

Vergleich der Holografie und der direkten Abbildung mit dem räumlichen Lichtmodulator

BACHELORARBEIT IN PHYSIK

von

Tangi Legrand

angefertigt im

Institut für Angewandte Physik

vorgelegt der

Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Rheinischen Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn

September 2019

1. Gutachter

Prof. Dr. Dieter Meschede

2. Gutachter

Dr. Andrea Alberti

Ich versichere, dass ich diese Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt sowie die Zitate kenntlich gemacht habe.

Bonn, den 30.09.2019

TANGI LEGRAND

Abstract

Diese Bachelorarbeit beschäftigt sich mit dem LCoS räumlichen Lichtmodulator (SLM). Dabei soll die durch Phasenmodulation erfolgende Holografie und der auf Amplitudenmodulation beruhende Aufbau der direkten Abbildung verglichen werden. Insbesondere liegt das Augenmerk auf der Verwendung des SLM zur Erstellung von Intensitätsmustern im zweidimensionalen optischen Gitter des *2D discrete quantum simulator* (DQSIM). Es wurden dafür Muster mit beiden Modulationsmodi aufgenommen und analysiert. Die direkte Abbildung liefert im Vergleich zur Holografie Muster mit besserer Ebenheit, Auflösung und Hintergrund-Dunkelheit bei vergleichbarem Kontrast und Signal-Rausch-Verhältnis. Die Holografie kann jedoch je nach Muster eine höhere Lichtausbeute bieten.

Leere Seite.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theoretischer Rahmen: Vom Beugungsintegral zur Fourieroptik	3
2.1	Das Beugungsintegral	3
2.2	Fresnel-Beugung	4
2.3	Fraunhofer-Beugung	5
2.4	Fourier-Transformationseigenschaft einer Linse	5
2.5	Beugungsscheibchen und Beugungsgrenze	6
2.6	Abbe'sche Bildentstehungstheorie	7
2.7	Punktspreizfunktion und Aberrationen	8
3	Experimenteller Aufbau	9
3.1	Räumlicher Lichtmodulator (SLM)	9
3.1.1	Funktionsweise des LCoS-SLM	9
3.1.2	Modulationsmodi: Phasen- und Amplitudenmodulation	10
3.2	Versuchsaufbau: Holografie und direkte Abbildung	11
3.3	Die Wahl der experimentellen Parameter	13
3.4	Fertigungsbeschränkungen des SLM und Kompensationen	14
3.4.1	Pixel- und Crosstalk-Effekt des SLM	14
3.4.2	Planheitsabweichung, sowie nichtlineare und inhomogene Phasenreaktion	15
3.5	Kamera: Funktionsweise und Störeffekte	15
4	Simulation, Messungen und Ergebnisse	17
4.1	Berechnung der Hologramme	17
4.2	Simulationen	18
4.2.1	Holografie	18
4.2.2	Direkte Abbildung	20
4.3	Vorbereitung der Aufnahmen	21
4.4	Auswertung der Intensitätsmuster	23
4.5	Vergleich der Holografie und der direkten Abbildung	29
5	Zusammenfassung und Ausblick	31
	Anhang	33
A.1	Berechnete Hologramme und Simulationen	33
A.2	Aufnahmen in der Holografie	34
A.3	Aufnahmen im Aufbau durch direkte Abbildung	38
A.4	Auswertung	42
	Literaturverzeichnis	45
	Danksagung	49

Leere Seite.

Einleitung

Bei der Erforschung von Mehr-Teilchen-Quantensystemen stoßen selbst Supercomputer aufgrund der exponentiellen Skalierung des Hilbertraums mit der Anzahl der Teilchen schnell an ihre Grenzen [1][2]. Da sich ein solches System oft nicht unter Laborbedingungen untersuchen lässt, werden aus kontrollierbaren Quantensystemen sogenannte Quantensimulatoren gebaut, die das System nachahmen [1].

Das DQSIM-Experiment (engl. *twodimensional quantum simulator*) unserer Arbeitsgruppe verwendet für die Realisierung den diskreten „Quantum Walk“, das quantenmechanische Analogon zum diskreten Random Walk. Ultrakalte Cäsiumatome, die sogenannten Walker, sind in einem durch drei interferierende Laserstrahlen erzeugten zweidimensionalen Lichtgitter gefangen. Zwei langlebige Hyperfeinzustände¹ der Atome bilden ein Pseudo-Spinsystem mit den Zuständen $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$. Der Polarisationswinkel zweier Laserstrahlen lässt sich drehen und ermöglicht es, die Teilchen-Wellenpakete spinabhängig um eine beliebige Anzahl von Gitterpunkten entlang einer der beiden Diagonalrichtungen zu verschieben. Die „Münzwurf“-Operation, eine unitäre Rotation des Spin-Zustandes, bringt den Walker in eine Superposition von $|\uparrow\rangle$ und $|\downarrow\rangle$. Der Münzwurf wird global durch Mikrowellenpulse implementiert, die mit der hyperfeinen Energieaufspaltung zwischen den beiden Spin-Zuständen resonant sind. Eine lokale Kontrolle der Münzwurf-Operation erlauben räumlich intensitätsmodulierte Raman-Laserpulse, da der Rotationswinkel an einem bestimmten Gitterpunkt linear von der dortigen Intensität abhängt. Die nötigen Intensitätsmuster können durch einen räumlichen Lichtmodulator erzeugt werden. Sowohl die Detektion der Atome durch Fluoreszenzbildgebung als auch die Projektion des strukturierten Intensitätsmusters zur lokalen optischen Kontrolle des Münzwurf-Operators in Gitterplatz-Auflösung erfolgt durch ein Objektiv hoher numerischer Apertur, welches sich 150 μm über dem zweidimensionalen Gitter befindet [3][4][5].

Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem räumlichen Lichtmodulator (SLM), mit dem die Intensitätsmuster anhand von zwei unterschiedlichen Modulationsanordnungen erstellt werden können: der Holografie durch reine Phasenmodulation und der direkten Abbildung durch polarisationsbasierte Amplitudenmodulation. Ziel ist es, die Vor- und Nachteile der Anordnungen im Hinblick auf die Verwendung eines SLM im DQSIM-Experiment zu erarbeiten. Dafür werden zunächst die entsprechenden physikalischen Zusammenhänge und die Funktionsweise des verwendeten LCoS SLM präsentiert. Anschließend werden die für die Beantwortung dieser Frage nötigen experimentellen Anordnungen diskutiert. Es werden Aufnahmen zweier Testmuster gemacht, deren Ebenheit, Kontrast, Signal-Rausch-Verhältnis, Hintergrund-Dunkelheit und Übereinstimmung mit dem Zielmuster bestimmt werden, sodass die Anordnungen hinsichtlich ihrer Eignung diskutiert werden können.

¹ Die Hyperfeinzustände $|\uparrow\rangle = |F = 4, m_F = 4\rangle$ und $|\downarrow\rangle = |F = 3, m_F = 3\rangle$.

Leere Seite.

Theoretischer Rahmen: Vom Beugungsintegral zur Fourieroptik

In diesem Kapitel sollen die für das Verständnis des Experiments wesentlichen physikalischen Zusammenhänge vorgestellt werden. Ausgehend von den grundsätzlichen Gleichungen der Optik wird das Beugungsintegral sowie dessen Fresnel- und Fraunhofer-Näherung beschrieben. Darauf aufbauend wird die Fourier-Transformationseigenschaft von Linsen hergeleitet und die Beugungsgrenze, die Abbe'sche Bildentstehungstheorie und die Punktspizfunktion vorgestellt. Die Ableitungen in den Abschnitten 2.1 bis 2.3 sind durch [6] und [7] unterlegt.

2.1 Das Beugungsintegral

Die Maxwell-Gleichungen können für lineare, isotropische, homogene und nicht-dispersive Dielektrika für alle Komponenten des elektrischen und magnetischen Feldes zusammenfassend als eine skalare Wellengleichung geschrieben werden. Diese lässt sich für monochromatische Wellen mit harmonischer Zeitentwicklung durch Separation der Variablen durch die skalare Helmholtz-Gleichung

$$\left(\nabla^2 + k^2\right)U = 0 \quad (2.1)$$

ausdrücken, wobei $U(\mathbf{r}) = A(\mathbf{r})e^{i\phi(\mathbf{r})}$ das komplexe skalare Feld der Amplitude $A(\mathbf{r})$ und Phase $\phi(\mathbf{r})$, und $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ die Wellenzahl ist.

An einem Punkt P setzt sich das totale Feld $U(\mathbf{r}_P)$ dem Huygensschen Prinzip folgend aus der Summe aller Beiträge der punktförmigen Quellen Q_i an den Positionen \mathbf{r}_{Q_i} zusammen, deren skalare Kugelwellen die Form

$$U_{Q_i}(\mathbf{r}) = U_{Q_i} \frac{e^{ikr}}{kr}$$

mit $r = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_{Q_i}|$ annehmen, und auch die Helmholtz-Gleichung erfüllen. Nutzt man nun den Satz von Green aus, kann man das Kirchhoffsche Beugungsintegral

$$U(\mathbf{r}_P) = \frac{U_S k}{2\pi i} \oint_S \tau(\xi, \eta) \frac{e^{ikr}}{r} d\xi d\eta \quad (2.2)$$

herleiten, welches in dieser Form die paraxiale Näherung und die Geometrie aus Abb. 2.1 verwendet, in der die Fläche S , welche eine Transmissionsfunktion $\tau(\xi, \eta)$ hat, mit einer ebenen Welle ausgeleuchtet wird. Deren resultierendes Feld an der Blende S sei U_S . Das Integral gibt also das Feld im Punkt P der Beobachtungsebene an, ausgehend von der auftreffenden Welle und der Transmissionsfunktion der Blende S . Eine genaue mathematische Beschreibung des Satzes von Green und dessen Folgerungen findet man z. B. in [8].

