1 Grundlagen der Bose-Einstein-Kondensation

Die Verteilung der Energiezustände  $E_i$  eines nichtwechselwirkenden bosonischen Systems aus  $N$  Teilchen in einem Container wird durch die Bose-Einstein-Statistik beschrieben. Die mittlere Anzahl der Bosonen in einem Zustand mit Energie  $E_i$  ist:

$$\langle n_i \rangle = \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu}{k_B T}} - 1}. \quad (1.1)$$

Für große Temperaturen geht diese Verteilung in eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung über. Das chemische Potenzial  $\mu$  ist die benötigte Energie, ein weiteres Teilchen in das Ensemble einzufügen. Es muss kleiner als die Energie des Grundzustandes  $E_0$  sein, da Gleichung (1.1) sonst eine negative Besetzungszahldichte beschreibt. Definiert ist das chemische Potenzial über die Teilchenzahlerhaltung

$$N = \sum_i \langle n_i \rangle. \quad (1.2)$$

Hieraus lässt sich für eine vorgegebene Teilchenanzahl ableiten, dass sich  $\mu$  der Grundzustandsenergie  $E_0$  nähert, wenn die Temperatur des Systems verkleinert wird. Für eine kritische Temperatur  $T_C$  ist das chemische Potenzial dann gleich  $E_0$ . Die mittlere Besetzungszahl  $\langle n_0 \rangle$  hat für diese Temperatur eine Singularität, die durch eine makroskopische

Besetzung des Grundzustandes erklärt und Bose-Einstein-Kondensation genannt wird. Diese Diskontinuität charakterisiert einen Phasenübergang, wobei es sich hier um einen Phasenübergang dritter Ordnung handelt [PAT96]. Anschaulich kann dieser Übergang folgendermaßen erklärt werden: Den Atomen kann aufgrund des Welle-Teilchen-Dualismus eine deBroglie-Wellenlänge

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{p} = \sqrt{\frac{h^2}{3mk_B T}} \quad (1.3)$$

zugeordnet werden. Für ein Rubidiumatom bei einer Raumtemperatur von 300 K ist diese Wellenlänge etwa 16 pm groß und somit viel kleiner als der Durchmesser des Atoms von einigen Å. Für kleinere Temperaturen wird diese Wellenlänge jedoch immer größer und ist bei  $T_C$  so groß wie der mittlere interatomare Abstand. Durch den Überlapp der Wellenfunktionen bilden diese durch lineare Überlagerung eine makroskopische Zustandsfunktion, die im energetisch günstigsten Grundzustand des Systems liegt. Das Kriterium hierfür ist über die Phasenraumdichte

$$\rho = n\lambda_{dB}^3 \quad (1.4)$$

definiert, wobei  $n$  hier die Teilchendichte angibt. Für ein BEC gilt dann [PAT96]:

$$n\lambda_{dB}^3 \approx 2,612 \quad (1.5)$$

Diese Beziehung ist unabhängig vom äußeren Potenzial, in dem sich die Teilchen befinden. Es sei noch einmal betont, dass der Phasenübergang zum BEC ein rein quantenstatistisches Phänomen ist, da für die Herleitung der Formeln die interatomaren Wechselwirkungen nicht betrachtet wurden.

In einem Experiment, in dem ein Bose-Einstein-Kondensat erzeugt werden soll, muss die Atomzahldichte daher bei niedrigen Temperaturen erhöht werden, um eine Phasenraumdichte von 2,6 zu erreichen. Allerdings sind beide Parameter nicht unabhängig voneinander. Für Gase mit zu großer Dichte gehen die Teilchen in einen flüssigen oder festen Phasen-zustand über, bevor die Bose-Einstein-Kondensation erreicht ist. Es werden daher stark verdünnte Gase benutzt, die dann zu entsprechend niedrigen Temperaturen von einigen 100 nK abgekühlt werden. Ob das jeweilige Gas gleichzeitig stark abgekühlt und verdichtet werden kann, hängt entscheidend von der interatomaren Wechselwirkung ab.

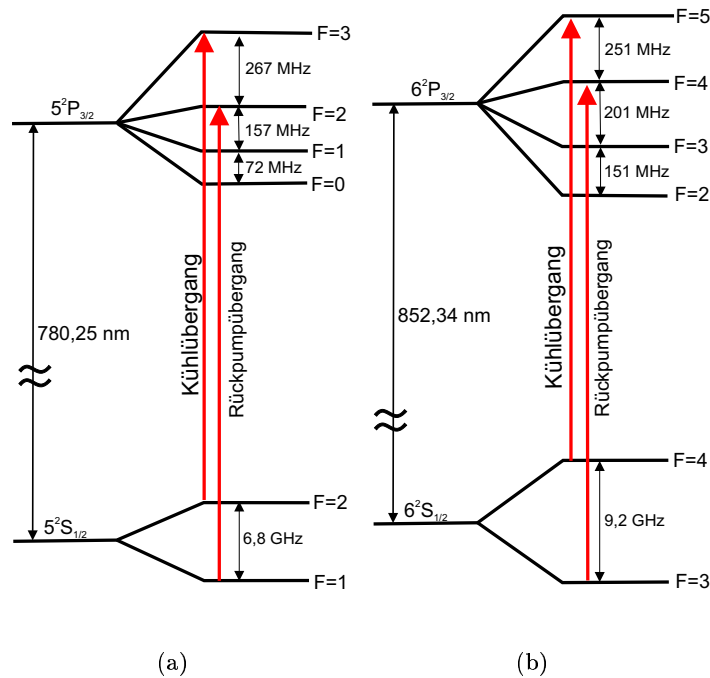


Abbildung 1.1: Energieniveauschemata von Rubidium 87 (a) und Cäsium 133 (b)

## 1.2 Eigenschaften von Rubidium und Cäsium

Das Alkalimetall  $^{87}\text{Rb}$ , das zur Bose-Einstein-Kondensation gebracht werden soll, besitzt 87 Nukleonen und hat einen Kernspin von  $I = \frac{3}{2}$ . Seine Schmelztemperatur liegt bei etwa  $39^\circ$  Celsius und es hat bei  $25^\circ$  Celsius einen Partialdruck von  $2,3 \cdot 10^{-7}$  mbar. Die Laser im Experiment sind auf den optischen Übergang von  $5^2S_{1/2}$  nach  $5^2P_{3/2}$  stabilisiert. Diese sogenannte  $D_2$ -Linie hat eine Wellenlänge von 780 nm und eine natürliche Lebensdauer von 26,6 ns, was einer natürlichen Linienbreite von  $\Gamma = 2\pi \cdot 6,06$  MHz entspricht. Abbildung 1.1(a) zeigt das Energieniveauschema mit den Hyperfeinzuständen. Für die Laserkühlung wird der Übergang von  $5^2S_{1/2}, F=2$  nach  $5^2P_{3/2}, F'=3$  benutzt. Mit geringer Wahrscheinlichkeit von etwa 0,1 % treibt der Laser auch nichtresonant den  $F=2 \rightarrow F'=2$  Übergang, aus dem die Atome dann in den  $F=1$  Grundzustand zerfallen können. Von dort können sie aufgrund der großen Verstimmung von 6,8 GHz mit diesem Laser nicht mehr angeregt werden. Um die Atome wieder in das  $F=2$  Niveau zu bringen, wird ein Rückpumlaser



eingestrahlt, der resonant mit dem  $F = 1 \rightarrow F' = 2$  Übergang ist. Die Kopplungsstärken der  $F \rightarrow F'$  Übergänge sind proportional zur relativen Hyperfeinübergangsstärke  $S_{FF'}$ , die für Rb und Cs in Tabelle 1.1 aufgetragen ist.

S <sub>23</sub>	7/10	S <sub>12</sub>	5/12	S <sub>45</sub>	11/18	S <sub>34</sub>	15/56
S <sub>22</sub>	1/4	S <sub>11</sub>	5/12	S <sub>44</sub>	7/24	S <sub>33</sub>	3/8
S <sub>21</sub>	1/20	S <sub>10</sub>	1/6	S <sub>43</sub>	7/12	S <sub>32</sub>	5/14

(a) (b)

**Tabelle 1.1:** Relative Hyperfeinübergangsstärken  $S_{FF'}$  für (a):  $^{87}\text{Rb}$  und (b):  $^{133}\text{Cs}$

Cäsium besitzt 133 Nukleonen, eine Schmelztemperatur von 28° Celsius und bei 25° Celsius einen Partialdruck von  $9,6 \cdot 10^{-6}$  mbar. Da Cäsium ebenfalls ein Alkalimetall ist, ist das Niveauschema für die Cs- $D_2$ -Linie mit der Rb- $D_2$ -Linie vergleichbar. Durch den größeren Kernspin von  $I = \frac{7}{2}$  ergeben sich andere Hyperfeinzustände, wie Abbildung 1.1(b) entnommen werden kann. Die Laserkühlung treibt hier den Übergang  $F = 4 \rightarrow F' = 5$  und der Rückpumper regt von  $F = 3$  nach  $F' = 4$  an.

### 1.3 Kühlung von Atomen

Um zur Bose-Einstein-Kondensation zu kommen, durchlaufen die Atome mehrere Kühl-schritte. Im ersten Schritt werden sie aus einem thermischen Hintergrundgas in einer Magneto-Optischen-Falle (MOT) gefangen und abgekühlt. Da hier sowohl die erreichbare Temperatur durch Reemission von Photonen als auch die Dichte durch Lichtdruck begrenzt sind, werden die Atome danach quasiadiabatisch in eine Magnetfalle umgeladen. Dort sollen sie mit Verdampfungskühlen zur Bose-Einstein-Kondensation gebracht werden. In Tabelle 1.2 sind die experimentellen Werte, die in den Kühlstufen erreicht werden sollen, aufgetragen. Die einzelnen Schritte des Experiments werden im Folgenden erklärt.

	T	$\lambda_{dB}/[\text{Å}]$	$n/[\text{cm}^{-3}]$	$\rho$
thermischer Hintergrund	300 K	0,15	$10^{17}$	$10^{-19}$
MOT	50 $\mu\text{K}$	3,8	$10^{11}$	$10^{-6}$
Magnetfalle	50 $\mu\text{K}$	3,8	$10^{11}$	$10^{-6}$
BEC	500 nK	38	$10^{14}$	2,6

**Tabelle 1.2:** Durchschnittliche, angestrebte Parameter für das Experiment (Temperatur, deBroglie-Wellenlänge, Dichte, Phasenraumdicke)

#### 1.3.1 Laserkühlung

Absorbiert ein Atom ein Photon mit Wellenzahl  $k$ , so wird hierbei ein Impuls  $\hbar k$  vom Lichtteilchen auf das Atom übertragen. Die hiermit assoziierte Kraft wird für die Laserkühlung von Atomen genutzt. Entsprechend der kinetischen Gastheorie kann einem Gasteilchen mit Masse  $m$  eine durchschnittliche Geschwindigkeit  $v_{th}$  zugeschrieben werden, die es zwischen zwei Stößen mit anderen Gasteilchen hat. Über diese Geschwindigkeit lässt sich die Temperatur des Gases mit Hilfe der Energieerhaltung beschreiben als  $T = \frac{2}{f} \frac{mv_{th}^2}{2k_B}$ , wobei  $k_B$  die Boltzmannkonstante und  $f$  die Anzahl der Freiheitsgrade des Gases ist. Für ein einatomiges Gas in drei Dimensionen ist  $f = 3$ . Die Atomkühlung kann also auch als Abbremsung der Atome, bei gleichzeitig schmalerer Geschwindigkeitsverteilung, verstanden werden.

Betrachtet wird nun ein einzelnes Atom im Grundzustand, das sich eindimensional mit  $v_{th}$  in einem Lichtfeld bewegt. Das Lichtfeld besteht aus zwei entgegengesetzt laufenden Laserstrahlen, deren Frequenz sich um einen Betrag  $\Delta$  unterhalb der Resonanzfrequenz des Atoms befindet (rotverstimmt). Im Bezugssystem des Atoms liegt die Laserfrequenz des entgegen der atomaren Bewegungsrichtung laufenden Lasers durch Dopplerverschiebung näher an der Resonanzfrequenz. Die Frequenz des mitlaufenden Lasers ist weiter von der Resonanz verschoben, weshalb das Atom eher ein Photon aus dem entgegenlaufenden Laser absorbiert. Das nun angeregte Atom geht durch spontane Emission des Photons wieder in den Grundzustand über, wobei das Raumwinkelement, in das das Photon abgestrahlt wird, zufällig ist. Nach Absorption und Reemission vieler Photonen erfährt das Atom dadurch einen Nettoimpulsübertrag entgegen seiner Bewegungsrichtung und wird abgebremst. Für ein Zweiniveaumatom kann diese Rückstellkraft nach [MET99] mit

$$F_{ges} = F(v_{th}) - F(-v_{th}) \quad (1.6)$$

beschrieben werden, wobei die Kraft  $F(v)$  eines einzelnen Lasers durch

$$F(v) = \frac{\hbar k \Gamma}{2} \frac{I/I_{sat}}{1 + I/I_{sat} + \left(\frac{2\Delta + kv}{\Gamma}\right)^2} \quad (1.7)$$

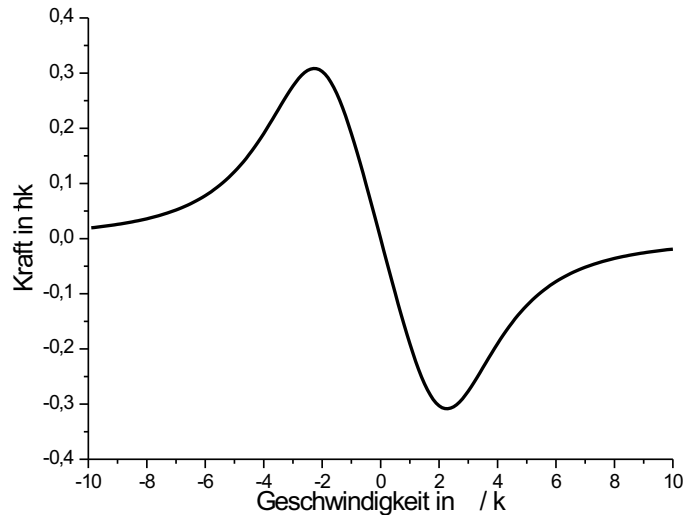
gegeben ist. Hierbei ist  $I$  die Intensität des Laserstrahls und  $I_{sat}$  die Sättigungsintensität des Atoms, die von der natürlichen Lebenszeit  $\tau = \Gamma^{-1}$  des angeregten Zustandes und dem Dipolmoment  $d$  des Übergangs abhängt. Sie berechnet sich aus [STE02]

$$I_{sat} = \frac{\hbar^2 c \epsilon_0 \Gamma^2}{4d^2} \quad (1.8)$$

und beträgt für den  $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m_{F'} = 3\rangle$  Übergang der  $D_2$ -Linie von Rubidium etwa  $1,6 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$ . Die Gesamtkraft ist in Abbildung 1.2 aufgetragen und kann für kleine Geschwindigkeiten durch

$$F_{ges} = -\hbar k^2 \frac{\left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2 \frac{I}{I_{sat}}}{1 + \frac{I}{I_{sat}} + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2} v \propto v \quad (1.9)$$

genähert werden. Da diese Kraft sich wie eine Reibungskraft verhält, wird diese Kühlme-



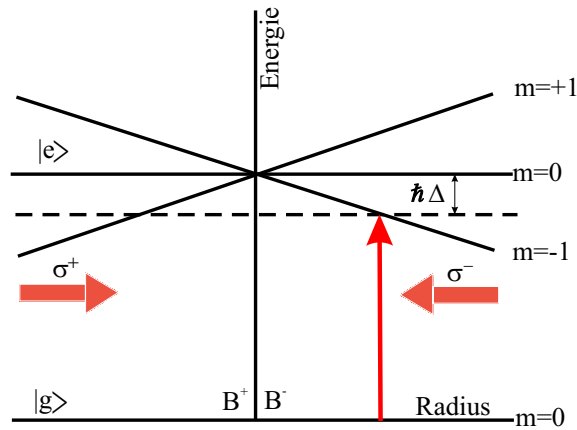
**Abbildung 1.2:** Lichtkraft auf ein Atom durch zwei gegenläufige Laser mit  $I = 5 I_{sat}$  und einer Verstimmung  $\Delta$  von einer Linienbreite

thode auch optische Melasse genannt.

Abbildung 1.2 suggeriert, dass es möglich sei, das Atom auf beliebig kleine Temperaturen abzukühlen. Durch die ständige Absorption und Reemission vollführt das Atom jedoch eine Brownsche Bewegung, der eine endliche Temperatur zugeordnet werden kann, bis zu der das Atom mit diesem Verfahren abgekühlt werden kann. Diese Temperatur wird auch Dopplertemperatur genannt und kann mit  $T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}$  berechnet werden. Für Rubidium beträgt sie  $146 \mu\text{K}$ , was einer Geschwindigkeit von  $v_{th} \approx 10 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$  entspricht.

### 1.3.2 Magneto-Optische-Falle

Die Dopplerkühlung kühlt die Atome, fängt sie aber nicht räumlich. Es ist also zusätzlich zur geschwindigkeitsabhängigen Kraft noch eine ortsabhängige Kraft nötig. Hierfür wird der optischen Melasse ein inhomogenes Magnetfeld  $B(x) = B_0 \cdot x$  überlagert, wodurch eine ortsabhängige Zeemanaufspaltung der einzelnen Atomniveaus erreicht wird. Außerdem sind die Melasselaser nun mit gleicher Helizität zirkular polarisiert. Für ein Atom,



**Abbildung 1.3:** Schema für Kühlung und räumliches Fangen eines Zwei-Niveau-Atoms in einer MOT

welches sich in Abbildung 1.3 rechts vom Zentrum befindet, ist es damit wahrscheinlicher, dass es ein Photon aus dem  $\sigma^-$ -polarisierten Strahl absorbiert, da die Laserfrequenz näher an der Frequenz des  $|m=0\rangle \rightarrow |m=-1\rangle$  Übergangs liegt. Das Atom erfährt dadurch immer eine rückstellende Kraft in Richtung des Magnetfeldminimums und ist gefangen. Durch die Polarisation der Laser wird die Temperatur der Atome durch Polarisationsgradientenkühlen zusätzlich noch weiter gesenkt [DAL89]. Für Rubidium sind hiermit Temperaturen von etwa  $50 \mu\text{K}$  erreichbar.