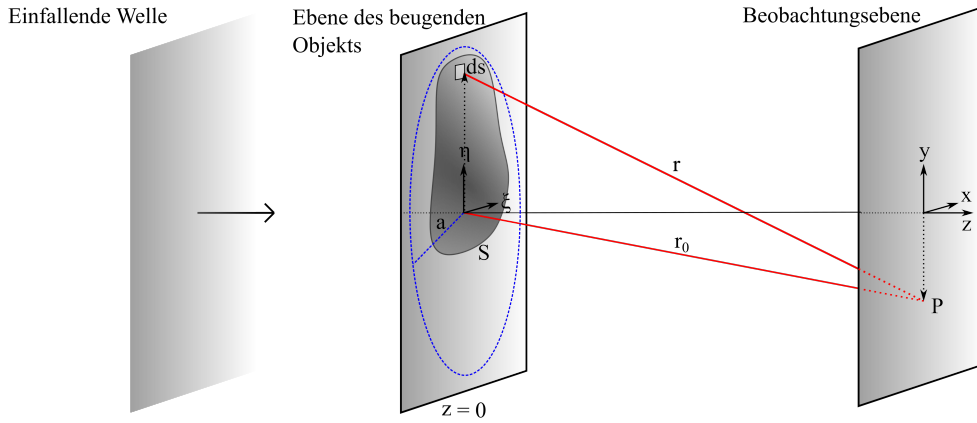


Abb. 2.1: Skizze zur Geometrie des Kirchhoffschen Beugungsintegral.

Drückt man nun r und r_0 in den Koordinaten der Beugungs- bzw. Beobachtungsebene aus, folgt¹

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2} = r_0 \sqrt{1 - \frac{2(x\xi + y\eta)}{r_0^2} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{r_0^2}} \simeq r_0 \left(1 + \frac{\kappa_x \xi + \kappa_y \eta}{kr_0} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2r_0^2} \right), \quad (2.3)$$

mit den Ortsfrequenzen $\kappa_x = -kx/r_0$ und $\kappa_y = -ky/r_0$, sodass der Phasenfaktor in Gl. (2.2) in

$$e^{ikr} \simeq e^{ikr_0} e^{i(\kappa_x \xi + \kappa_y \eta)} e^{i \frac{k(\xi^2 + \eta^2)}{2r_0}}$$

zerfällt. Der letzte sogenannte Fresnel-Faktor, welcher ausschließlich von den Koordinaten der beugenden Ebene abhängt, liefert das Kriterium, welche Näherung für das numerisch aufwändig zu lösende Beugungsintegral verwendet werden kann:

$$\text{Fraunhofer-Näherung} \quad a^2 \ll \lambda z / \pi \quad (2.4)$$

$$\text{Fresnel-Näherung} \quad a^2 \geq \lambda z / \pi \quad \text{und} \quad a \ll z \quad (2.5)$$

2.2 Fresnel-Beugung

Die im Nahfeld gültige Fresnel-Näherung erhält man, wenn direkt der erste Ausdruck in Gl. (2.3) Taylor-entwickelt wird

$$r \simeq z \left(1 + \frac{(x - \xi)^2}{2z^2} + \frac{(y - \eta)^2}{2z^2} \right),$$

und in das Beugungsintegral Gl. (2.2) mit $r \simeq z$ im Nenner gesetzt wird:

$$U(\mathbf{r}_P) = \frac{U_S k}{2\pi i} \frac{e^{ikz}}{z} \oint_S \tau(\xi, \eta) \exp\left(\frac{ik}{2z} \left((x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 \right)\right) d\xi d\eta. \quad (2.6)$$

Dies kann als Faltung² des um z weiter propagierten Feldes der Beugungsebene mit dem Kern $K_z(x, y) = \frac{k}{2\pi iz} \exp\left(\frac{ik}{2z}(x^2 + y^2)\right)$ geschrieben werden:

$$U_z(x, y) = \left(e^{ikz} U_S \tau(x, y) \right) * K_z(x, y). \quad (2.7)$$

¹ Die Taylor-Expansion von $\sqrt{1+x}$ ist $1 + x/2 + \mathcal{O}(x^2)$. ² Die Faltung der Funktion f mit g ist definiert als $(f * g)(t) := \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau)g(t - \tau) d\tau$. Dabei können f und g auch komplexwertige Funktionen auf \mathbb{R}^n sein, vorausgesetzt das Faltungsintegral existiert [8].