Die Dichte der Atome innerhalb einer MOT kann nicht beliebig erhöht werden, da das Fluoreszenzlicht von den Atomen zum Teil reabsorbiert wird, was einen nach außen gerichteten Lichtdruck erzeugt. Außerdem existiert ein endlicher Einfangbereich  $r_c$  für die MOT. Sind die Atome zu weit vom Zentrum entfernt, dann ist die Verstimmung vom atomaren Übergang zu groß, und sie werden nicht ausreichend abgestoppt, um gefangen zu werden. Zusätzlich werden zu schnelle Atome nicht gefangen, da sie nicht genug Photonen streuen, bevor sie aus dem Einfangbereich fliegen. Dies ergibt eine maximale Einfanggeschwindigkeit  $v_c$ . Die Einfanggeschwindigkeit lässt sich aus der Bedingung berechnen, dass die Atome durch Photonenstreuung ihre kinetische Energie verlieren müssen. Während sich

die Atome im Einfangbereich  $r_c$  aufhalten, werden sie nach [MET99] mit einer Rate

$$R = \frac{\Gamma}{2} \frac{\frac{I}{I_{sat}}}{1 + \frac{I}{I_{sat}} + \left(\frac{2\Delta}{\Gamma}\right)^2} \quad (1.10)$$

Photonen streuen und jedesmal um den Rückstoßimpuls  $p_{rec} = \hbar k$  abgebremst werden. Für  $v_c$  gilt dann:

$$v_c = \sqrt{\frac{2r_c \hbar R}{\lambda m}}. \quad (1.11)$$

Für den Betrieb einer dreidimensionalen MOT müssen die Atome aus allen drei Raumrichtungen gekühlt werden, sodass insgesamt sechs Laserstrahlen nötig sind. Hierdurch ist die Polarisierung und Intensität im Bereich der MOT nicht homogen.

### 1.3.3 Magnetfalle

Um die in der MOT erreichte Phasenraumdicke weiter zu erhöhen, müssen die Atome in eine Magnetfalle umgeladen werden.

Ein Atom mit einem magnetischen Moment  $\mu = \mu_B g_F m_F$  in einem inhomogenen Magnetfeld mit einem Betrag  $B(\vec{r})$  besitzt in diesem eine Energie  $E = -\mu B(\vec{r})$ . Hierbei sind  $\mu_B$  das Bohrsche Magneton und  $g_F$  der Landéfaktor des atomaren Drehimpulses  $F$ . Die magnetische Quantenzahl  $m_F$  beschreibt die relative Orientierung des Drehimpulses zum lokalen Magnetfeldvektor. Hier soll ein Quadrupolmagnetfeld mit  $B(\vec{r}) = B_Q \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}$  betrachtet werden. Das Atom wird sich in diesem Potenzial für negative  $\mu$  in Regionen minimalen Feldes bewegen (Schwachfeld suchend), bzw. in Regionen maximalen Feldes für positives  $\mu$  (Starkfeld suchend). Da das Magnetfeldpotenzial konservativ ist, werden die Atome im attraktiven Potenzial oszillieren und dabei keine Energie verlieren. Aufgrund der Maxwellgleichungen kann kein lokales Magnetfeldmaximum erzeugt werden, weshalb die Atome nur in einem Magnetfeldminimum gefangen werden können.

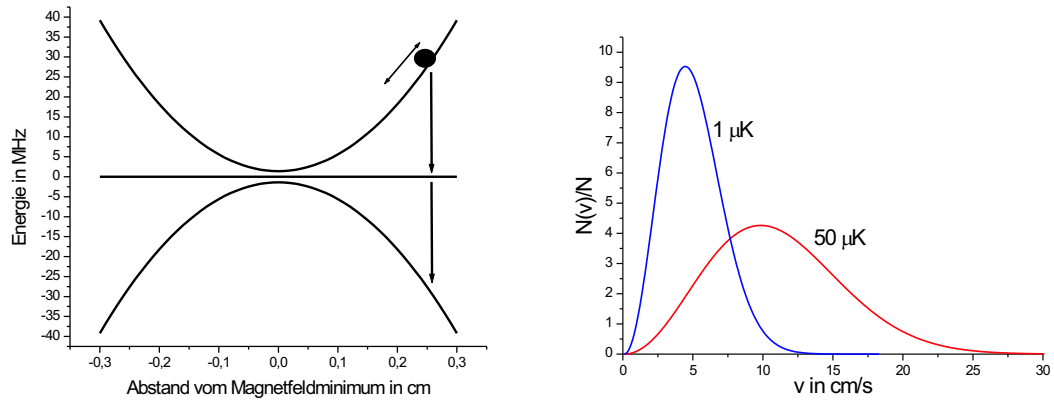
Um Rubidiumatome in einem Magnetfeldminimum speichern zu können, werden sie vor dem Umladen von der MOT in die Magnetfalle in den stark bindenden  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  Zustand polarisiert. Hierfür wird nach dem Abschalten der Kühllaser und des Magnetfelds der MOT bei laufendem Rückpumper ein  $\sigma^+$ -polarisierter Laser eingestrahlt. Er besitzt

die gleiche Frequenz wie zuvor der Kühllaser und läuft senkrecht zur  $z$ -Achse des abgeschalteten Quadrupolmagnetfeldes durch die Atomwolke. Zusätzlich wird ein schwaches, homogenes Magnetfeld in Richtung des Lasers erzeugt, um eine Quantisierungsachse für die Atome vorzugeben. Die Atome werden durch den Laser optisch in den  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  Zustand gepumpt. Nach dem Pumpen wird das homogene Magnetfeld ab- und das Quadrupolmagnetfeld eingeschaltet.

Da das Quadrupolfeld im Minimum einen Nulldurchgang hat, können hier die Atome bei sehr tiefen Temperaturen durch Majorana-Spinflips aus der Magnetfalle verloren gehen [PET95]. Deshalb wird im weiteren Verlauf dem Quadrupolfeld noch ein Dipolfeld überlagert, das das Minimum auf etwa 1 Gauß anhebt. Das gesamte System wird dann QUIC-Falle (*quadrupole ioffe configuration*) genannt [Ess98]. Bei der Umladeprozedur von der MOT in die Magnetfalle gehen typischerweise 50% der Atome verloren und es sollten sich etwa  $10^7$  Atome in der Magnetfalle befinden.

### 1.3.4 Evaporatives Kühlen

Da die Magnetfalle ein konservatives Potenzial besitzt, wird sich die Phasenraumdicke hier nicht ändern. Deshalb wird in die Magnetfalle nun eine Radiowelle mit einer Frequenz  $\nu_{RF}$  von etwa 50 MHz eingestrahlt, die einige MHz oberhalb der Energiedifferenz zwischen dem gebundenen  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  Zustand und dem gebundenen  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  Zeemanzustand liegt. Die Frequenz ist so gewählt, dass die heißen Atome, die im äußeren Bereich der Falle die Umkehrpunkte ihrer Oszillationsbewegung haben, die Resonanzbedingung  $h\nu_{RF} = \mu B(\vec{r})$  erfüllen (vgl. Abb. 1.4). Dadurch werden nur diese Atome über den  $|F = 2, m_F = 1\rangle$  Zustand in den ungebundenen  $|F = 2, m_F = 0\rangle$  Zustand transferiert und gehen aus der Falle verloren. Die verbleibenden Rubidiumatome nehmen durch elastische Stöße wieder eine Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung an, sodass eine Abkühlung des Gases erreicht wird und die Atome sich im Fallenzentrum verdichten. Da das Verfahren an die Abkühlung heißer Flüssigkeiten durch Verdunstung erinnert, wird es auch evaporatives oder Verdampfungskühlen genannt. Die Frequenz der Radiowelle wird dann immer weiter erniedrigt, bis aufgrund der gestiegenen Phasenraumdicke der Atome



(a) Das Atom wird durch die Radiowelle vom schwachfeldsuchenden (oben) in einen ungebundenen Zustand transferiert

(b) Maxwell-Boltzmann-Geschwindigkeitsverteilung für zwei verschiedene Temperaturen

**Abbildung 1.4:** Prinzip des evaporativen Kühlens

die Bose-Einstein-Kondensation erfolgt. In diesem Prozess müssen etwa 99% der in der Magnetfalle gespeicherten Atome entfernt werden, sodass am Ende ein Kondensat mit etwa  $10^4 - 10^5$  Atomen entsteht.



## 1.4 Aufbau und Messung der Atomfallen

Die Atomfallen sollen in zwei Vakuumkammern betrieben werden. In der oberen Kammer wird bei einem durch den Partialdruck des Rubidiums limitierten Vakuumdruck von ungefähr  $10^{-8}$  mbar eine MOT erzeugt, die zum Sammeln der Rubidiumatome aus dem Hintergrundgas dient. Als Atomquelle für das Hintergrundgas wird ein mit Rubidium gefülltes Reservoir genutzt, das über ein Ventil, mit dem der Atomfluss reguliert werden kann, mit der oberen Kammer verbunden ist. Da die Magnetfalle für die Erzeugung des Bose-Einstein-Kondensats eine lange Lebensdauer benötigt, müssen die Atome in eine zweiten Kammer transferiert werden, deren Druck besser als  $10^{-11}$  mbar ist. Sie ist mit der ersten Kammer durch ein kleines Röhrchen mit 3 mm Durchmesser und 8 mm Länge verbunden. Um die Atome von der ersten in die zweite Kammer zu transferieren, werden sie durch die Lichtkraft eines zusätzlichen Lasers (*pushing beam*) aus der ersten MOT herausbeschleunigt und fliegen durch das Röhrchen nach unten, wo sie mit einer zweiten MOT wieder eingefangen werden (vgl. Abb. 1.5). Die Spulen, die das Magnetfeld der unteren MOT erzeugen, werden auch für das Quadrupolmagnetfeld benutzt. Für das magnetische Dipolfeld ist eine dritte Spule (Ioffespule) rechtwinklig zu beiden Quadrupolfeldspulen aufgebaut.

Für spätere Experimente ist ein Cäsiumreservoir installiert, das während der gesamten Messung geschlossen bleibt, um das Vakuum nicht zu verunreinigen.

### 1.4.1 Obere Magneto-Optische-Falle

Der Kühllaser für die MOT ist ein Tapered Amplifier Laser der Firma Toptica Photonics mit einer Ausgangsleistung von 560 mW. Etwa die Hälfte dieser Leistung wird über Polarisationsoptik in eine optische Faser eingekoppelt, die das Licht an den optischen Aufbau der oberen MOT leitet. Die andere Hälfte wird für die untere MOT benötigt. Die Faserstrecke dient zum einen der Modenbereinigung des Strahls und zum anderen zur mechanischen Entkopplung der Laserversorgung vom optischen System der MOT. Durch die Faser gehen allerdings auch etwa 40% der in sie eingekoppelten Leistung verloren. Der Laserstrahl wird an der MOT mit Hilfe eines Teleskops und polarisierender Strahlteilerwürfel (PSTW)

in drei Strahlen mit einem  $1/e^2$ -Radius von 10 mm Durchmesser aufgeteilt. Die Strahlen werden durch die Vakuumkammer geleitet und hinter ihr mit Hilfe von Spiegeln in sich zurück reflektiert, sodass die insgesamt sechs zum Fangen der Atome nötigen Strahlen mit einer Leistung von je 16 mW entstehen. Die Retroreflexion der Laserstrahlen hat den Nachteil, dass die Lichtkraft auf die Atomwolke nicht homogen ist. Dies kommt durch die teilweise Absorption des hinlaufenden Strahls durch die MOT zustande. Hierdurch lassen

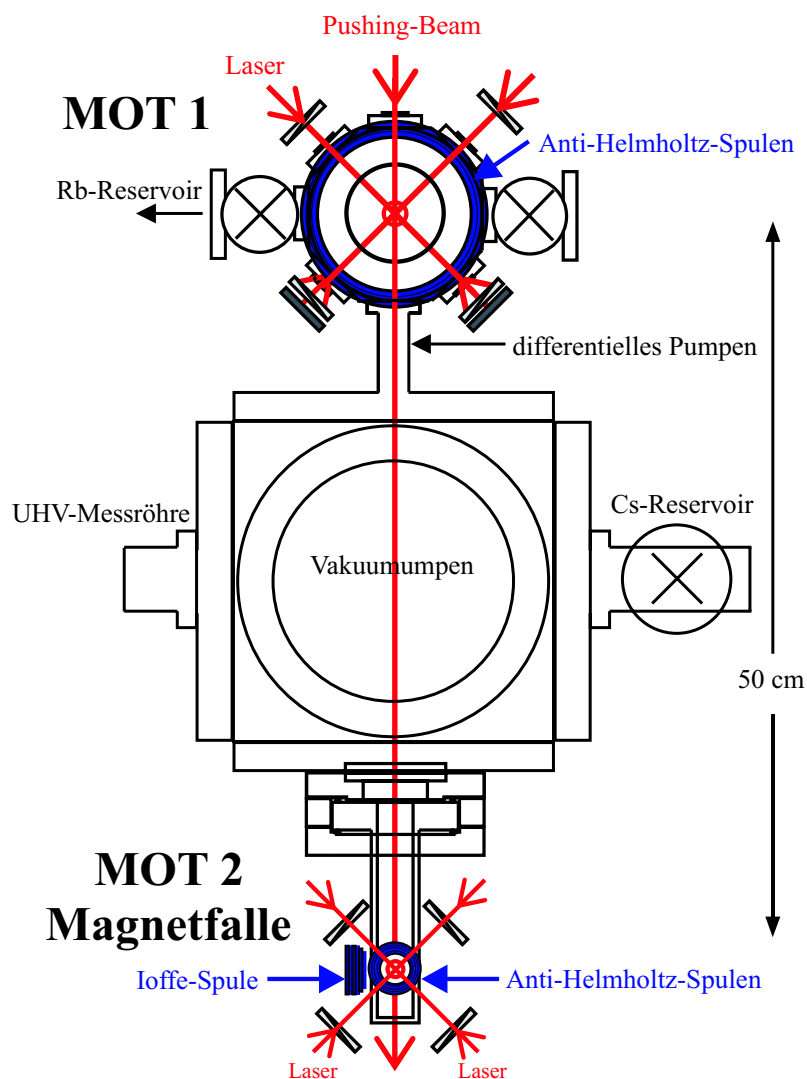


Abbildung 1.5: Aufbau des Experiments

sich weniger Atome fangen, als mit einer MOT, die sechs einzelne Laserstrahlen benutzt. Da die obere MOT nur als Atomreservoir für die unteren Fallen dient, ist hier der technisch einfachere Aufbau gewählt worden.

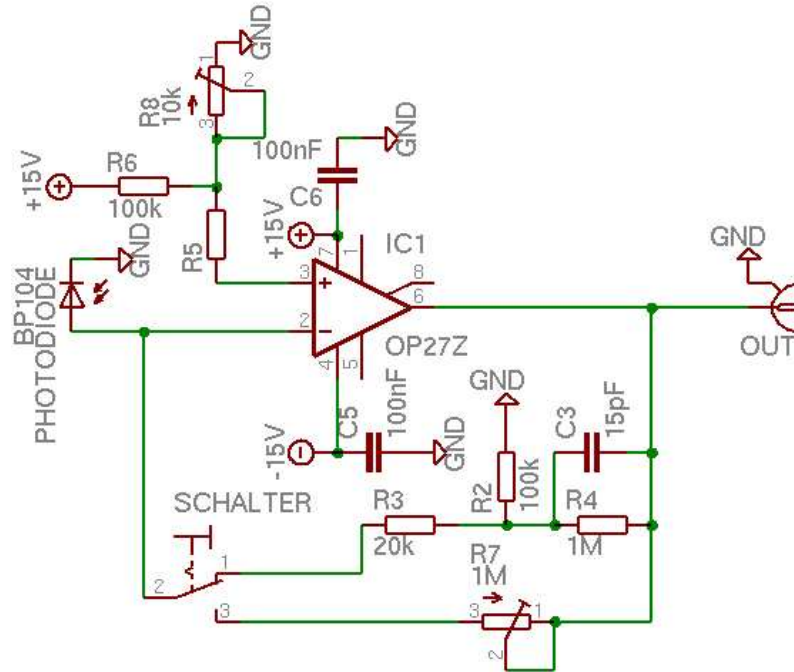
Der Rückpumperstrahl wird von einem Diodenlaser des Typs Toptica DL-100 erzeugt und ebenfalls mit einer Glasfaser an das Experiment geleitet. Dort wird er mit einem Arm der Kühllaserstrahlen überlagert und hat eine Leistung von 3,4 mW.

Das Quadrupolmagnetfeld für die Falle wird von zwei Kupferdrahtspulen außerhalb des Vakuums generiert, durch die im Gegensatz zu Helmholtzspulen der Strom gegenläufig fließt (Anti-Helmholtz-Konfiguration). Für einen Gradienten  $B_Q$  des Magnetfelds von 23 Gauß/cm muss ein Strom von 3 A fließen.

In einer ersten Messung soll die Atomanzahl in der Falle bestimmt werden, indem die Fluoreszenz der MOT detektiert wird. Hierfür ist an eines der Vakuumfenster eine Photodiode vom Typ Hamamatsu S5107 installiert, deren Ausgangssignal verstärkt wird (vgl. Abb. 1.6) und mit einem Leistungsmessgerät kalibriert ist. Die Photodiode hat eine Detektorfläche von  $1 \text{ cm}^2$  und ist  $(4,3 \pm 0,2) \text{ cm}$  vom Ort der MOT entfernt. Außerdem steht die Detektorfläche senkrecht auf der Verbindungsachse von MOT und Diode, sodass die Photodiode relativ zur MOT etwa  $d\Omega = 4\pi \cdot (0,37 \pm 0,3) \%$  des gesamten Raumwinkels bedeckt.

Die Atome werden zuerst bei einer Kühllaserverstimmung  $\Delta$  und einem Strom  $I_{Spule}$  durch die Magnetspulen in der MOT gesammelt. Dann wird das Magnetfeld der Falle in einer Zeit  $t < 1 \text{ ms}$  abgeschaltet und nach 1 s wieder angeschaltet. Dies wird für verschiedene Ströme und Verstimmungen wiederholt.