2.3 Fraunhofer-Beugung

Unter der Bedingung Gl. (2.4) kann das Fernfeld durch die Fraunhofer-Näherung beschrieben werden. Die Expansion aus Gl. (2.3) wird unter Verwendung von $\frac{(\xi^2 + \eta^2)k}{2r_0} \approx 0$ in das Beugungsintegral Gl. (2.2) gesetzt und man erhält mit $r \approx z$ im Nenner

$$U(\mathbf{r}_P) = \frac{U_S k e^{ikr_0}}{2\pi i z} \oint_S \tau(\xi, \eta) e^{i(\kappa_x \xi + \kappa_y \eta)} d\xi d\eta, \quad (2.8)$$

welches einer Kugelwelle im Punkt P entspricht, welche mit der Fourier-Transformierten der Transmissionsfunktion

$$T(\kappa_x, \kappa_y) = \iint \tau(\xi, \eta) e^{i(\kappa_x \xi + \kappa_y \eta)} d\xi d\eta$$

moduliert ist.

2.4 Fourier-Transformationeigenschaft einer Linse

Möchte man im Fraunhofer-Fernfeld arbeiten, so ist es nützlich, die durch Gl. (2.4) festgelegte Distanz zu reduzieren. Dies ist durch eine Sammellinse¹ möglich, deren komplexe und somit phasenmodulierende Transmissionsfunktion durch

$$t_f(x, y) = \exp\left(-i \frac{k}{2f} (x^2 + y^2)\right) \quad (2.9)$$

gegeben ist² [7]. Ist diese wie in Abb. 2.2 a) mit der Beugungsebene überlagert, so ist das Lichtfeld unmittelbar nach der Ebene

$$U'_L(x, y) = U_0 \tau(x, y) t_f(x, y), \quad (2.10)$$

wobei U_0 die Amplitude der den Aufbau ausleuchtenden ebenen Welle sei. Um das Feld $U_f(u, v)$ in der hinteren Fokusebene der Linse zu finden, wird die Fresnel-Beugungsformel Gl. (2.6) mit $z = f$ angewendet. Dabei wird der Exponent des im Integral stehenden Phasenterms ausmultipliziert:

$$U_f(u, v) = \frac{k e^{ikf}}{2\pi i f} e^{\frac{ik}{2f}(u^2 + v^2)} \iint U'_L(x, y) e^{\frac{ik}{2f}(x^2 + y^2)} e^{-\frac{ik}{f}(xu + yv)} dx dy$$

Wird nun Gl. (2.10) eingesetzt, kürzen sich die quadratischen Phasenfaktoren genau heraus. Das resultierende Feld

$$U_f(u, v) = \frac{k e^{ikf}}{2\pi i f} e^{\frac{ik}{2f}(u^2 + v^2)} \underbrace{\iint U_0 \tau(x, y) e^{-\frac{ik}{f}(xu + yv)} dx dy}_{= \mathcal{F}\{U_0 \tau\}(\kappa_u, \kappa_v)} \quad (2.11)$$

ist also bis auf den vor dem Integral stehenden quadratischen Phasenfaktor ein Fraunhofer-Beugungsmuster (vgl. Gl. (2.8)) und somit proportional zur zweidimensionalen Fourier-Transformation \mathcal{F} des auf die Linse einfallenden Lichtfelds mit Ortsfrequenzen $\kappa_u = -ku/f$ und $\kappa_v = -kv/f$ und einer Phasenkrümmung, auch wenn der Abstand zur Beobachtungsebene lediglich f ist.

¹ Hier als idealisierte dünne Linse mit positiver Brennweite f . ² Hier wird die Linse als unendlich ausgedehnt angenommen. Durch einen zusätzlichen Aperturfaktor $P(x, y)$, der innerhalb der Linse 1 und sonst 0 ist, kann die Linsenapertur berücksichtigt werden.

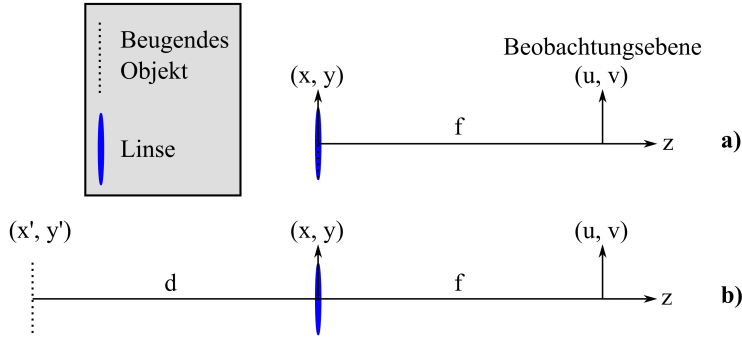


Abb. 2.2: Skizze zur Fourier-Transformationseigenschaft einer Linse mit dem beugenden Objekt a) an der Stelle der Linse und b) im Abstand d .

Ausgesprochen nützlich in der Fourieroptik ist das Faltungstheorem, welches nachfolgend verwendet werden soll, und daher an dieser Stelle vorgestellt wird. Es besagt, dass die Fourier-Transformation einer Faltung dem Produkt der Fourier-Transformation der jeweiligen Funktionen entspricht. Auch die Umkehrung gilt [7]:

$$\mathcal{F}\{f * g\} = \mathcal{F}\{f\} \cdot \mathcal{F}\{g\} \quad (2.12)$$

$$\mathcal{F}\{f \cdot g\} = \mathcal{F}\{f\} * \mathcal{F}\{g\} \quad (2.13)$$

Betrachtet man nun den allgemeineren Fall wie in Abb. 2.2 b), dass sich die Beugungsebene im Abstand d der Linse befindet, so ist das auf die Linse einfallende Feld das Fresnel-Beugungsmuster im Abstand d , welches sich nach Gl. (2.7) durch eine Faltung ausdrücken lässt. Dessen Fourier-Transformierte mit den Ortsfrequenzen κ_u und κ_v lässt sich durch das Faltungstheorem zu

$$\mathcal{F}\left\{\left(e^{ikd}U_0\tau\right) * K_d\right\}(\kappa_u, \kappa_v) = e^{ikd}\mathcal{F}\{U_0\tau\}(\kappa_u, \kappa_v) \cdot \mathcal{F}\{K_d\}(\kappa_u, \kappa_v)$$

berechnen. Mit $\mathcal{F}\{K_d\}(\kappa_u, \kappa_v) = \exp\left(-\frac{id}{2k}(\kappa_u^2 + \kappa_v^2)\right)$ und Einsetzen in Gl. (2.11) erhält man das Feld in der rückseitigen Brennebene

$$U_f(u, v) = \frac{ke^{ik(d+f)}}{2\pi if} e^{\frac{ik}{2f}\left(1-\frac{d}{f}\right)(u^2+v^2)} \mathcal{F}\{U_0\tau\}(\kappa_u, \kappa_v). \quad (2.14)$$

Zu beachten ist, dass der Fourier-Transformation wieder ein quadratischer Phasenfaktor vorausgeht, der aber für den ganz speziellen Fall $d = f$ verschwindet. Wird die Beugungsebene in der vorderen Brennebene der Linse platziert, so hinterlässt diese in der rückseitigen Brennebene eine genaue Fourier-Transformation [7]. Diese Anordnung wird deshalb auch $2f$ -Aufbau genannt.

2.5 Beugungsscheibchen und Beugungsgrenze

Da die meisten optischen Elemente, etwa die Linse, kreisförmig sind, ist die Kreisapertur mit Radius a ein wichtiges Beugungsobjekt, deren Fraunhofer-Beugungsmuster die in Abb. 2.3 dargestellte radialsymmetrische Intensitätsverteilung

$$I(r) = I(r=0) \cdot \left(\frac{2J_1(kar/z)}{kar/z}\right)^2$$

aufweist, welche Beugungsscheibchen (oder Airy-Scheibchen) genannt wird, wobei J_1 die Besselfunktion 1. Ordnung ist. Die erste Nullstelle der Verteilung definiert den Airy-Radius¹ $r_{\text{Airy}} = 1,22 \cdot \frac{\lambda z}{2a}$.

¹ Die erste Nullstelle der Besselfunktion 1. Ordnung liegt bei $\approx 3,83 = 1,22 \cdot \pi$.

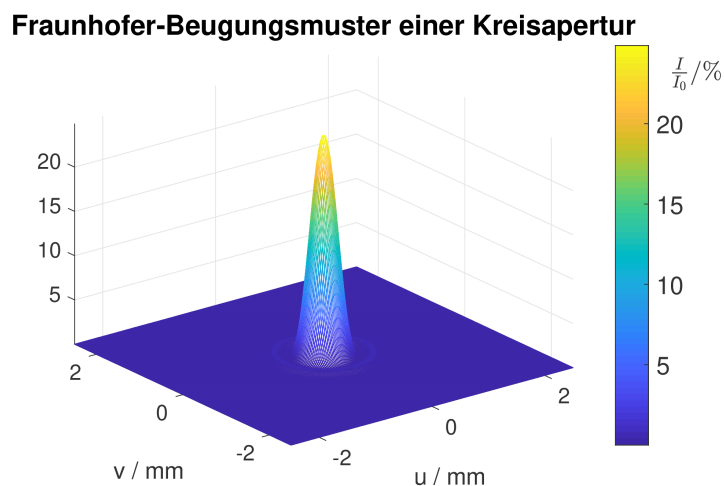


Abb. 2.3: Berechnete Intensitätsverteilung des Fraunhofer-Beugungsmusters einer kreisförmigen Apertur mit dem Radius $a = 1$ mm in $z = 1$ m Entfernung mit Licht der Wellenlänge $\lambda = 852$ nm.