Abbildung 1.7 zeigt ein typisches Signal für einen Strom von 3 A durch die Spulen und  $\Delta = 15 \text{ MHz}$ . Bei  $t = 0$  läuft die MOT im Gleichgewichtszustand und wird bei  $t = 1,5 \text{ s}$  abgeschaltet, wobei das Signal schlagartig abfällt und nur noch das Streulicht der Laser detektiert wird. Bei  $t = 2,5 \text{ s}$  wird das Magnetfeld erneut eingeschaltet und die Atome werden wieder aus dem Hintergrundgas in die MOT geladen, bis der Gleichgewichtszustand erreicht ist. Die Atomanzahl in der MOT kann aus der Differenz  $P_{PD}$  der Photodiodensignale mit und ohne Magnetfeld jetzt abgeschätzt werden.

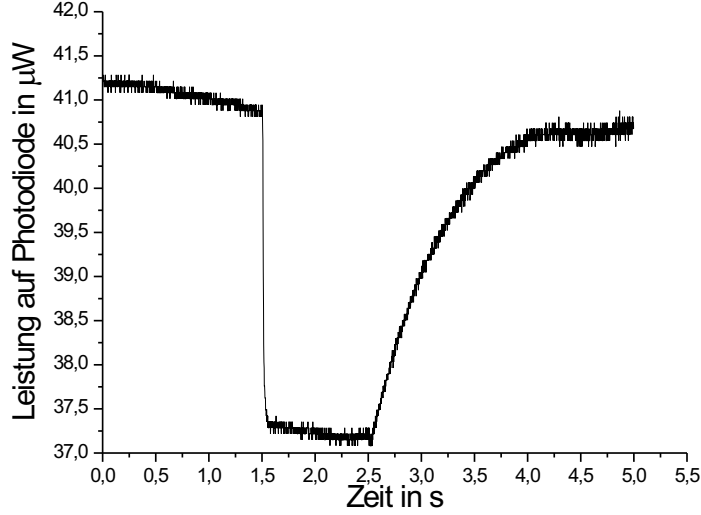


**Abbildung 1.6:** Verstärkerschaltung für die Photodiode. Mit dem Schalter kann zwischen kalibriertem Modus und Modus mit variabler Verstärkung umgeschaltet werden. Um Kriechströme zu vermeiden, ist die Photodiode nicht vorgespannt [BUR].

Die Leistung, die ein einzelnes Atom emittiert, ist gleich der Energie eines Photons mal Anzahl der Photonen pro Sekunde

$$P_{Atom} = \frac{hc}{\lambda} R. \quad (1.12)$$

Die Rate  $R$ , mit der die Atome Photonen streuen, ergibt sich aus Gleichung (1.10). Die Sättigungsintensität  $I_{sat}$  muss allerdings gegenüber dem Literaturwert von  $1,6 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$  modifiziert werden, da die Atome in der MOT verschiedene  $m_F$ -Unterzustände bevölkern, und sie sich in einem Bereich wechselnder Intensität und Polarisierung befinden. Nach [STE02] kann dies aber zu einer effektiven Sättigungsintensität gemittelt werden. Hierbei wird angenommen, dass die Atome in der MOT homogen verteilt sind, sodass sie durchschnittlich von jeder Polarisierung ( $\pi, \sigma^+, \sigma^-$ ) gleich oft mit einer durchschnittlichen Intensität



**Abbildung 1.7:** Fluoreszenzsignal auf der kalibrierten Photodiode bei 3 A und  $\Delta = 15$  MHz

angeregt werden. Das Übergangsdipolmoment für den Hyperfeinübergang ist dann

$$|d_{F \rightarrow F'}|^2 = \frac{1}{3} S_{FF'} |\langle J | e\hat{r} | J' \rangle|^2. \quad (1.13)$$

Der Faktor  $1/3$  entsteht durch die isotrope Polarisation und  $S_{F=2F'=3} = 7/10$  ist die Hyperfeinübergangsstärke, die sich aus der Mittelung über die  $m_F$ -Clebsch-Gordan-Koeffizienten des Übergangs ergibt und Tabelle 1.1 entnommen ist. Mit dem Dipolmatrixelement

$$d = \left| \left\langle J = \frac{1}{2} \left| e\hat{r} \right| J' = \frac{3}{2} \right\rangle \right| = 4,2 e a_0 \quad (1.14)$$

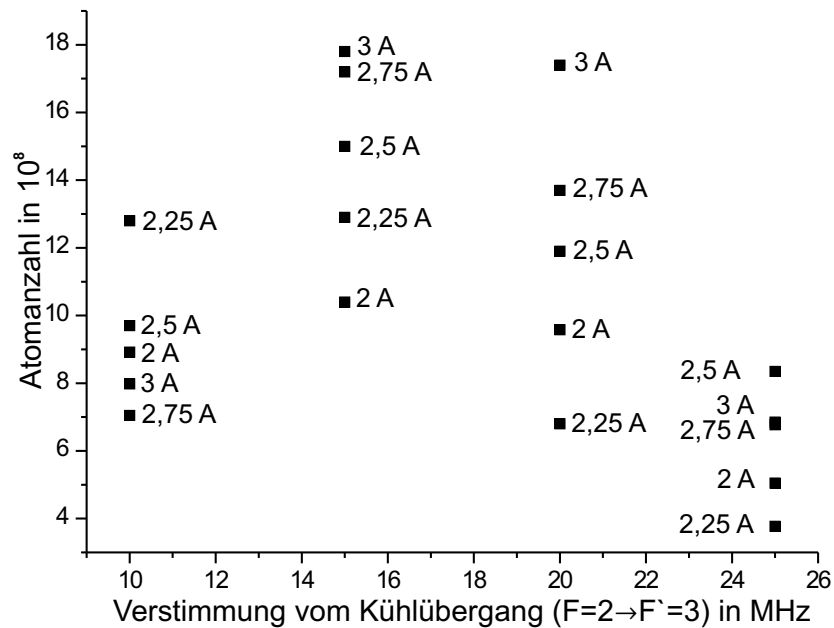
beträgt die Sättigungsintensität für den Kühlübergang  $I_{sat} = 3,58 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$ .

Unter der Annahme, dass alle Photonen aus der MOT gleich wahrscheinlich in alle Richtungen gestreut werden, kann die Anzahl der Atome in der Falle durch die von der Photodiode gemessene Leistung  $P_{PD}$  mit

$$N_{Atome} = \frac{4\pi}{d\Omega} \cdot \frac{P_{PD}}{P_{Atom}} \quad (1.15)$$

nach oben abgeschätzt werden. Aufgrund des geringen Magnetfeldes ist die Änderung der Fluoreszenz durch Zeemanverschiebung hier vernachlässigt. In Abbildung 1.8 sind

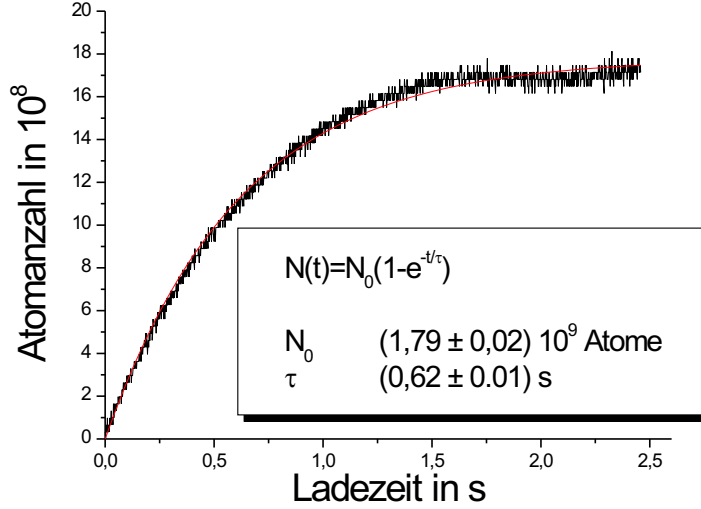
die Atomanzahlen für verschiedene Ströme und Verstimmungen aufgetragen und es ist zu erkennen, dass das Optimum bei einer Verstimmung von 15 MHz und einem Strom von 3 A liegt, wo sich etwa  $2 \cdot 10^9$  Atome in der MOT befinden. Auffällig ist hier noch,



**Abbildung 1.8:** Atomanzahl in der oberen MOT für verschiedene Magnetspulenströme und Verstimmungen

dass für 10 MHz und 25 MHz die maximale Atomanzahl nicht bei maximalem Strom erreicht wurde und die Streuung der Messwerte geringer ist als bei 15 MHz und 20 MHz. Ein höherer Strom als 3 A kann nicht eingestellt werden, da er die ungekühlten Spulen zu stark erhitzen würde. Für alle weiteren Messungen wird die MOT bei den optimalen Parametern  $\Delta = 15$  MHz und  $I_{Spule} = 3$  A betrieben.

In Abbildung 1.9 ist der Ladevorgang der MOT aus Abbildung 1.7 vergrößert dargestellt. Hieraus soll der Partialdruck des Rubidiumhintergrundgases bestimmt werden. Die Laderate, mit der die Atome bei Einschalten des Magnetfelds in die Falle geladen werden, ist



**Abbildung 1.9:** Ladekurve der oberen MOT bei 3 A und  $\Delta = 15$  MHz. Die Formel gibt die angepasste Funktion an.

nach [GIB92]

$$R_{Lade} = n \frac{r_c^2 v_c^4}{u^3}, \quad (1.16)$$

wobei  $n$  die Partialdichte des Rubidiums im Hintergrundgas,  $r_c$  der Empfangsbereich der MOT, der mit dem Strahldurchmesser von 10 mm genähert werden kann, und  $u = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}}$  die wahrscheinlichste Geschwindigkeit des Hintergrundgases ist. Die Temperatur  $T$  der ungekühlten Rubidiumatome ist gleich der Raumtemperatur von 300 K. Die Einfanggeschwindigkeit  $v_c$  wird mit Gleichung (1.11) berechnet. Für den Partialdruck  $p$  des Rubidiums gilt dann

$$p = nk_B T = \frac{R_{Lade} k_B T}{r_c^2 v_c^4} \left( \frac{2k_B T}{m} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (1.17)$$

Die Atome innerhalb der Falle kollidieren mit dem thermischen Hintergrund, was zu einer Verlustrate

$$\Gamma_{koll} = \frac{1}{\tau_{koll}} \approx n\sigma u \quad (1.18)$$

führt, die proportional zur Partialdichte und zum atomaren Streuquerschnitt  $\sigma$  ist. Hiermit

lässt sich eine Ratengleichung

$$\frac{\partial N}{\partial t} = R_{Lade} - \Gamma_{koll} N = 0 \quad (1.19)$$

für den Gleichgewichtszustand der MOT aufstellen, deren Lösung die Gleichgewichtsatomanzahl  $N_0 = R_{Lade} \Gamma_{koll}^{-1}$  angibt. Für die aktuelle Atomanzahl  $N$  in der Falle gilt mit Gleichungen (1.16) und (1.18):  $N(t) = N_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau_{koll}}})$ . Dieser Verlauf ist in Abbildung 1.9 an das Photodiodensignal des Ladevorgangs aus Abbildung (1.7) angepasst und ergibt eine Ladezeit von  $\tau_{koll} = (0,62 \pm 0,01)$  s. Mit der Laderrate  $R_{Lade} = N_0/\tau_{koll}$  und Gleichung (1.17) ergibt sich ein Hintergrundgasdruck von etwa  $(8,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-9}$  mbar. Obwohl bei einer Einfanggeschwindigkeit  $v_c = 40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  für  $\Delta = 15\text{MHz}$  nur der langsame Teil der Maxwell-Boltzmann-Verteilung gefangen wird, werden innerhalb von 0,6 s etwa  $2 \cdot 10^9$  Atome in die MOT gefangen.

Mit diesen Werten kann jetzt die Phasenraumdichte innerhalb der MOT und im umgebenden Gas ausgerechnet werden. Die Temperatur in der MOT kann mit einer Photodiode nicht gemessen werden, da hierfür eine räumliche Auflösung der Atome in der Falle benötigt wird. Es wird für die Bestimmung der Phasenraumdichte angenommen, dass die Temperatur der MOT mit  $100 \mu\text{K}$  im oberen Bereich der erwarteten Temperatur nach Polarisationsgradientenkühlen liegt. Der Durchmesser der MOT von  $(5 \pm 1)$  mm ist mit dem Auge abgeschätzt, da keine kalibrierte CCD-Kamera installiert ist. Für die Umgebungstemperatur werden  $300 \text{ K}$  angenommen. Mit Gleichung (1.4) ergibt sich dann eine Obergrenze für die Phasenraumdichte von  $\rho = 7,4 \cdot 10^{-19}$  für den Hintergrund und  $\rho = 5,4 \cdot 10^{-7}$  für die MOT. Aufgrund der konservativen Abschätzung der MOT-Temperatur erfüllt die Phasenraumdichte der MOT das Ziel, das in Tabelle 1.2 gesetzt wurde.



### 1.4.2 Atomstrahl

Um die Atome von der oberen in die untere MOT zu transferieren, wird ein einzelner, linear polarisierter Laser von oben in die Apparatur eingestrahlt. Dieser zusätzliche Strahl (*pushing beam*) übt auf die Atome in der oberen MOT eine Kraft entsprechend Gleichung (1.7) aus, und beschleunigt sie dadurch nach unten, sodass sie den Bereich der oberen MOT verlassen und durch das Röhrchen zum differentiellen Pumpen in die untere Vakuumkammer gelangen [Woh01]. Da dem Strahl kein Rückpumpplaser überlagert ist, wirkt diese Kraft nur, wenn sich die Atome im Bereich der Atomfallen befinden. Der *pushing beam* erzeugt eine zusätzliche Verlustrate, die die Atomanzahl in der oberen MOT beeinflusst. Diese Rate sollte etwa gleich der Laderate der oberen MOT sein, sodass der Fluss des Atomstrahls maximiert ist. Des Weiteren muss sichergestellt sein, dass der Strahl die untere MOT durch zu hohe Intensität nicht daran hindert, die nach unten transferierten Atome zu laden. Deshalb ist der *pushing beam* bei einer Leistung von  $200 \mu\text{W}$  etwa  $24 \text{ cm}$  vor der oberen MOT auf eine Strahltaile von  $w_0 = 50 \mu\text{m}$  fokussiert. Der Strahldurchmesser  $w(x)$  an einem Ort  $x$  in der Vakuumkammer berechnet sich dann mit Gaußscher Strahlenoptik zu

$$w(x) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{x}{x_R}\right)^2}, \quad (1.20)$$

wobei  $x_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$  die Rayleighlänge des Gaußstrahls ist. Am Ort der oberen MOT ist  $w = 1,2 \text{ mm}$  und an der unteren MOT ist  $w = 3,9 \text{ mm}$ . Die Intensität auf der optischen Achse für einen Gaußstrahl ist

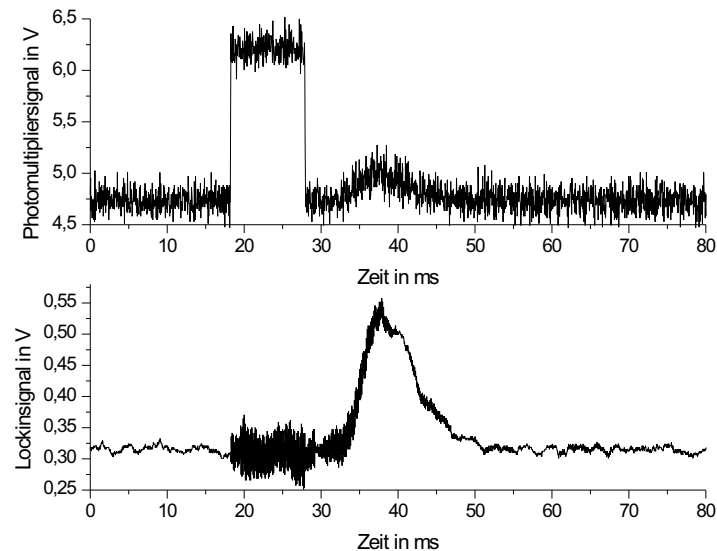
$$I = \frac{2P}{\pi w^2}. \quad (1.21)$$

Damit beträgt die Intensität für die obere Falle  $28 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$  und  $2,6 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$  für die untere. Die Intensität in der unteren Falle ist damit wesentlich geringer als die eines einzelnen MOT-Strahls von etwa  $40 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$ .

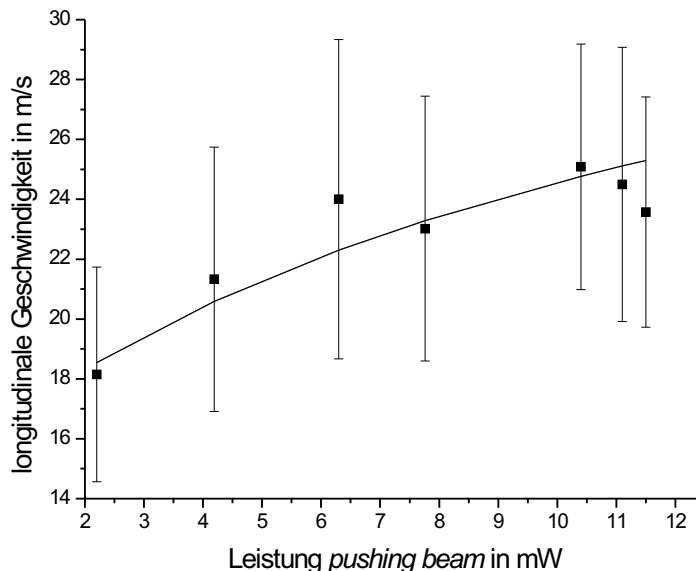
Obwohl die Atome nur im Bereich der oberen MOT beschleunigt werden, können sie bei zu großer Intensität des *pushing beam* so schnell werden, dass sie von der unteren MOT nicht mehr eingefangen werden können. Da die Laserparameter der unteren Falle denen der oberen entsprechen, liegt die Einfanggeschwindigkeit auch bei etwa  $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

In einer Messung soll deshalb die Geschwindigkeit der Atome im Atomstrahl bestimmt werden. Hierfür wird der *pushing beam* gepulst betrieben, und die Ankunftszeit der Atome in der unteren Vakuumkammer nach dem Laserpuls gemessen. Die Atome werden in der unteren Vakuumkammer mit einem auf den  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  Übergang resonant eingestellten Detektionslaser, der mit einem Rückpumplaser räumlich überlagert ist, angeregt. Der Detektionslaser hat eine Leistung von 2,3 mW und der Rückpumplaser 1,3 mW bei einem Strahldurchmesser von 11 mm. Der Abstand des Mittelpunkts der oberen MOT zum Mittelpunkt des Detektionsstrahl beträgt  $(52 \pm 0,5)$  cm.

Die Fluoreszenz des Atomstrahls wird mit einer Photomultiplerröhre (PMT), die rechtwinklig zu Detektionslaser- und Atomstrahl steht, gemessen. Um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu erhöhen, wird das PMT-Signal mit einem Lockin-Verstärker verstärkt. Hierfür wird die Frequenz des Detektionslasers mit einem Akusto-Optischen-Modulator mit 9 kHz moduliert. Die Amplitude der Modulation beträgt 9 MHz. Abbildung 1.10 zeigt ein typisches Signal. Im oberen Bereich der Abbildung ist das PMT-Signal aufgetragen



**Abbildung 1.10:** Signale des Photomultipliers und des Lockin-Verstärkers für eine *pushing beam*-Leistung von 11,1 mW



**Abbildung 1.11:** Longitudinale Geschwindigkeiten des Atomstrahls für verschiedene Leistungen im *pushing beam*. Die Balken geben die Geschwindigkeitsdispersion an.

und es ist deutlich der rechteckige Puls aufgrund des Streulichts des *pushing beam* zu sehen, gefolgt von einem etwas schwächeren Puls nach einigen ms, der vom Atomstrahl herrührt. Im unteren Bereich der Zeichnung ist das Ausgangssignal des Lockin-Verstärkers aufgetragen. Dieses Signal wird für die Auswertung verwendet.

Für die Bestimmung des Mittelpunkts des Atomstrahlsignals wird an das Signal eine Gaußsche Glockenkurve angepasst. Aus der Halbwertsbreite der Kurve ergibt sich die Geschwindigkeitsdispersion der Atome. Die Atomgeschwindigkeiten werden aus dem zeitlichen Abstand zwischen beginnendem Rechteckpuls und dem Mittelpunkt des Atomstrahlsignals bestimmt. In Abbildung 1.11 sind die longitudinalen Geschwindigkeiten für verschiedene Leistungen im *pushing beam* aufgetragen. Die Mittelpunkte liegen selbst für recht hohe Leistungen noch im Einfangbereich der unteren MOT. Aus der Geschwindigkeitsdispersion lässt sich ableiten, dass selbst für eine *pushing beam*-Leistung von 11,5 mW alle Atome im Atomstrahl langsamer als  $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  sind.

Die Funktion, die an die Datenpunkte in Abbildung 1.11 angepasst ist, ergibt sich aus einem einfachen Modell. Es wird hier angenommen, dass die Atome nur innerhalb des MOT-Bereichs mit Länge  $l_{MOT}$  durch die Kraft  $F_{pb}(P)$  des *pushing beam*, die sich aus Gleichung (1.7) ergibt, beschleunigt werden. Dieser Kraft wirkt eine konstante Kraft  $F_{MOT}$  entgegen, die durch Kühlprozesse und atomare Stöße in der MOT erzeugt wird. Für die Geschwindigkeit der Atome gilt mit diesem Modell dann:

$$v(P) = \sqrt{\frac{l_{MOT}}{m_{Rb}} (F_{pb}(P) - F_{MOT})} \quad (1.22)$$

Hierbei wird  $F_{MOT}$  als Parameter für die Anpassung verwendet.

Im laufendem Experiment wird der Atomstrahl nicht gepulst, sondern mit gleichmäßig laufendem *pushing beam* betrieben, der dann eine Leistung von unter einem mW besitzt. Die Messung zeigt, dass die untere MOT alle Atome aus dem Atomstrahl fangen kann. Durch die geringe Laserleistung im *pushing beam* und die geringe Atomgeschwindigkeit im Atomstrahl entstehen keine zusätzlichen Verlustprozesse in der unteren MOT.

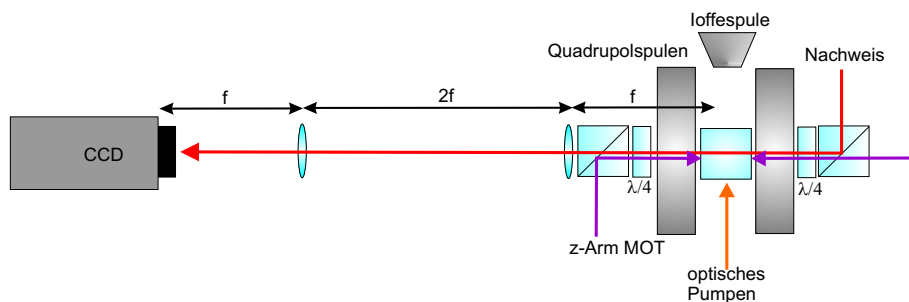


Abbildung 1.12: Schematischer Aufbau der Optik um die untere Zelle

### 1.4.3 Untere Atomfallen

Anders als in der oberen MOT ist es für die unteren Atomfallen wichtig, zusätzlich zur Atomanzahl auch die Temperatur der Atome in den Fallen zu messen. Hierfür wird eine Detektionsmethode benötigt, die es zum einen erlaubt, die Atomwolken räumlich abzubilden, und zum anderen nicht auf die Fluoreszenz angewiesen ist, da die Atome in der Magnetfalle keine Photonen emittieren. Die hier verwendete Methode, ist die Absorptionsabbildung, bei der ein Nachweislaser durch eine Atomwolke hindurch auf eine CCD-Kamera gestrahlt und dort der Schattenwurf der Atomwolke betrachtet wird.

Für die Absorptionsabbildung wird eine CCD-Kamera der Firma Theta System verwendet. Die Größe des CCD-Chips liegt bei  $7 \times 7 \text{ mm}^2$  bei einer Pixelgröße von  $7 \mu\text{m}$ . Da die Kamera relativ groß ist, kann sie nicht direkt an der Apparatur aufgebaut werden, weshalb ein optisches Abbildungssystem vorgeschaltet ist, das einen Kameraabstand von etwa 50 cm erlaubt (vgl. Abb. 1.12). Das Auflösungsvermögen der Kamera für diesen Aufbau beträgt  $10 \mu\text{m}$ , das heißt, dass ein Pixel auf der Kamera  $10 \mu\text{m}$  in der Ebene der Atomfallen entspricht. Der linear polarisierte Nachweislaser wird über einen polarisierenden Strahlteilerwürfel parallel zu einem der MOT-Laser durch die Glaszelle der Vakuumapparatur geführt und anschließend durch einen weiteren PSTW in die Abbildungsoptik geleitet. Da der Laser vor der Glaszelle durch eine  $\lambda/4$ -Verzögerungsplatte läuft, ist er im Bereich der Atomfalle zirkular polarisiert. Die Leistung des Nachweislasers beträgt  $P_{probe} = 500 \mu\text{W}$ .

### Absorptionsabbildung

Die detektierte Intensität auf der Kamera ist nach dem Beerschen Gesetz durch

$$I(x, y) = I_0 e^{-\alpha(x,y)} = I_0 \exp\left(-\int dz n(x, y, z) \sigma_{Phot}(x, y, z)\right) \quad (1.23)$$

gegeben. Hierbei ist  $n(x, y, z)$  die Verteilung der Teilchendichte in der Atomfalle. Der Wirkungsquerschnitt  $\sigma_{Phot}(x, y, z)$  für die Streuung eines Photons an einem Atom ist für zirkular polarisiertes Licht nach [STE02]

$$\sigma_{Phot}(x, y, z) = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \left(1 + \left(\frac{2\Delta(x, y, z)}{\Gamma}\right)^2 + \frac{I}{I_{sat}}\right)^{-1} \quad (1.24)$$

mit einer Sättigungsintensität für  $\sigma$ -polarisiertes Licht für einen  $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$  Übergang von  $I_{sat} = \frac{\hbar\omega^3\Gamma}{12\pi c^2}$ . Die Verstimmung  $\Delta$  hängt aufgrund der Zeemanverschiebung vom Ort der Atome ab und ist für diesen Übergang

$$\Delta(x, y, z) = \mu B_Q \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2} = 0,7 \frac{\text{MHz}}{\text{Gauß}} \cdot B_Q \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}. \quad (1.25)$$

Der Wert für  $\mu$  ergibt sich aus der differentiellen Zeemanverschiebung der beiden Energieniveaus  $|F = 2\rangle$  und  $|F' = 3\rangle$  zueinander und  $B_Q$  beträgt 150 Gauß/cm für die Magnetfalle. Um das Streulicht des Detektionslasers und die Quanteneffizienz der Kamera nicht betrachten zu müssen, werden insgesamt drei Aufnahmen gemacht, nämlich  $I_{MA}(x, y)$  mit der Atomwolke,  $I_{OA}(x, y)$  ohne Atomwolke und  $I_H(x, y)$  als Hintergrund ohne Nachweislasers und Atome. Für das Verhältnis der absorbierten zur Eingangsintensität gilt dann nach [KET99]:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{I_{MA} - I_H}{I_{OA} - I_H}. \quad (1.26)$$

In der MOT kann aufgrund des kleinen Magnetfeldgradienten die Abhängigkeit von  $\Delta$  vom Magnetfeld vernachlässigt werden und die Anzahl  $N$  der Atome ist hier:

$$N_{MOT} = -\frac{A_{CCD}}{\sigma_{Phot}} \sum_{Pixel} \ln \frac{I_{MA} - I_H}{I_{OA} - I_H}. \quad (1.27)$$

Hierbei ist  $A_{CCD}$  die Fläche des CCD-Chips und die Summe wird über alle Pixel des Chips ausgeführt. Diese Formel kann aus technischen Gründen nur für Intensitäten unterhalb

der Sättigungsintensität und optisch transparente, das heißt  $\alpha(x, y) \ll 1$ , Atomwolken angewendet werden.

Bei der Berechnung der Atomanzahl innerhalb der Magnetfalle darf die Abhängigkeit der Verstimmung vom Magnetfeld nicht vernachlässigt werden. Um die Dichteverteilung der Atome in der Magnetfalle zu bestimmen, wird die Zustandsfunktion im kanonischen Ensemble

$$w(\vec{r}, \vec{p}) = \frac{e^{-\frac{H}{k_B T}}}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d^3 r d^3 p e^{-\frac{H}{k_B T}}} \quad (1.28)$$

benötigt. Hierbei ist  $H$  die Gesamtenergie des Systems. Die Zustandsfunktion  $w(\vec{r}, \vec{p})$  beschreibt die Wahrscheinlichkeit, am Ort  $\vec{r}$  ein Teilchen mit Impuls  $\vec{p}$  zu finden. Bei der Absorptionsabbildung wird aufgrund der hohen Teilchenzahl über alle Impulse gemittelt. Mit Gleichung (1.28) ist die Atomdichte dann:

$$n(x, y, z) = N \int_{-\infty}^{\infty} d^3 p w(\vec{r}, \vec{p}). \quad (1.29)$$

Für eine Quadrupolmagnetfalle mit einem Gradienten  $B_Q$  ist

$$H = -\frac{|\vec{p}|^2}{2m} - \mu B_Q \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}. \quad (1.30)$$

Der Exponent in Gleichung 1.23 ist damit für Intensitäten unterhalb der Sättigungsintensität gleich

$$\alpha(x, y) = K \int_{-\infty}^{\infty} dz \frac{\exp\left(-\frac{\mu B_Q}{k_B T} \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}\right)}{1 + \left(\frac{2B_\Delta \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}}{\Gamma}\right)^2}. \quad (1.31)$$

Die Proportionalität der Zustandsfunktion zur Teilchendichte und alle Vorfaktoren sind in der Konstanten  $K$  zusammengefasst. Um aus dieser Gleichung die Teilchenanzahl entsprechend Gleichung 1.27 zu ermitteln, muss noch über die Größe des CCD-Chips integriert werden:

$$N_{MF} = K \int dx dy \alpha(x, y). \quad (1.32)$$

Gleichung (1.32) ist analytisch nicht lösbar, weswegen sie mit einem Verfahren zur mehrdimensionalen Integration aus [PRE93] numerisch gelöst wird. Für die Bestimmung des

Vorfaktors  $K$  und der Temperatur  $T$ , wird das Integral  $K \int dz e^{-\frac{\mu_B Q}{k_B T} \sqrt{x^2 + y^2 + 4z^2}}$  mit einem Levenberg-Marquard-Verfahren aus [PRE93] an das Absorptionsbild angeglichen, mit  $K$  und  $T$  als variable Parameter. Es wird hier also gleichzeitig mit der Teilchenanzahl der Magnetfalle auch die Temperatur der Atome bestimmt.

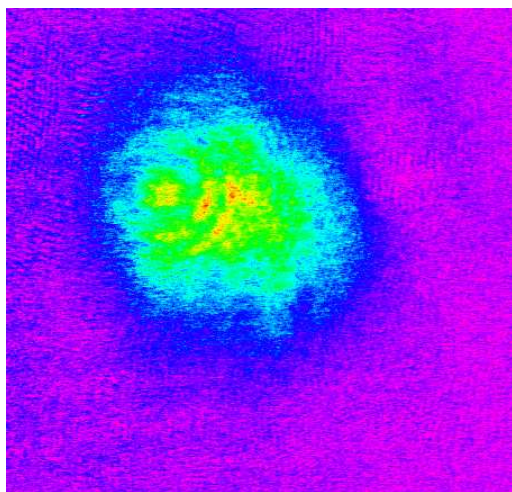
Da das Potenzial innerhalb einer MOT durch die Wechselwirkung von Magnetfeld und Lichtfeld nicht konservativ ist, kann hierfür keine Gesamtenergie wie für die Magnetfalle angegeben werden und mit dieser Methode nicht die Temperatur der Atome in der MOT gemessen werden. Für die Bestimmung der Temperatur der Atome in der MOT wird die *time of flight*-Messung (TOF) benutzt. Dazu werden zu einem Zeitpunkt  $t_0$  die Laser und das Magnetfeld der MOT abgeschaltet und die Atomwolke zu einem späteren Zeitpunkt  $t_1$  betrachtet, die mit einer thermischen Geschwindigkeit  $v_{th} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$  expandiert. An das Absorptionsbild wird eine gaußförmige Kurve angeglichen und die Änderung der Halbwertsbreite mit der Zeit ist gleich der thermischen Geschwindigkeit [KET99].

### Untere Magneto-Optische-Falle

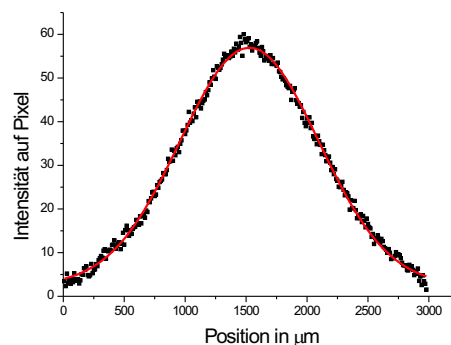
Die Absorptionsabbildung wird jetzt verwendet, um die Parameter der unteren Fallen zu bestimmen.

Für die untere MOT werden sechs einzelne Kühlaserstrahlen benutzt, da hier möglichst viele Atome aus dem Atomstrahl gefangen werden sollen. Die Gesamtleistung in den Armen beträgt etwa 47 mW, wobei der Kühl- und der Rückpump Laser die gleichen Laserquellen entstammen wie in der ersten MOT. Die Leistung ist aufgrund des beschädigten Lasersystems zum Zeitpunkt der Messungen so klein. Die Leistung des Rückpumpers beträgt 3 mW und das Magnetfeld von  $14 \frac{\text{Gauß}}{\text{cm}}$  wird mit zwei wassergekühlten Kupferspulen erzeugt, die auch das Quadrupolmagnetfeld der Magnetfalle erzeugen. Abbildung 1.13(a) zeigt die Absorptionsaufnahme einer MOT in Falschfarbendarstellung, wobei blau niedrige Absorption und rot hohe Absorption anzeigt. Der Bildausschnitt ist etwa 4 mm breit. Daneben 1.13(b) sind die in vertikaler Richtung aufsummierten Farbwerte der Aufnahme gegen die Horizontale aufgetragen, wobei nur der Bereich der MOT gezeigt ist. An die Verteilung ist eine Gaußfunktion der Form  $f(x) = \frac{A}{w\sqrt{\pi/2}} e^{-2\frac{(x-x_0)^2}{w^2}}$  angeglichen, mit einer





(a) Falschfarbenaufnahme der MOT mit Absorptionsabbildung. Der Bildausschnitt ist etwa 4 mm breit.



(b) Aufsummation der Pixel in vertikaler Richtung und angepasste Gaußfunktion

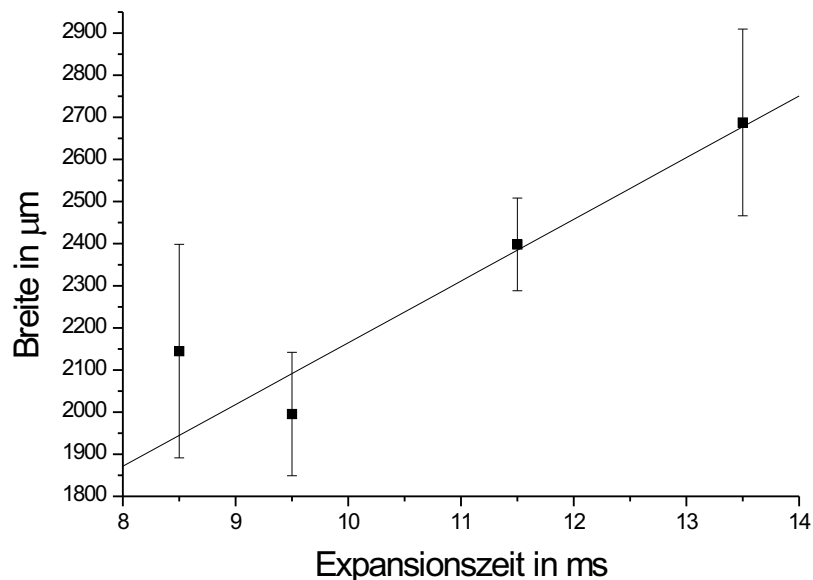
**Abbildung 1.13:** Auswertung MOT

Breite von  $w = 1,1$  mm. Die Zahl der Atome ist nach Gleichung (1.27) für mehrere Bilder bestimmt worden, mit einer durchschnittlichen Anzahl von  $(1,0 \pm 0,3)10^6$  Atomen. Die Gründe für diese geringe Atomanzahl sind wohl die geringe Laserleistung in der unteren Falle und eine hohe Fluktuation der Atomanzahl in der laufenden MOT, die auf einer unzureichenden Optimierung der Fallenparameter basiert.