Die Auflösung einer als aberrationsfrei angenommenen Linse des Durchmessers $D = 2a$ wird durch Beugung begrenzt. Die Auflösungsgrenze kann das Rayleigh-Kriterium liefern. Demnach gelten zwei Punktquellen als gerade aufgelöst, wenn das Beugungsmaximum eines Bildes mit dem ersten Minimum des anderen übereinstimmt. Dieser Abstand ist somit durch

$$d = 1,22 \cdot \frac{\lambda f}{D} = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{2NA} \quad (2.15)$$

gegeben. Die eingeführte numerische Apertur $NA = n \sin \theta_{\max}$, wobei θ_{\max} den halben maximalen Öffnungswinkel bezeichnet, beschreibt die Fähigkeit Licht zu fokussieren. Die Brechzahl des Materials zwischen Objektiv und Fokus ist in dem vorliegenden Kontext $n \approx 1$ und wird z. B. in der Immersionsmikroskopie ausgenutzt, um die Auflösung zu erhöhen.

2.6 Abbe'sche Bildentstehungstheorie

Ernst Abbe hat die Auflösungsgrenze für nichtselbstleuchtende Objekte untersucht. Nur ein gewisser Teil der von einem Objekt gebeugten Komponenten wird durch die endliche Apertur eines optischen Systems erfasst. Abgeschnitten werden diejenigen Ortsfrequenzen, die von den hochfrequenten Komponenten der Transmissionsfunktion des Objektes erzeugt werden [7], wie dies am Beispiel eines durch eine Linse abgebildetes Gitters in Abb. 2.4 schematisch dargestellt ist.

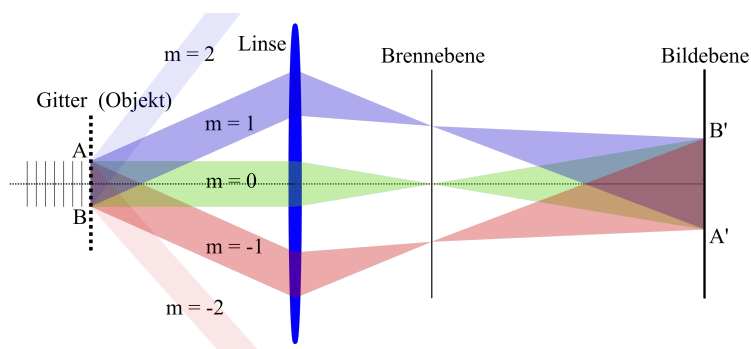


Abb. 2.4: Ein durch kohärentes Licht der Wellenlänge λ ausgeleuchtetes Gitter erzeugt die durch m bezeichneten Beugungsordnungen, welche durch die Linse gesammelt werden, solange sie diese nicht verpassen. In der Brennebene sind die jeweiligen Strahlenbündel in einem Punkt fokussiert (primäres Interferenzmuster) und ergeben durch sekundäre Interferenz das Bild. Neben der nullten Ordnung ist somit mindestens eine höhere Ordnung für die Bildentstehung nötig. Dies gibt die Auflösungsgrenze vor.

Wie in Abschnitt 2.4 hergeleitet wurde, entsteht in der Brennebene das Fraunhofer-Beugungsbild, welches der Fourier-Transformierten entspricht, hier jedoch mit abgeschnittenen Ortsfrequenzen. Die Linse bewirkt zudem eine Rücktransformation¹, welche das Bild in der Bildebene entstehen lässt. Umso mehr Ortsfrequenzen durchgelassen werden, desto mehr Details kann die durch Beugung erzeugte Abbildung auflösen. In der Brennebene ist es durch Platzieren einer Blende möglich, gezielt Ortsfrequenzen auszufiltern.

Anhand von Abb. 2.4 kann man nun nach Abbe einen Ausdruck für die Beugungsgrenze formulieren. Betrachtet man den Fall, dass neben der nullten Ordnung des Gitters mit der Gitterkonstanten g die im Winkel $\sin(\pm\phi) = \lambda/g$ liegenden ersten Beugungsordnungen ($m = \pm 1$) gerade noch durchgelassen werden, so ergibt dies die Auflösungsgrenze $r_{\text{Abbe}} = \lambda/\text{NA}$. Das Gitter wird jedoch auch aufgelöst, wenn beispielsweise nur die Ordnungen $m = 0$ und $m = +1$ gerade durchgelassen werden, wodurch dies

$$r_{\text{Abbe}} = \frac{\lambda}{2\text{NA}}, \quad (2.16)$$

Abbe-Radius genannt, ergibt. Dies weicht leicht vom Rayleigh-Kriterium Gl. (2.15) ab: Punkte abzubilden ist nicht dasselbe wie ein Gitter abzubilden [7][9][10].