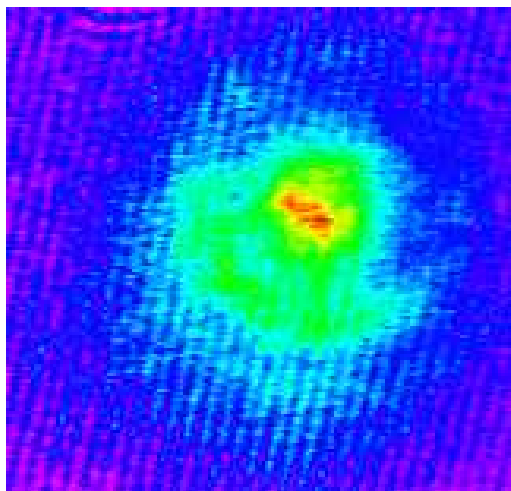
Die Temperatur der Atome wird mit TOF bestimmt, wobei jeweils eine Gaußkurve an die vertikale und horizontale Projektion der Intensitätsverteilung angeglichen worden ist. Die gesamte Breite für die entsprechende Flugzeit ergibt sich aus dem Mittelwert der beiden Gaußbreiten, da durch den symmetrischen Aufbau der MOT keine Raumrichtung ausgezeichnet ist (vgl. Abb. 1.14). Die Temperatur für die Atome in der MOT beträgt  $(72 \pm 5) \mu\text{K}$ , was etwa gleich der halben Dopplertemperatur von  $146 \mu\text{K}$  ist und dem Wert entspricht, der nach Polarisationsgradientenkühlung zu erwarten ist. Die Dichte der MOT im Zentrum der Falle ergibt sich aus der Gaußfunktion und die Phasenraumdichte im Zentrum der MOT ist damit  $\rho = (1,2 \pm 0,3) \cdot 10^{-8}$ .

### Magnetfalle

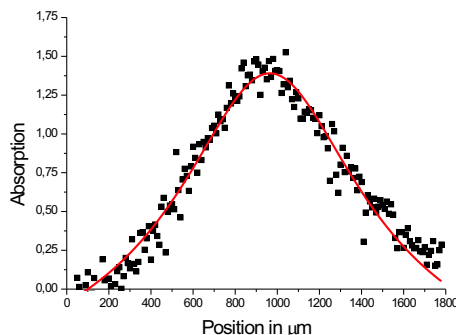
Nachdem die untere MOT mit Atomen aus der oberen Falle geladen ist, wird erst der *pushing beam* abgeschaltet und anschließend die Kühlaser für einige ms ohne Magnetfeld um etwa 50 MHz verstimmt (optische Melasse), um die Atome weiter abzukühlen. Die Zeit ist so kurz gewählt, dass dabei möglichst wenig Atome den Fallenbereich verlassen. Danach werden die Laser abgeschaltet und die Atome wie in Kapitel 1.3.3 beschrieben in einem magnetischen Führungsfeld von 4,7 Gauß mit einem optischen Pumpstrahl mit  $69 \mu\text{W}$  Leistung innerhalb von 2 ms in den  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  Zustand gepumpt. Anschließend wird der Strom durch die Spulen auf 24,4 A erhöht, wodurch ein Magnetfeldgradient in z-Richtung von  $330 \frac{\text{Gauß}}{\text{cm}}$  entsteht. Die Atomanzahl in der Magnetfalle wird bestimmt, indem Gleichung (1.4.3) an Abbildung 1.15(a) angepasst und das Ergebnis der Anpassung in Gleichung (1.32) eingesetzt wird. Damit ergibt sich eine Atomanzahl von  $(6,5 \pm 1,3)10^5$ . Diese Umladerate von der MOT in die Magnetfalle von etwa 50% entspricht den Werten, wie sie in vergleichbaren Experimenten üblicherweise erzielt werden.



**Abbildung 1.14:** Halbwertsbreite der Atomwolke gegen Flugzeit der expandierenden Atomwolke



(a) Falschfarbenaufnahme der Magnetfalle mit Absorptionsabbildung. Der Bildausschnitt ist etwa 2mm breit.

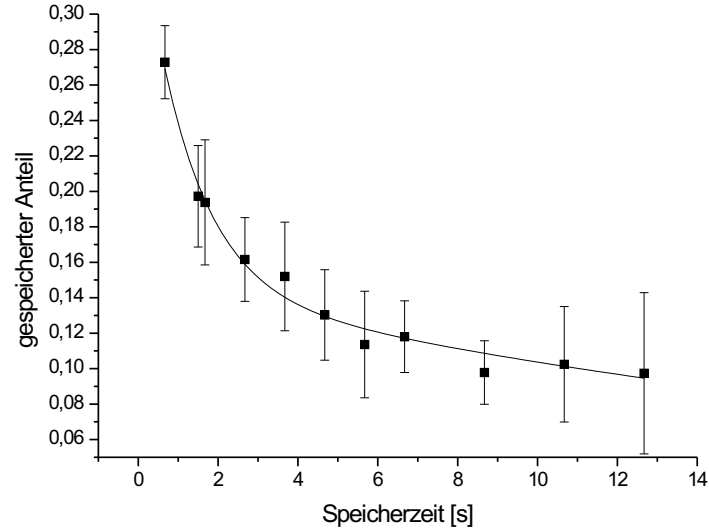


(b) Aufsummation der Pixel in vertikaler Richtung und angepasste Funktion entsprechend Gleichung (1.32)

**Abbildung 1.15:** Auswertung Magnetfalle

Die Temperatur der Atome ergibt sich aus der Breite der angepassten Verteilung und beträgt  $(580 \pm 57) \mu\text{K}$ . Die Phasenraumdicke im Zentrum der Magnetfalle ist dann  $(1,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-9}$ . Die Atome werden offensichtlich während des Umladevorgangs stark aufgeheizt. Wird angenommen, dass die Atome durch das schnelle Hochfahren des Magnetfeldes kinetische Energie gewinnen, so kann mit einer einfachen Abschätzung diese Aufheizung reproduziert werden. Um die Atome weniger aufzuheizen muss das Quadrupolmagnetfeld langsamer hochgefahren werden.

Um die Atome auf die kritische Temperatur von etwa 500 nK [Ess98] abzukühlen, soll über 20 s eine RF-Welle eingestrahlt werden, um die Atome evaporativ zu kühlen. Die Magnetfalle muss daher über diesen Zeitraum stabil laufen und darf keine Atome zusätzlich zum evaporativen Kühlen verlieren. Die die Stabilität der Magnetfalle begrenzenden Stoßprozesse sind in der Quadrupolfalle und der QUIC-Falle etwa gleich, da bei den hohen Temperaturen vor dem evaporativen Kühlen die Verluste durch Majorana-Spinflips vernachlässigbar sind [PET95]. Die Messung der Lebenszeit kann deshalb auch in der Qua-



**Abbildung 1.16:** Lebenszeitmessung der Magnetfalle für Atome im  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  Zustand

drupolfalle durchgeführt werden. Die Lebenszeit der Magnetfalle wird bestimmt, indem die Atome nach einer Speicherzeit  $t$  in der Magnetfalle wieder in die MOT geladen werden und das Fluoreszenzsignal der MOT gegen  $t$  aufgetragen wird. Die Verlustkurve hat entsprechend Gleichung (1.19) mit  $R_{Lade} = 0$  die Form  $e^{-\frac{t}{\tau}}$ , wobei  $\tau$  die Lebenszeit der Falle angibt. In der in Abbildung 1.16 gezeigten Messung ist die relative Fluoreszenz der wieder eingefangenen Atome zur ursprünglichen MOT gegen die Speicherzeit in der Magnetfalle aufgetragen.

Auffällig ist, dass die Verluste für kurze Speicherzeiten sehr hoch sind und ab etwa 4 s abnehmen. Deshalb ist an die Daten eine Funktion der Form  $A_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + A_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}$  angeglichen und es ergeben sich Zerfallszeiten von  $\tau_1 = 1,2$  s und  $\tau_2 = 30$  s. Die Atome scheinen direkt nach dem Umladen durch Heizprozesse, die auf Streulicht zurückzuführen sind (induzierte Lichtstöße [WEI99]), die Magnetfalle zu verlassen. Die verbleibenden Atome haben zwar eine für evaporatives Kühlen ausreichende Lebenszeit, doch sind es für das Erreichen eines BEC zu wenig.

## Kapitel 2

# Wechselwirkung ultrakalter Atome

Nachdem die Bose-Einstein-Kondensation erreicht ist, soll die Wechselwirkung ultrakalter Rubidiumatome mit Cäsiumatomen erforscht werden. Deshalb werden im folgenden Abschnitt zunächst die grundlegenden Parameter eingeführt, mit denen die Wechselwirkung beschrieben werden kann.

### 2.1 Grundlagen der Streutheorie

Der elastische Stoß zweier Atome wird hier quantenmechanisch beschrieben, wobei die Rechnungen im Schwerpunktsystem ausgeführt werden und angenommen wird, dass das Wechselwirkungspotenzial  $V$  lokal begrenzt ist. Wird die Wellenfunktionen  $\Psi$  der Atome zu einem Zeitpunkt  $t = -\infty$  weit vor der Streuung und weit nachher  $t = +\infty$  betrachtet, so kann sich  $\Psi(\infty, x)$  bei der elastischen Streuung nur um einen Phasenfaktor  $e^{i\delta}$  von  $\Psi(-\infty, x)$  unterscheiden, da ansonsten die Erhaltung der Gesamtenergie des Systems nicht mehr gewährleistet ist. Je stärker das Wechselwirkungspotenzial ist, desto größer ist auch die Veränderung der Phase. Zur Vereinfachung der Rechnung wird weiterhin angenommen, dass die Teilchen durch ebene Wellen dargestellt werden können. Damit lässt sich nach [SAK94] die gestreute Wellenfunktion  $\Psi(x)$  als Überlagerung einer ebenen Welle mit einer gewichteten Kugelwelle beschreiben:

$$\Psi(x) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left[ e^{ikx} + \frac{e^{ikR}}{R} f(k', k) \right] \quad (2.1)$$

Aus dem Wichtungsfaktor  $f(k', k)$ , der Streuamplitude, kann der differentielle Wirkungsquerschnitt  $\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega} = |f(k', k)|^2$  berechnet werden.  $\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}d\Omega$  beschreibt das Verhältnis der in den Raumwinkel  $d\Omega$  gestreuten Teilchen zur Anzahl der einfallenden Teilchen pro Einheitsfläche. Falls das Potenzial  $V$  rotationsinvariant ist, kann zur Vereinfachung die Wellenfunktion in Gleichung (2.1) nach Kugelflächenfunktionen  $Y_l^m$  entwickelt werden, also als Überlagerung von Partialwellen mit Drehimpuls  $l$ . Die Streuamplitude setzt sich dann aus partiellen Streuamplituden zusammen:

$$f(k', k) = f(\Theta) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{k} (2l+1) e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l(\cos(\Theta)). \quad (2.2)$$

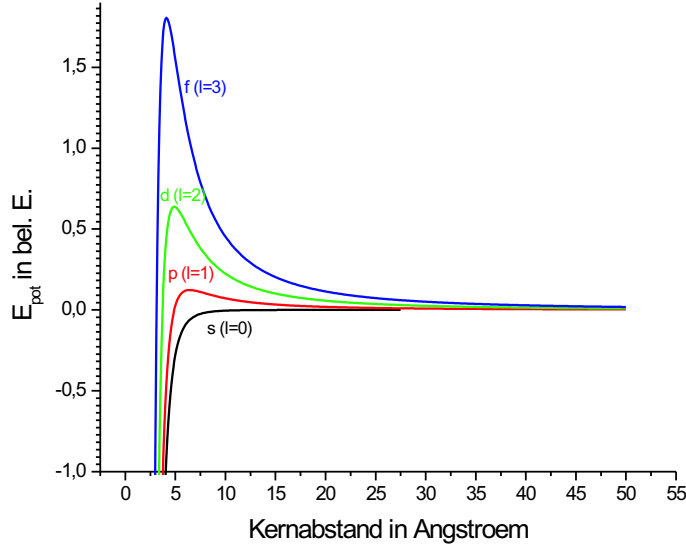
Hier ist  $\delta_l$  die Phasenverschiebung der  $l$ 'ten Partialwelle und  $P_l$  das Legendrepolynom  $l$ 'ter Ordnung. Der differentielle Wirkungsquerschnitt berechnet sich damit auch als Überlagerung partieller Wirkungsquerschnitte, die miteinander interferieren:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega} = \frac{1}{k^2} \left| \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{i\delta_l} \sin \delta_l P_l(\cos(\Theta)) \right|^2. \quad (2.3)$$

Für den gesamten Wirkungsquerschnitt muss über den gesamten Raum integriert werden, wobei die Orthogonalität der Legendrepolynome ausgenutzt wird. Es ergibt sich:

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l. \quad (2.4)$$

Eine weitere Vereinfachung der Formeln kann erreicht werden, wenn die kinetische Energie der Stoßpartner sehr klein ist. Abbildung 2.1 zeigt das Wechselwirkungspotenzial zwischen zwei Atomen für verschiedene Drehimpulse. Das Massezentrum des Systems liegt bei  $R = 0$  und die Potenzialbarrieren kommen durch einen zusätzlichen Drehimpulsterm  $V_l = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m}$  im Hamiltonoperator zustande. Der Grenzfall kleiner kinetischer Energie  $k \rightarrow 0$  kann klassisch gesehen anschaulich an der Zeichnung erklärt werden. Während die Teilchen auf der Potenzialkurve aufeinander zulaufen, wird deren kinetische Energie in potentielle umgewandelt. Hat das Teilchen nicht genug Energie, um eine Potenzialbarriere zu überwinden, so wird es schon am äußeren Rand des Potenzials abgelenkt, und der Einfluss des inneren Teils ist nicht vorhanden. Wird die Energie der Teilchen nun immer



**Abbildung 2.1:** Effektives Potenzial für verschiedene Drehimpulse

weiter gesenkt, so kann am Ende bei  $k \approx 0$  keine Barriere mehr überwunden werden, und es findet nur noch Streuung für den Fall  $l = 0$  statt (s-Wellenstreuung). In [SAK94] wird gezeigt, dass für  $k \approx 0$  die Streuphase  $\delta_l \propto k^{2l+1}$  ist. Der Proportionalitätsfaktor  $a$  für  $l = 0$  wird Streulänge genannt. Wird dies in Gleichung (2.4) eingesetzt, so ergibt sich

$$\sigma \propto \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) k^{2(2l+1)} = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) k^{4l}. \quad (2.5)$$

Da  $k \approx 0$  ist, verschwindet der Summand nur für  $l=0$  nicht und es ergibt sich

$$\sigma = 4\pi a^2. \quad (2.6)$$

Die Streuung ultrakalter Atome kann also allein durch die s-Wellenstrelänge beschrieben werden. Die Strelänge kann anschaulich direkt an der Wellenfunktion abgelesen werden. Sie entspricht dem Kreuzungspunkt der Asymptote an die freie Welle mit der x-Achse (vgl. Abb. 2.2). Für negative Strelängen wird die Wellenfunktion zum Ursprung hingezogen (attraktive Wechselwirkung), für positive Werte wird sie weggeschoben (repulsive Wechselwirkung). Für ein attraktives Potenzial kann die Strelänge beide Werte annehmen, und sowohl attraktive, wie auch repulsive Wechselwirkungen beschreiben.

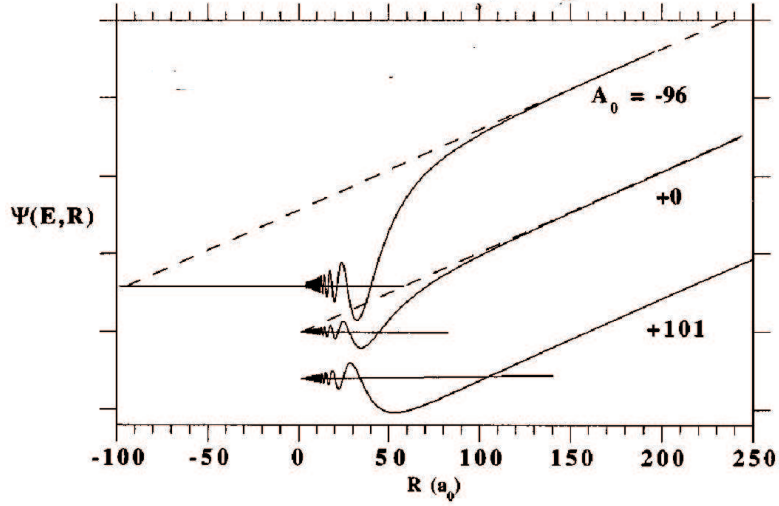


Abbildung 2.2: Streulängen  $A_0$  für drei verschiedene Wellenfunktionen (aus [WEI99])

Bisher wurde angenommen, dass die Atome über ein einziges Grundzustandspotenzial miteinander wechselwirken. Dieser energetisch erlaubte Streukanal wird offener Kanal genannt. Eine Besonderheit tritt jedoch auf, wenn die Streuenergie  $E_{kin}$  gleich der Energie eines Zustands eines angeregten Potenzials ist, das energetisch nicht zugänglich ist (geschlossener Kanal) und an das Grundzustandspotenzial gekoppelt ist. Dann koppelt die einlaufende Streuwelle an diesen gebundenen Zustand, wodurch eine sogenannte Feshbachresonanz [TIE93] entsteht (vgl. Abb. (2.3)). Durch diese neue Kopplung wird sich auch die Streulänge ändern und kann berechnet werden, indem dem Hamiltonoperator des Streuproblems ein Kopplungsoperator  $\hat{H}_{QP}$  [MOE95] hinzugefügt wird. Das Matrixelement der Kopplung zwischen der Streuwelle  $\Psi_0$  und der Eigenfunktion  $\Psi_{res}$  des gebundenen Zustands ist damit

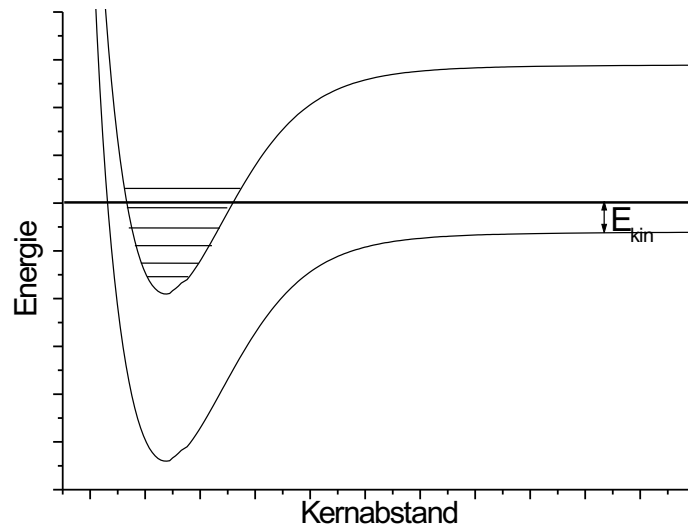
$$\langle \Psi_{res} | \hat{H}_{QP} | \Psi_0 \rangle. \quad (2.7)$$

Nach [PET02] lässt sich hieraus durch Störungstheorie in erster Ordnung eine korrigierte Streulänge

$$a_{Feshbach} = a + \frac{m\pi |\langle \Psi_{res} | \hat{H}_{QP} | \Psi_0 \rangle|^2}{h(E_{kin} - E_{res})} \quad (2.8)$$

für den Fall herleiten, dass die Stoßenergie  $E_{kin}$  etwa gleich der Zustandsenergie  $E_{res}$





**Abbildung 2.3:** Prinzip der Feshbachresonanz: Die Energie der Streuwelle liegt nahe der Energie eines gebundenen Zustands

eines geschlossenen Kanals ist. Kann durch experimentelle Parameter die Energiedifferenz  $E_{kin} - E_{res}$  kontrolliert werden, zum Beispiel durch Magnetfelder, so ist es möglich, die Streulänge zu variieren und sogar das Vorzeichen zu ändern [JOC02].

## 2.2 Streulänge und Bose-Einstein-Kondensation

Anders als in Kapitel 1.1 betrachtet, ist ein reales Bose-Einstein-Kondensat nicht wechselwirkungsfrei. Für das evaporative Kühlen ist dies auch unerlässlich, da sonst keine Thermalisierung stattfinden würde. Die grundlegenden Effekte der Wechselwirkung der Atome innerhalb eines BEC werden durch ein sogenanntes *mean field*-Potenzial beschrieben, das proportional zur Teilchendichte  $|\Psi|^2$  ist. Mit diesem zusätzlichen Potenzial ergibt sich die nichtlineare Gross-Pitaevskii-Gleichung [GRO63][PIT61]:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_B(r) + \frac{4\pi\hbar^2 a}{2m} |\Psi|^2 \right) \Psi, \quad (2.9)$$

die die Wellenfunktion des BEC beschreibt. Hierbei ist  $V_B(r)$  das Potenzial der Magnetfalle. Eine negative Streulänge  $a$  ergibt eine attraktive Wechselwirkung in (2.9), was eine Dichteerhöhung in der Atomwolke begünstigt. Dies führt im Allgemeinen zu einem ungewollten Kollaps der Atomwolke, wobei die Atome sich zu Molekülen verbinden würden. Deshalb können für Kondensate mit vielen Atomen nur Systeme mit positiver Streulänge benutzt werden.

Die Wechselwirkung ist allerdings nach Erreichen des BEC für viele Anwendungen, z.B. Atominterferometrie, hinderlich. Eine Möglichkeit, die Wechselwirkung erst repulsiv bis zum BEC zu halten und anschließend zu unterdrücken, bieten Feshbachresonanzen [WEB02].

Als Vorüberlegung zu einem BEC-Experiment ist es daher wichtig, die Größe und das Vorzeichen der Streulänge zu kennen und ggf. zu bestimmen. In unserem Experiment soll zunächst  $^{87}\text{Rb}$  kondensiert werden, was zuvor schon einigen anderen Forschungsgruppen gelungen ist, z.B. [AND95], [BAY96], [JUL97], [ESS98]. Die s-Wellenstreulänge für  $^{87}\text{Rb}$  beträgt  $a = 103 \pm 5 a_0$  [JUL97], weshalb Vorexperimente zur Bestimmung der Streulänge hier nicht notwendig sind.

Nach der Kondensation soll die Wechselwirkung von Rubidium- mit Cäsiumatomen untersucht werden. Aus Gleichung (2.9) werden für zwei verschiedene atomare Spezies zwei

gekoppelte Gross-Pitaevskii-Gleichungen, jeweils eine für Rubidium und Cäsium [MON99]:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \Psi_{Rb}}{\partial t} &= \left( -\frac{\hbar^2}{2m_{Rb}} \Delta + V_B^{Rb}(r) + \frac{4\pi\hbar^2 a_{Rb}}{2m_{Rb}} |\Psi_{Rb}|^2 + \frac{2\pi\hbar^2 a_{RbCs}}{2m_{red}} |\Psi_{Cs}|^2 \right) \Psi_{Rb} \\ i\hbar \frac{\partial \Psi_{Cs}}{\partial t} &= \left( -\frac{\hbar^2}{2m_{Cs}} \Delta + V_B^{Cs}(r) + \frac{4\pi\hbar^2 a_{Cs}}{2m_{Cs}} |\Psi_{Cs}|^2 + \frac{2\pi\hbar^2 a_{RbCs}}{2m_{red}} |\Psi_{Rb}|^2 \right) \Psi_{Cs}. \end{aligned}$$

Hier ist  $m_{red}$  die reduzierte Masse und  $a_{Cs}$  die Cäsiumstreuungslänge, die aufgrund von Feshbachresonanzen stark vom Magnetfeld der Falle abhängt. Ihr Wert liegt für 27 Gauß bei  $300 a_0$ . Die Streulänge  $a_{RbCs}$  zwischen Rubidium und Cäsium ist bisher nicht ausreichend bekannt und wird in der Literatur mit Werten zwischen  $-317 a_0$  und  $564 a_0$  angegeben [JAM03]. Die Unsicherheit basiert auf den nur ungenau bekannten RbCs-Wechselwirkungspotenzialen. Die Streulänge wird allerdings entscheidend das Verhalten des Zweispezies-BEC beeinflussen. Für die Bestimmung von  $a_{RbCs}$  sind zwei Arten von Experimenten geplant, die zuvor schon erfolgreich an anderen Atomspezies durchgeführt wurden. Zum einen ist dies die Messung der Thermalisierungsrate (vgl. Kap. 2.3), die von [FEL99] an einem Kalium-Rubidiumsystem durchgeführt wurde. Die andere Möglichkeit ist die Photoassoziation (vgl. Kap. 2.4), die von [THO87] zuerst für kalte Natriumatome vorgeschlagen wurde und seitdem für viele homonukleare, z. B. [MIL93], [ABR95], [TIE96], [FIO98], [ZIN00] und einige heteronukleare Systeme, z. B. [ABR96], [SHA99], durchgeführt wurde.

## 2.3 Rethermalisierung

Eine Möglichkeit, die Streulänge zu bestimmen, bietet die Messung der Rethermalisierungsrate in einer Zweispeziesmagnetfalle. Dazu werden zuerst Rb und Cs in einer gemeinsamen MOT gefangen und anschließend in eine Magnetfalle umgeladen. Durch kurzes Einstrahlen zweier zirkular polarisierter Laser werden beide Spezies in einen doppelt polarisierten Spinzustand gebracht, z. B.  $|F = 2, m_F = 2\rangle$  bei Rb und  $|F = 4, m_F = 4\rangle$  bei Cs. Dadurch wird erreicht, dass die beiden Atomspezies nur im Triplettgrundzustand  $^3\Sigma$  streuen und deshalb nur die Triplettstreulänge betrachtet werden muss, was die Auswertung vereinfacht. In die Magnetfalle wird nun eine Mikrowelle mit einer Frequenz von etwa 6,8 GHz eingestrahlt. Die Frequenz liegt einige MHz oberhalb der Grundzustandsaufspaltung von Rubidium, sodass die Rubidiumatome evaporativ gekühlt werden. Bei der Rethermalisierung der restlichen Rubidiumatome durch elastische Stöße in eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung stoßen sie dabei auch mit den Cäsiumatomen und kühlen diese ebenfalls. Dieser Vorgang wird sympathetisches Kühlen genannt. Durch Temperaturmessungen des Cs wird die Geschwindigkeit des sympathetischen Kühlens gemessen.

Durch die Temperatur in der Magnetfalle sind an diesem Prozeß s- und p-Wellenstreuung beteiligt, sodass nur die partiellen Wirkungsquerschnitte  $\sigma_s$  und  $\sigma_p$  betrachtet werden müssen. Für eine Zweispeziesatomfalle mit durchschnittlicher Teilchendichte  $n$  und einer Rubidiumtemperatur  $T$  ist die Thermalisierungszeit pro Einheitsdichte nach [FER02] gleich

$$\frac{1}{\tau n} = \frac{2m_{red}}{M\alpha_s k_B T} \left[ \langle \sigma_s v E \rangle + \frac{\alpha_s}{\alpha_p} \langle \sigma_p v E \rangle \right]. \quad (2.10)$$

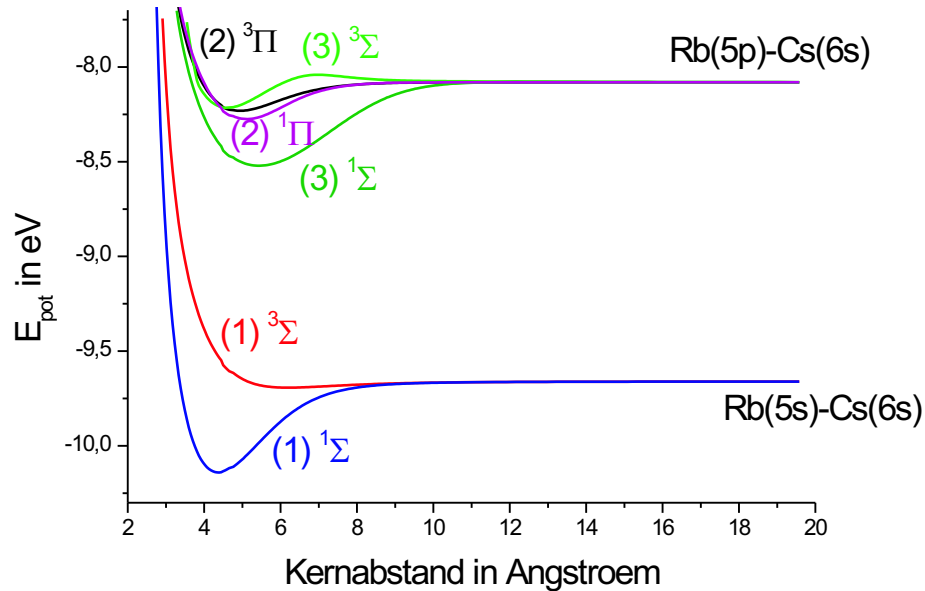
Hierbei ist  $E$  die relative Kollisionsenergie,  $M$  und  $m_{red}$  die totale und reduzierte Masse und  $\langle \cdot \rangle$  bezeichnet das Mittel über eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung. Die durchschnittliche Zahl der benötigten s-Wellen-, bzw. p-Wellenkollisionen für die Rethermalisierung  $\alpha_s \approx 2,7$  und  $\alpha_p \approx \frac{5}{3}\alpha_s$  ist in [WU96] durch eine Monte-Carlo-Simulation numerisch bestimmt worden. Aus der Messung können mit Gleichung (2.10) die partiellen Wirkungsquerschnitte berechnet werden und hieraus die jeweiligen Streulängen. Die Ungenauigkeit dieser Messung beruht hauptsächlich auf der schlechten Messbarkeit der absoluten Atomanzahl.

Rb	Cs	molekulare Zustände
5s	6s	(1) $^1\Sigma$ , (1) $^3\Sigma$
5s	6p	(2) $^1\Sigma$ , (2) $^3\Sigma$ , (1) $^1\Pi$ , (1) $^3\Pi$
5p	6s	(3) $^1\Sigma$ , (3) $^3\Sigma$ , (2) $^1\Pi$ , (2) $^3\Pi$
5s	5d	(4) $^1\Sigma$ , (4) $^3\Sigma$ , (3) $^1\Pi$ , (3) $^3\Pi$ , (1) $^1\Delta$ , (1) $^3\Delta$
5s	7s	(5) $^1\Sigma$ , (5) $^3\Sigma$

**Tabelle 2.1:** Entsprechende Molekülzustände für die untersten, asymptotischen, atomaren Zustände

## 2.4 Wechselwirkung von Rubidium mit Cäsium

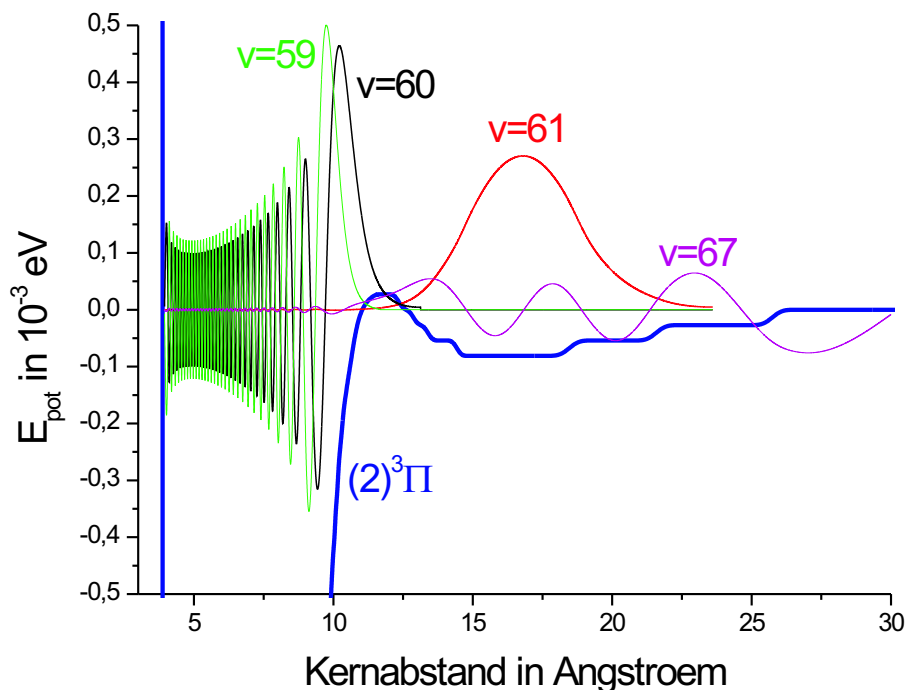
Für die theoretischen Vorbetrachtungen im nächsten Abschnitt, ist es notwendig, sowohl die Wechselwirkungspotenziale zwischen Rubidium und Cäsium zu kennen, als auch die Wellenfunktionen der einzelnen molekularen Vibrationszustände zu berechnen. Abbildung (2.4) zeigt die Potenziale, die asymptotisch in die Grundzustände der beiden Atome bzw. in einen angeregten Rubidium- und einen Cäsiumgrundzustand übergehen. Sie sind der Arbeit von [ALL00] entnommen und beschreiben nur die Kopplung der Feinzustände von Rubidium und Cäsium. Potenziale für die Kopplung der Hyperfeinzustände [FAH02] waren zwar verfügbar, aber aufgrund ihrer sehr hohen Ungenauigkeit für diese Rechnungen nicht verwertbar. An den abstoßenden Teil der Potenziale ist für internukleare Abstände  $R < 2 \text{ \AA}$  eine exponentiell abfallende Funktion angenähert worden, um die Berechnung der Wellenfunktionen zu ermöglichen. Für große Abstände ist die Form der Potenziale aufgrund der nichtresonanten Coulombwechselwirkung zwischen den beiden Atomen proportional zu  $R^{-6}$ . Die Notation der Potenziale erfolgt in der Form  $(i)^{2S+1}\Lambda$ , wobei  $S$  der Gesamtspin und  $\Lambda$  der Gesamtdrehimpuls des Moleküls ist. Die vorangestellte Zahl  $i$  bezeichnet die energetische Reihenfolge der Potenziale für feste  $S$  und  $\Lambda$  (vgl. Tab. 2.1). Die Tiefe des Minimums des Grundzustandspotenzials beträgt etwa  $0,48 \text{ eV} \cong 116 \text{ THz}$  und die des angeregten  $^3\Pi$  etwa  $0,15 \text{ eV} \cong 36,3 \text{ THz}$ . In den angeregten  $^1,^3\Pi$ -Potenzialen ist noch eine Besonderheit feststellbar. Hier gibt es ein weiter außen liegendes Nebenminimum (vgl. Abb. 2.5) von etwa  $20 \text{ GHz}$  Tiefe, das eine kleine Anzahl von gebundenen Zuständen



**Abbildung 2.4:** Molekulare Wechselwirkungspotenziale von Rubidium und Cäsium nach [ALL00]

enthält. Die Herkunft dieser Nebenminima lässt sich durch *avoided crossing*, der Mischung der Potenziale aufgrund von Auswahlregeln, erklären. Sie existieren auch im Potenzial des  $\text{Cs}_2$ -Moleküls [FIO98].

Da die Potenziale sich zunächst aus diskreten Datenpunkten zusammensetzen, muss hier vor der Berechnung der Wellenfunktionen ein kontinuierlicher Verlauf angepasst werden, der mit einer Spline-Interpolation der Datenpunkte ermittelt wird. Die einzelnen Wellenfunktionen der Vibrationsniveaus werden bestimmt, indem zwei nahe gelegene Energiewerte  $E_1$  und  $E_2$  gewählt und für die Energiewerte die radiale Schrödingergleichung numerisch mit einem Runge-Kutta-Verfahren aus [PRE93] mit den Potenzialen gelöst wird. Als Randbedingung wird angenommen, dass die Funktionen bei einem Kernabstand von  $R=0$  verschwinden. Für jeden der Energiewerte ergibt sich eine reelle Funktion, die entweder nach  $+\infty$  oder  $-\infty$  divergieren wird. Wenn die Funktionen in verschiedene Richtungen laufen, wird ein neues  $E_3$  zwischen  $E_1$  und  $E_2$  gewählt und die Schrödingergleichung mit

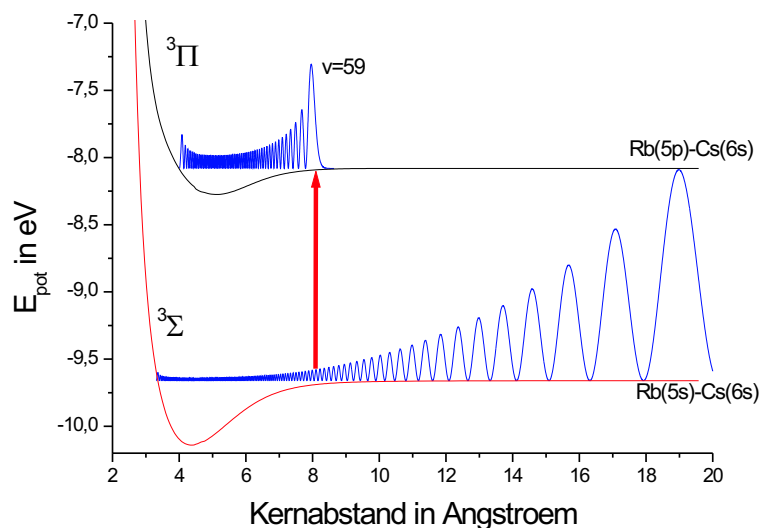


**Abbildung 2.5:** Ausgewählte Wellenfunktionen des  $^3\Pi$  RbCs Potentials. Die Energieskala gilt für das eingezeichnete Potenzial (blau). Die Stufen im Potenzial ergeben sich aus der ungenauen Datenlage.

den neuen Werten wiederholt gelöst. Über Intervallschachtelung lässt sich so die beste Approximation für den wirklichen Energieeigenwert und der dazu gehörenden Wellenfunktion ermitteln. Zur Kontrolle wird nach der Rechnung überprüft, ob die Wellenfunktion zum  $n$ 'ten Eigenwert auch  $n$  Knoten besitzt.