Anhand der Abbe'schen Bildentstehungstheorie lässt sich auch schnell erkennen, weshalb die numerische Apertur im Aufbau der direkten Abbildung, wie wir in Abschnitt 3.3 sehen werden, stets größer ist als im holografischen Aufbau.

2.7 Punktspreizfunktion und Aberrationen

Bislang wurden ideale optische Systeme betrachtet, deren Auflösung ausschließlich durch Beugung limitiert ist. Diese nennt man auch beugungsbegrenzt. Reale Systeme sind beispielsweise durch Unvollkommenheiten in den Linsen oder Fehlausrichtungen aberrationsbehaftet. Aberrationen können prinzipiell durch Erhöhung der optischen Qualität des Systems vermieden werden. Das Zusammenspiel von Beugung und Aberration kann durch die Punktspreizfunktion (PSF) charakterisiert werden. Diese beschreibt, wie eine ideale Punktquelle durch das optische System abgebildet wird. Die PSF einer beugungsbegrenzten Linse ist einfach das Airy-Scheibchen.

Aberrationen führen i. A. zu einer (nicht unbedingt radialsymmetrischen) Verbreiterung der Airy-Verteilung. Ein Maß hierfür ist das Strehl-Verhältnis, welches als Verhältnis des Maximums der PSF und des Maximums des Airy-Scheibchen, das das optische System allein durch die Beugung an dessen Apertur hätte, definiert ist. Ist die PSF gegenüber der Position der Punktquelle invariant, kann das Bild eines Objektes durch die Faltung des tatsächlichen Objektes mit der PSF ermittelt werden.

Die Fourier-Transformation der PSF heißt optische Übertragungsfunktion (OTF, engl. *optical transfer function*), deren Betrag Modulationsübertragungsfunktion (MTF, engl. *modulation transfer function*). Diese beschreiben also, wie verschiedene Ortsfrequenzen vom optischen System verarbeitet werden. Erhöht man z. B. in Abb. 2.4 die Anzahl der Gitterlinien pro Längeneinheit, so haben die Beugungsordnungen größere Winkel zur 0. Ordnung (höhere Ortsfrequenzen). Mehr Ordnungen werden von der Apertur abgeschnitten. Somit ist das Bild des Gitters „verwaschen“; der Detailkontrast ist schlechter.

Da die Apertur eines optischen Systems als Tiefpassfilter für die Ortsfrequenzen fungiert, gibt es also eine Frequenzgrenze (engl. *Abbe cutoff frequency*)

$$k_{\text{Abbe}} = \frac{1}{r_{\text{Abbe}}},$$

mittels der auch die NA des Systems bestimmt werden kann [7][9].

¹ Dies lässt sich am besten anhand einer symmetrischen Anordnung aus zwei Linsen mit derselben Brennweite verstehen, die den Objekt- und Bildabstand sowie den Abstand zur gemeinsamen Brennebene f haben ($4f$ -Aufbau).

Experimenteller Aufbau

In diesem Kapitel soll einerseits die Funktionsweise des räumlichen Lichtmodulators und dessen Einsatz zum Erstellen von Intensitätsmustern und andererseits der verwendete experimentelle Aufbau erläutert werden. Um einen Vergleich beider möglichen Modulationsmodi zu erlauben, ist zudem die Wahl eines geeigneten Sets an experimentellen Parametern erforderlich.

3.1 Räumlicher Lichtmodulator (SLM)

Diffraktive optische Elemente bestehen aus Glasträgern, auf die Mikrostrukturen aufgebracht sind, welche den Brechungsindex n oder die Dicke d räumlich modulieren [11] (Kap. 12). Da die optische Weglänge nd eine proportionale Phasenänderung bewirkt [9] (S. 108), wird die Phase eines durchlaufenden Lichtstrahls somit räumlich moduliert. Phasenmodulierende räumliche Lichtmodulatoren (englisch: Spatial Light Modulator (**SLM**)) sind in der Lage, Phasenmasken dynamisch und hochaufgelöst zu erstellen und auf Licht aufzuprägen. Deswegen sind SLMs in einem breiten Anwendungsspektrum einsetzbar, etwa als Telekommunikationsschalter [12][13] oder für Echtzeit-Holographie [14].

3.1.1 Funktionsweise des LCoS-SLM

Bei dem in diesem Experiment verwendeten SLM handelt es sich um einen reflektierenden LCoS-SLM (für englisch *Liquid Crystal on Silicon*, dt. ‚Flüssigkristalle auf Silizium‘) in parallel ausgerichteter nematischer Anordnung (PAN) vom Hersteller Santec. Diese Technologie kombiniert die einzigartigen lichtmodulierenden Eigenschaften von Flüssigkristallmaterialien (LC, für englisch *Liquid Crystal*) mit den Vorteilen der komplementären Metall-Oxid-Halbleitertechnologie (CMOS).