In Abbildung 2.5 sind einige Wellenfunktionen der höchsten Vibrationszustände des  $(2)^3\Pi$  Potentials aufgetragen. Die Niveaus mit Vibrationsquantenzahlen  $v$  von  $v = 67$  bis  $v = 61$  sind offensichtlich gebundene Zustände des äußeren Minimums, im Gegensatz zu den Niveaus mit  $v \leq 60$ , die ihre äußeren Umkehrpunkte im inneren Teil des Potentials haben.

## 2.5 Photoassoziation von Rubidium und Cäsium



**Abbildung 2.6:** Potentiale und Aufenthaltswahrscheinlichkeiten für die Photoassoziation vom  $^3\Sigma$  zum  $^3\Pi$  RbCs Potenzial

Eine genauere Methode zur Bestimmung der Streulänge ist die Photoassoziation. Abbildung 2.6 zeigt das Prinzip. Zwei Atome, hier sind es Rubidium und Cäsium, befinden sich in ihren Grundzuständen und streuen aneinander. Das Wechselwirkungspotenzial ist je nach Spinausrichtung das  $^3\Sigma$  (Triplet) oder das  $^1\Sigma$  (Singulett) RbCs-Molekülpotenzial. Die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Atome während der Streuung ist in der Abbildung im  $^3\Sigma$  Potenzial aufgetragen und entspricht für sehr große interatomare Abstände der freien Teilchen.

Befinden sich beide Atome in einem Lichtfeld, so kann einer der Stoßpartner ein Photon absorbieren, womit die Atome nun bezüglich eines angeregten Potentials streuen. Ist dieses angeregte Potenzial attraktiv und das Lichtfeld gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz rotverstimmt, so können die vorher freien Atome in einen gebundenen, angeregten molekularen Vibrationszustand angeregt werden. Von dort zerfallen sie in einen



molekularen Grundzustand oder in einen ungebundenen freien Zustand mit zusätzlicher kinetischer Energie. Befinden sich die Atome während der Streuung in einer MOT, so kann der Grundzustand durch den Kühllaser nicht mehr resonant angeregt werden, wodurch dieses Molekül in einer MOT nicht mehr gefangen ist. Auch die aufgeheizten freien Teilchen werden sich aus dem Einfangbereich entfernen.

In diesem Experiment soll das Rubidiumatom angeregt werden. Die Rate  $\gamma$  für den ersten, sogenannten Photoassoziationsübergang ergibt sich aus dem Überlapp der Streuwelle  $\Phi$  mit der Wellenfunktion des angeregten Zustands  $\Psi$ . Dieser Überlapp kann nach dem Franck-Condon-Prinzip in einen Teil, der die Kernbewegung beschreibt, und einen elektronischen Teil separiert werden:

$$\gamma \propto |\langle \Phi_e | d | \Psi_e \rangle|^2 |\langle \Phi_{vib} | \Psi_{vib} \rangle|^2. \quad (2.11)$$

Hierbei ist  $d$  das Dipolmoment des Übergangs, der Index  $vib$  bezeichnet den Vibrationsanteil der Wellenfunktion durch die Kernbewegung und  $e$  den elektronischen Anteil. Der letzte Teil von Gleichung (2.11) wird auch Franck-Condon-Faktor  $F_{FC} = |\langle \Phi_{vib} | \Psi_{vib} \rangle|^2$  genannt. Da die angeregte Welle an ihren klassischen Umkehrpunkten stark lokalisiert ist (vgl. Abb. 2.6), ist der Überlapp hier am größten. Der Übergang wird bevorzugt an diesen Punkten geschehen, wodurch die Ortskoordinate des Übergangs wohldefiniert ist. Sie wird als Condonpunkt  $R_C$  bezeichnet. Die beiden Potentiale  $V_\Sigma(R)$  und  $V_\Pi(R)$  haben im Bereich des Condonpunktes die Form

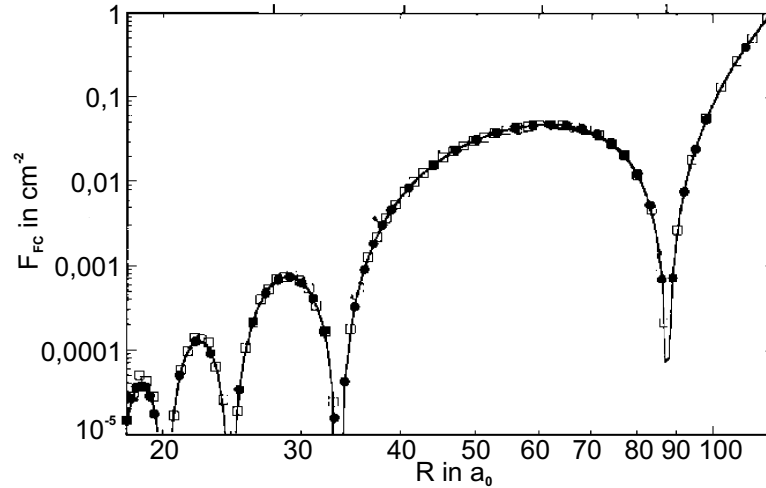
$$V(R) = - \sum_{n=6,8,10} \frac{C_n}{R^n}. \quad (2.12)$$

Da der Condonpunkt der äußere Umkehrpunkt der Eigenfunktion ist, also der Punkt, an dem  $V_\Pi$  gleich dem Energieeigenwert ist, so ist

$$R_C \approx \left( -\frac{C_6^\Pi}{E_{vib}} \right)^{\frac{1}{6}}. \quad (2.13)$$

Die Koeffizienten  $C_6$  ist [MAR99] entnommen. Für den letzten gebundenen Zustand des  $^3\Pi$  Potentials bei  $E_{vib}(v = 67) = 160$  MHz ergibt sich  $R_C = 43$  Å.

Da sich die Streuwelle für ultrakalte Atome im äußeren Bereich des Potentials nur langsam ändert, ergibt sich durch die starke Lokalisierung der gebundenen Zustände noch



**Abbildung 2.7:** Der Verlauf der Photoassoziationsrate zeigt die Nullstellen der Streuwelle an. Berechnet für Na-Na Photoassoziation bei  $2 \mu\text{K}$  (aus [JUL96])

eine weitere Eigenart der Photoassoziation. Die Größe des Franck-Condon-Faktors hängt in erster Näherung nur vom Wert der Grundzustandsfunktion am Condonpunkt ab. In Abbildung 2.7 sind die berechneten Franck-Condon-Faktoren für die Natrium-Natrium-Photoassoziation gegen die jeweiligen Condonpunkte aufgetragen. Es lässt sich eine periodische Variation erkennen, die der Grundzustandswelle entspricht [JUL96]. Folglich ist es möglich, aus der Messung der Übergangsstärken direkt auf die Nullstellen der Streuwelle und damit auf die Streulänge zu schließen. Dieses Verfahren soll benutzt werden, um die Streulänge der Rubidium-Cäsium-Streuung zu bestimmen. Um die zu erwartenden Signale für die Photoassoziation in einer Atomfalle abzuschätzen, werden die Franck-Condon-Faktoren des  $^3\Sigma \rightarrow ^3\Pi$  und des  $^1\Sigma \rightarrow ^1\Pi$  Übergangs im folgenden Abschnitt berechnet. Dabei wird die Energieverschiebung der Potentiale durch Magnet- und Lichtfelder vernachlässigt.

Die berechneten Wellenfunktionen  $\Psi(v, R)$  der gebundenen Zustände sind bezüglich der

Vibrationsquantenzahlen normiert, das heißt

$$\begin{aligned}\Psi_{norm}(v, R) &= \frac{\Psi(v, R)}{\sqrt{\int \Psi^*(v, R) \Psi(v, R) dR}} \\ \Rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} dR \Psi_{norm}^*(v, R) \Psi_{norm}(v', R) &= \delta_{v, v'}.\end{aligned}\quad (2.14)$$

In der Literatur zur Photoassoziation ist es allerdings üblich, die Wellenfunktionen auf eine Deltafunktion in der Energie zu normalisieren. Mit der Beziehung für Deltafunktionen aus [BRO00]

$$\delta(f(x)) = \frac{1}{f'(x_0)} \delta(x) \quad , \quad f(x_0) = 0$$

ergibt sich dann für die gebundenen Zustände  $\Psi(v, R)$ :

$$\Psi_{norm}(E, R) = \sqrt{\frac{\partial v}{\partial E}} \Psi_{norm}(v, R).\quad (2.15)$$

Die Streuwellenfunktion  $\Phi(k, R)$  soll für große Abstände die Form

$$\Phi(k, R \gg 10 \text{ \AA}) \stackrel{!}{=} \sqrt{\frac{\mu}{2\hbar^2 k}} \sin(kR)\quad (2.16)$$

einer freien Welle annehmen, weshalb die berechnete Wellenfunktion  $\Phi_{ber}(E, R)$  entsprechend normiert werden muss. Mit dem maximalen Wert der berechneten Wellenfunktion  $\Phi_{max}(k, R \gg 10 \text{ \AA})$  gilt dann

$$\Phi_{norm}(E, R) = \sqrt{\frac{\mu}{2\hbar^2 k}} \frac{\Phi_{ber}(k, R)}{\Phi_{max}(k)}.\quad (2.17)$$

Der Franck-Condon-Faktor für einen Photoassoziationsübergang am Condonpunkt  $R_C$  ist damit

$$F_{FC} = |\langle \Phi_{norm}(E, R) | \Psi_{norm}(E, R) \rangle|^2.\quad (2.18)$$

Die Wahrscheinlichkeit  $P$  für einen Photoassoziationsübergang am Condonpunkt  $R_C$  bei der Streuung zweier Atome hängt von  $F_{FC}$  ab und kann für kleine Franck-Condon-Faktoren linear entwickelt werden [JUL96]. Es gilt dann:

$$P = 4\pi^2 \hbar \Omega^2 F_{FC}.\quad (2.19)$$

Für die Rabifrequenz  $\Omega$ , die den elektronischen Anteil der Wellenfunktion beschreibt, gilt analog zur atomaren Rabifrequenz [JUL96]:

$$\Omega^2 = \frac{2 I}{\pi \hbar^2 c \epsilon_0} d^2(R_c). \quad (2.20)$$

Hierbei ist  $I$  die Intensität des Photoassoziationslasers und  $d(R_c)$  das Dipolmoment des elektronischen Übergangs, das aus erster Ordnung Störungstheorie aus den atomaren Dipolmomenten abgeleitet werden kann. Nach [CHU02] ist  $d(R_c)$  für einen  $1,3\Sigma \rightarrow 1,3\Pi$  Übergang unter der Annahme, dass das Cäsiumatom im Grundzustand verbleibt, gleich

$$d(R_C) = d_{Rb} \left( 1 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0 R_C^3} \alpha_{Cs}(\omega) \right). \quad (2.21)$$

Die dynamische Polarisierbarkeit  $\alpha_{Cs}(\omega)$ , die beschreibt, wie stark das Cäsiumatom zum Übergang beiträgt, ist nach [PET02] mit Störungstheorie für ein Atom in einem Lichtfeld:

$$\alpha_{Cs}(\omega) = \frac{\Delta |\langle J = 1/2 | e\hat{r} | J' = 3/2 \rangle|^2}{\hbar(\Delta^2 + (\Gamma/2)^2)} \simeq 2 \frac{\mu\text{Hz}}{V^2}. \quad (2.22)$$

Hierbei ist  $\Delta$  die Verstimmung des Photoassoziationslasers von der  $D_2$ -Linie von Cäsium und  $\Gamma$  die Linienbreite des angeregten  $6P_{3/2}$ -Cäsiumzustands. Das Dipolmoment  $d_{Rb}$  des atomaren Rubidiumübergangs lässt sich aus der Lebenszeit  $\tau$  des angeregten Rb- $D_2$  Zustands berechnen [STE02]:

$$d_{Rb} = \sqrt{\frac{1}{\tau} \frac{3\epsilon_0 \hbar c^3}{2\omega_0^3}} = 2,03 \cdot e a_0 \quad (2.23)$$

Für Condonpunktkoordinaten von  $R_C \approx 10 \text{ \AA}$  trägt das Cäsiumatom kaum zum molekularen  $1,3\Sigma \rightarrow 1,3\Pi$  Übergang bei. Gleichung (2.21) kann damit zu  $d(R_c) = d_{Rb}$  vereinfacht werden.

Der einzige experimentell kontrollierbare Parameter, mit dem die Wahrscheinlichkeit  $P$  beeinflusst werden kann, ist aufgrund der Rabifrequenz die Intensität des Photoassoziationslasers. Um die Wahrscheinlichkeit zu maximieren, soll mit einem Titan-Saphirlaser eine Intensität auf der optischen Achse von  $I \approx 12 \frac{\text{kW}}{\text{cm}^2}$  erzeugt werden, indem eine Leistung von  $P = 500 \text{ mW}$  auf eine Strahltaile von  $w_0 = 50 \mu\text{m}$  fokussiert wird.

Werden nun alle Werte in Gleichung (2.19) eingesetzt, so sind die Wahrscheinlichkeiten  $P$  für die äußeren Condonpunkte größer als 1. Dieses Ergebnis ergibt sich daraus, dass

Gleichung (2.19) für kleine Franck-Condon-Faktoren entwickelt wurde und deshalb mit diesen Laserparametern ungültig ist. Um trotzdem ein Signal für diese Punkte abschätzen zu können, wurde hierfür die Leistung des Lasers als  $P = 10$  mW fokussiert auf  $w_0 = 50$   $\mu\text{m}$  angenommen.

Die gesamte Photoassoziationsrate  $R_{ges}$  ergibt sich dann aus dem Produkt der Wahrscheinlichkeit  $P$  für einen einzelnen Photoassoziationsübergang und der Stoßrate, mit der die Atome in der Falle stoßen. Sie berechnet sich aus dem Wirkungsquerschnitt  $\sigma = 4\pi a^2$  der Rb-Cs-Streuung, der Teilchendichte  $\rho$  und der Stoßgeschwindigkeit. Die Stoßgeschwindigkeit  $v_0$  ist

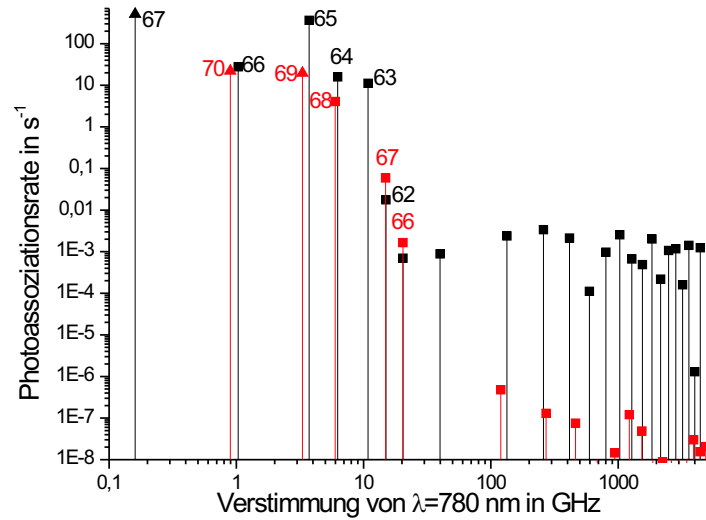
$$v_0 = \sqrt{\frac{3k_B T}{m_{red}}} = 14 \frac{\text{cm}}{\text{s}}, \quad (2.24)$$

wobei  $m_{red} = 8,6 \cdot 10^{-26}$  kg = 51,7 AMU die reduzierte Masse und  $T = 50$   $\mu\text{K}$  ist. Die gesamte Photoassoziationsrate ist dann

$$R_{ges} = \sigma \rho v_0 \cdot P, \quad (2.25)$$

das heißt, dass in der Zeit  $t$  insgesamt  $N_0(1 - e^{-R_{ges} t})$  der  $N_0$  Teilchen in der Falle photoassoziiert sind. Die Rate hängt also quadratisch von der nur ungenau bekannten Streulänge ab. Für die Berechnung von  $R_{ges}$  wird eine Streulänge von  $a = 22$  nm benutzt, die im Bereich der in [JAM03] angegebenen Streulängen liegt. In Abbildung 2.5 ist die Streurrate für  $R_{ges} > 10^{-8}$  s<sup>-1</sup> aufgetragen. Wie erwartet sind die Raten, die zu Übergängen in Vibrationsniveaus gehören, die in den Nebenminima der <sup>3</sup>Π-Potenziale ihre äußeren Umkehrpunkte haben, wesentlich größer, als die Raten für Niveaus innerhalb der Hauptminima. Dies ist auch schon für die Photosassoziation von CsCs beobachtet worden, wo es ein ähnliches Nebenminimum gibt [FIO98].

Um die Photoassoziationsrate in einem Experiment zu detektieren gibt es prinzipiell zwei Möglichkeiten. Die Methode, die in diesem Experiment benutzt werden soll, ist die Fluoreszenz der MOT zu beobachten. Da die photoassoziierten Moleküle nicht mehr gefangen werden, und somit auch keine Photonen mehr emittieren, kann die Rate hier als Verlust in der emittierten Leistung der MOT detektiert werden [GAR95]. Für die Photoassoziation von Rubidium und Cäsium ist diese Methode besonders interessant. Durch den Photoas-



**Abbildung 2.8:** Theoretische Photoassoziationsrate für die Übergänge  $^3\Sigma \rightarrow ^3\Pi$  (schwarz) und  $^1\Sigma \rightarrow ^1\Pi$  (rot). Die eingestrahlte Leistung beträgt 500 mW (Quadrate) bzw. 10 mW (Dreiecke) fokussiert auf  $50 \mu\text{m}$

soziationslaser bei  $\lambda = 780 \text{ nm}$  wird auch RbRb-Photoassoziation betrieben, und es ist sehr schwer, die Signale bei dieser Wellenlänge von denen der RbCs-Photoassoziation zu trennen. Da die Fluoreszenzwellenlänge der Cäsiumatome bei  $\lambda = 852 \text{ nm}$  liegt, kann hier, unabhängig vom Verlust der Rubidiumatome, der Verlust der Cäsiumatome detektiert werden und somit nur die RbCs-Photoassoziationsrate betrachtet werden. Ein Nachteil dieser Methode ist, dass eine größere Anzahl von Molekülen erzeugt werden muss, um ein gutes Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu erreichen. Aufgrund von Schwankungen im gesamten Lasersystem ist die detektierbare Rate auf  $R_{ges} \approx 0,1 \text{ s}^{-1}$  beschränkt [SCH02]. Für die Berechnung der Photoassoziationsrate mit einer Streulänge von  $a = 22 \text{ nm}$  bedeutet das, dass die Übergänge in die letzten acht gebundenen Zustände bei der gegebenen Laserintensität auch noch bei einer möglichen Streulänge von  $a \approx 2 \text{ nm}$  detektierbar wären.

Um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis noch zu verbessern, kann ein zusätzlicher Ionisationslaser eingestrahlt werden, der die entstandenen Moleküle aus ihrem angeregten Zustand

in einen Kontinuumszustand ionisiert [TIE96]. Das hierbei erzeugte Elektron kann mit einer Multikanalplatte (MCP) mit fast 100% Wahrscheinlichkeit detektiert werden. Der Nachteil bei dieser zweiten Methode ist, dass ein zusätzlicher Franck-Condon-Überlapp zwischen der angeregten Molekülwellenfunktion und der Kontinuumswellenfunktion des ionisierten Teilchens das Spektrum der Messergebnisse beeinflusst.

# Zusammenfassung und Ausblick

Während meiner Diplomarbeit habe ich an der Verbesserung und dem Ausbau der Apparatur zur Erzeugung des Bose-Einstein-Kondensats aus Rubidiumatomen mitgearbeitet und im Rahmen dieser Arbeit die Atomfallen charakterisiert.

Thermische Rubidiumatome mit einer Phasenraumdichte von  $7 \cdot 10^{-19}$  werden in einer Vakuumkammer mit einer Magneto-Optischen-Falle auf eine Phasenraumdichte von  $5 \cdot 10^{-7}$  komprimiert. Danach werden die Atome mit einem Laser in eine untere Vakuumkammer beschleunigt, wo sie mit einer weiteren Magneto-Optischen-Falle wieder eingefangen werden. Aufgrund der Messung am Atomstrahl mit einem Photomultiplier ist davon auszugehen, dass mehr als 99% der nach unten beschleunigten Atome von der Atomfalle eingefangen werden. Die Parameter der unteren MOT und der Magnetfalle sind mit Hilfe der Absorptionsabbildung bestimmt worden, mit der auch das Bose-Einstein-Kondensat detektiert werden soll. In den unteren Fallen beträgt die Phasenraumdichte  $10^{-8}$  für die MOT, bzw.  $10^{-9}$  in der Magnetfalle.

Im zweiten Teil der Arbeit sind Rechnungen zur Wechselwirkung von Rubidium- mit Cäsiumatomen präsentiert worden. Hierbei wurde festgestellt, dass der entscheidende Parameter, die s-Wellenstreulänge  $a_{RbCs}$ , nicht genau genug bekannt ist. Grund hierfür sind die nur ungenau bekannten molekularen RbCs-Potenziale. Daher sind zwei Methoden vorgestellt worden, mit denen die Streulänge gemessen werden kann. Für eine dieser Methoden, die Photoassoziation, sind mittels der in der Literatur verfügbaren molekularen Potenziale Vorhersagen für die zu erwartenden Photoassoziationsraten berechnet worden. Hierfür wurden die Wellenfunktionen und Eigenenergien der gebundenen Zustände und die Wellenfunktion der atomaren Streuwelle mit numerischen Berechnungen bestimmt. Aufgrund



der nur ungenau bekannten Potenziale und Streulänge kann über die absolute Frequenz und Größe der berechneten Signale keine Aussage getroffen werden. Für Streulängen mit einem Betrag oberhalb von 2 nm können die Photoassoziationsraten von RbCs mit Standardtechniken detektiert werden.

Die nächsten Schritte in naher Zukunft werden die Erhöhung der Atomanzahlen in den unteren Fallen und die Verbesserung des Umladens der Atome in die Magnetfalle zum Ziel haben. Entscheidend hierfür ist die Optimierung der Fallenparameter. Das Kühllasersystem ist hierfür schon erneuert, und auch die Spulen, die die Magnetfelder in der unteren Kammer erzeugen, sind verbessert. Außerdem sind für die Überwachung der experimentellen Parameter wie der Laserleistung in den verschiedenen Strahlen, sowie der Magnetfeldstärke und -richtung Sensoren installiert.

Sobald eine akzeptable Phasenraumdicke von etwa  $10^{-6}$  erreicht ist, soll mit dem evaporativen Kühlen begonnen werden. Die hierfür benötigte Steuerungselektronik und Radiofrequenztechnik ist schon in den experimentellen Aufbau integriert und getestet.

Nach der erfolgreichen Erzeugung eines Rubidium-BECs muss eine Magneto-Optische Falle für Cäsium in der unteren Vakuumzelle eingerichtet werden. Die gesamte relevante Optik im Experiment ist schon für die Wellenlängen von Rubidium  $\lambda = 780$  nm und Cäsium  $\lambda = 852$  nm ausgelegt. Auch das Lasersystem mit Stabilisierung für  $\lambda = 852$  nm ist bereits aufgebaut.

# Literaturverzeichnis

- [ABR95] E. R. I. ABRAHAM, W. I. McALEXANDER, C. SACKETT UND R. G. HULET, *Spectroscopic Determination of the s-Wave Scattering Length of Lithium*, Phys. Rev. Lett. **74**, p. 1315 (1995)
- [ABR96] E. R. I. ABRAHAM, W. I. McALEXANDER, J. M. GERTON, R. G. HULET, R. CÔTÉ UND A. DALGARNO, *Singlet s-wave scattering lengths of  ${}^6\text{Li}$  and  ${}^7\text{Li}$* , Phys. Rev. A **53**, p. R3713 (1996)
- [ALL00] A. R. ALLOUCHE, M. KOREK, K. FAKHERDDIN, A. CHAALAN, M. DAGHER, F. TAHER UND M. AUBERT-FRECON, *Theoretical electronic structure of RbCs revisited*, J. Phys. B **33**, p. 2307 (2000)
- [AND95] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN UND E. A. CORNELL, *Observations of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor*, Science **269**, p. 198 (1995)
- [BAY96] G. BAYM UND C. PETHICK, *Ground-State Properties of Magnetically Trapped Bose-Condensed Rubidium Gas*, Phys. Rev. Lett. **76**, p. 6 (1996)
- [BRA95] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, J. J. TOLLETT UND R. G. HULET, *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*, Phys. Rev. Lett **75**, p. 1687 (1995)
- [BRO00] I. N. BRONSTEIN, K. A. SEMENDJAJEW, G. MUSIOL UND H. MÜHLIG, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harry Deutsch AG (2000)
- [BUR] Burr Brown, *PHOTODIODE MONITORING WITH OP AMPS APPLICATION BULLETIN*
- [CHU02] X. CHU UND A. DALGARNO, *Molecular transition moments at large internuclear distances*, Phys. Rev. A **66**, p. 024701 (2002)

- [DAL89] J. DALIBARD UND C. COHEN-TANNOUJDI, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*, JOSA B **6**, p. 2023 (1989)
- [DAV95] K. B. DAVIS, M. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN UND W. KETTERLE, *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **75**, p. 3969 (1995)
- [ESS98] T. ESSLINGER, I. BLOCH UND T. W. HÄNSCH, *Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap*, Phys. Rev. A **58**, p. R2664 (1998)
- [FAH02] H. FAHS, A. ALLOUCHE, M. KOREK UND M. AUBERT-FRECON, *Theoretical spin-orbit structure of the RbCs molecule*, J. Phys. B **35**, p. 1501 (2002)
- [FEL99] C. FELLOWS, R. F. GUTTERRES, A. P. C. CAMPOS, J. VERGÈS UND C. AMIOT, *RbCs  $X^1\Sigma^+$  Ground Electronic State: New Spectroscopic Study*, Mol. Spect. **197**, p. 19 (1999)
- [FER02] G. FERRARI, M. INGUSCIO, W. JASTRZEBSKI, G. MODUGNO, G. ROATI UND A. SIMONI, *Collisional Properties of Ultracold K-Rb Mixtures*, Phys. Rev. Lett. **89** (2002)
- [FIO98] A. FIORETTI, D. COMPARAT, A. CRUBELLIER, O. DULIEU, F. MASNOU-SEEUWS UND P. PILLET, *Formation of Cold Cs<sub>2</sub> Molecules through Photoassociation*, Phys. Rev. Lett. **80**, p. 4402 (1998)
- [GAR95] J. R. GARDNER, R. CLINE, J. D. MILLER, D. J. HEINZEN, H. M. J. M. BOESTEN UND B. J. VERHAAR, *Collisions of Doubly Spin-Polarized, Ultracold <sup>85</sup>Rb Atoms*, Phys. Rev. Lett. **74**, p. 19 (1995)
- [GIB92] K. E. GIBBLE, S. KASAPI UND S. CHU, *Improved magneto-optic trapping in a vapor cell*, Opt. Lett. **17**, p. 526 (1992)
- [GRE02] M. GREINER, O. MANDEL, T. ESSLINGER, T. W. HÄNSCH UND I. BLOCH, *Quantum phase transition from a superfluid to a Mott insulator in a gas of ultracold atoms*, Nature **415**, p. 39 (2002)
- [GRO63] E. P. GROSS, *Hydrodynamics of a superfluid condensate*, J. Math. Phys. **4**, p. 195 (1963)
- [HAD02] Z. HADZIBABIC, C. STAN, K. DIEKMANN, S. GUPTA, M. W. ZWIERLEIN, A. GÖRLITZ UND W. KETTERLE, *Two-species mixture of quantum degenerate Bose and Fermi gases*, Phys. Rev. Lett. **88** (2002)

- [JAM03] M. J. JAMIESON, H. S.-A. H. OUERDANE, G. JEUNG, Y. LEE UND W. LEE, *Elastic scattering of cold caesium and rubidium atoms*, J. Phys. B **36** (2003)
- [JOC02] S. JOCHIM, M. BARTENSTEIN, G. HENDL, J. H. DENSCHLAG, R. GRIMM, A. MOSK UND M. WEIDEMÜLLER, *Magnetic Field Control of Elastic Scattering in a Cold Gas of Fermionic Lithium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **89**, p. 273202 (2002)
- [JUL96] P. JULIENNE, *Cold Binary Atomic Collisions in a Light Field*, J. Res. Natl. Stand. Technol. **101**, p. 487 (1996)
- [JUL97] P. S. JULIENNE, F. H. MIES, E. TIESINGA UND C. J. WILLIAMS, *Collisional Stability of Double Bose Condensates*, Phys. Rev. Lett. **78**, p. 1880 (1997)
- [KET99] W. KETTERLE, D. DURFEE UND D. STAMPER-KURN, *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates*, arXiv:cond-mat/9904034 v2 (5 Apr 1999)
- [MAR99] M. MARINESCU UND H. R. SADEGHPOUR, *Long-range potentials for two-species alkali-metal atoms*, Phys. Rev. A **59**, p. 390 (1999)
- [MET99] H. METCALF UND P. VAN DER STRATEN, *Laser Cooling and Trapping*, Springer-Verlag New York (1999)
- [MIL93] J. D. MILLER, R. A. CLINE UND D. J. HEINZEN, *Photoassociation Spectrums of Ultracold Rb Atoms*, Phys. Rev. Lett. **71**, p. 2204 (1993)
- [MOD01] G. MODUGNO, G. FERRARI, G. ROATI, R. J. BRECHA, A. SIMONI UND M. INGUSCIO, *Bose-Einstein condensation of potassium atoms by sympathetic cooling*, Science **2945**, p. 1320 (2001)
- [MOE95] A. J. MOERDIJK, B. J. VERHAAR UND A. AXELSSON, *Resonances in ultracold collisions of  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Li}$  and  ${}^{23}\text{Na}$* , Phys. Rev. A **51**, p. 4852 (1995)
- [MON99] A. MONTINA, *Excitation frequencies and stability regions for two-species BEC in a triaxial trap*, Phys. Lett. A **261**, p. 337 (1999)
- [PAT96] R. K. PATHRIA, *Statistical Mechanics*, Butterworth-Heinemann, 2nd edition (1996)
- [PET95] W. PETRICH, M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER UND E. A. CORNELL, *Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms*, Phys. Rev. Lett. **74**, p. 3352 (1995)

- [PET02] C. J. PETHICK UND H. SMITH, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases*, Cambridge University Press (2002)
- [PIT61] L. P. PITAEVSKII, *Vortex lines in an imperfect Bose gas*, Sov. Phys. JETP **13**, p. 451 (1961)
- [PRE93] W. H. PRESS, B. P. FLANNERY, S. A. TEUKOLSKY UND W. T. VETTERLING, *Numerical Recipes in C : The Art of Scientific Computing*, Cambridge University Press (1993)
- [ROA02] G. ROATI, F. RIBOLI, G. MODUGNO UND M. INGUSCIO, *Fermi-Bose quantum degenerate K-40-Rb-87 mixture with attractive interaction*, Phys. Rev. Lett. **89** (2002)
- [SAK94] J. J. SAKURAI, *Modern Quantum Mechanics*, Addison Wesley (1994)
- [SCH02] U. SCHLÖDER, private Mitteilung (2002)
- [SHA99] J. SHAFFER, W. CHALUPCZAK UND N. P. BIGELOW, *Photoassociative Ionisation of Heteronuclear Molecules in a Novel Two-Species Magneto-optical Trap*, Phys. Rev. Lett. **82**, p. 1124 (1999)
- [STE02] D. A. STECK, *Rubidium 87 D Line Data* (2002)
- [THO87] H. R. THORSHEIM, J. WEINER UND P. S. JULIENNE, *Laser-Induced Photoassociation of Ultracold Sodium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **58**, p. 2420 (1987)
- [TIE93] E. TIESINGA, B. J. VERHAAR UND H. T. C. STOOF, *Threshold and resonance phenomena in ultracold ground-state collisions*, Phys. Rev. A **47**, p. 4114 (1993)
- [TIE96] E. TIESINGA, C. J. WILLIAMS, P. S. JULIENNE, K. M. JONES, P. D. LETT UND W. D. PHILLIPS, *A Spectroscopic Determination of Scattering Lengths for Sodium Atom Collisions*, J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol. **101**, p. 505 (1996)
- [WEB02] T. WEBER, J. HERBIG, M. MARK, H.-C. NÄGERL UND R. GRIMM, *Bose-Einstein Condensation of Cesium*, [www.scienceexpress.org](http://www.scienceexpress.org) p. 10.1126/science.1079699 (Published online 5 December 2002)
- [WEI99] J. WEINER, V. S. BAGNATO, S. ZILIO UND P. S. JULIENNE, *Experiments and theory in cold and ultracold collisions*, Rev. Mod. Phys. **71** (1999)
- [WOH01] W. WOHLLEBEN, F. CHEVY, K. MADISON UND J. DALIBARD, *An atom faucet*, Eur. Phys. J. D **15**, p. 237 (2001)

- 
- [WU96] H. WU UND C. J. FOOT, *Direct simulation of evaporative cooling*, J. Phys. B **29**, p. L321 (1996)
- [ZIN00] G. ZINNER, T. BINNEWIES, F. RIEHLE UND E. TIEMANN, *Photoassociation of Cold Ca Atoms*, Phys. Rev. Lett. **85**, p. 2292 (2000)



# Danksagung

An dieser Stelle will ich meinen Dank an alle aussprechen, die mir bei meiner Diplomarbeit und in meinem Studium geholfen haben.

Prof. Meschede möchte ich dafür danken, dass er mir Gelegenheit geboten hat, an diesem interessanten Experiment auch schon vor meiner Diplomarbeit zu arbeiten. Prof. Metsch will ich nicht nur für die Übernahme des Korreferats danken, sondern auch für die wertvollen Hinweise, die mir bei der Berechnung der RbCs-Wellenfunktionen geholfen haben. Mein besonderer Dank gilt natürlich den Mitschraubern und Mitdenkern am BEC-Experiment. Daniel Frese hat mir bei meiner Arbeit mit seinen Programmierkünsten sehr geholfen und auch sein experimentelles Geschick war sehr hilfreich. Leider konnte ich ihn nicht vom übermäßigen Gebrauch von Klebstoff abbringen. Moritz Ringler und Michael Haas möchte ich für viele nette Experimentierstunden danken, die wir gemeinsam erlitten haben. Arno Rauschenbeutel hat mir oft durch Diskussionen geholfen, die Probleme, die im Rahmen meiner Arbeit auftauchten, zu lösen.

Mein Dank geht auch an die Mitglieder der restlichen Arbeitsgruppe, die mir immer wieder mit wertvollen Tipps weitergeholfen haben und auch Zeit für Gespräche über Themen außerhalb der Physik fanden. Den Mitarbeitern der mechanischen und elektronischen Werkstätten möchte ich für ihren Einsatz bei der Erschaffung und Reparatur der experimentellen Bauteile danken.

Nicht zuletzt geht der Dank an meine Eltern, die mich während des Studiums finanziell und moralisch unterstützt haben. Meiner Freundin Coco möchte ich dafür danken, dass sie vor allem während der stressigen Phasen dieser Diplomarbeit zu mir gehalten und mich ertragen hat. Auch meinem restlichen Freundeskreis möchte ich herzlich danken, vor allem jenen, die ich mit der Korrekturlesung meiner Entwürfe gequält habe.





Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt, sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Referent: Prof. Dr. Dieter Meschede

Korreferent: Prof. Dr. Bernard Metsch