LCs weisen jeweils gleichzeitig die viskosen Eigenschaften einer Flüssigkeit und eine makroskopische Anisotropie wie in einem kristallinen Feststoff auf. In der sogenannten nematischen Phase neigen die LC-Moleküle dazu, ihre langen Achsen in Bezug auf benachbarte Moleküle auszurichten, was zu einer weiträumigen Orientierungsordnung und damit zu einer optischen Anisotropie führt. Die lokale durchschnittliche Orientierung der Moleküle wird als Direktor bezeichnet und durch den Einheitsvektor \hat{n} beschrieben, welche das Direktorfeld $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ bilden. Ohne das Direktorfeld beeinflussende externe Kräfte sind nematische LC-Materialien einachsig doppelbrechend. Die Brechungsindizes für Licht mit Polarisation senkrecht und parallel zu \hat{n} (ordentlicher bzw. außerordentlicher Strahl) werden als n_o bzw. n_a bezeichnet. Für Licht, das sich in einem Winkel θ relativ zu \hat{n} bewegt, erlebt die Polarisationskomponente in der Ebene von \hat{n} und der Ausbreitungsrichtung einen effektiven Brechungsindex [9] (S. 252 f.) [15][13]

$$n_{eff}^2 = \frac{n_o^2 n_a^2}{n_o^2 \sin^2 \theta + n_a^2 \cos^2 \theta}. \quad (3.1)$$

Im LCoS-SLM befindet sich das LC zwischen zwei parallel orientierten Ausrichtungsschichten, in deren Nähe die Oberflächeninteraktion bewirkt, dass sich die Moleküle entsprechend anordnen (daher *parallel ausgerichtete nematische Anordnung*), vgl. Abb. 3.1.

In Gegenwart eines elektrischen Feldes richten sich LC-Moleküle aufgrund von induzierten molekularen Dipolmomenten in Feldrichtung aus. Die Ausrichtung \hat{n} , und damit der Brechungsindex n_{eff} , kann daher durch Variation der Feldstärke gesteuert werden. Der resultierende optische Weglängenunterschied für Licht, das in der Rotationsebene der LC-Moleküle polarisiert ist, $2d\Delta n$, wobei d die

Dicke der LC-Schicht und $\Delta n = n_{eff} - n_o$ die Doppelbrechung ist, ermöglicht bei der Wellenlänge λ eine Verzögerung mit variabler Phase

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{2d\Delta n}{\lambda}. \quad (3.2)$$

Die andere Polarisationskomponente (ordentlicher Strahl) erfährt keine Modulation. Das Feld wird mit einer auf konstantem Potential liegenden transparenten Indiumzinnoxid-Elektrode (ITO) auf der Oberseite und reflektierenden Pixel-Elektroden, die durch die CMOS-Technik auf dem Siliziumsubstrat auf der Unterseite gesteuert werden, angelegt. Um eine Beschädigung des LC-Materials durch Ionenwanderung zu vermeiden, wird die Polarität des angelegten Feldes hochfrequent geschaltet [15][16][13].

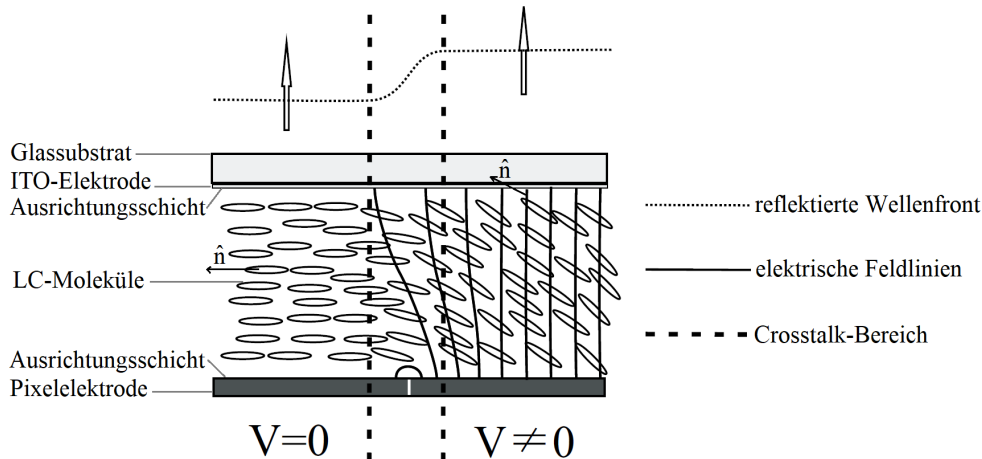


Abb. 3.1: Schnittbild zweier Pixel eines PAN LCoS-SLM. Am linken Pixel liegt keine Effektivspannung an, sodass sich die LC-Moleküle parallel zur Ausrichtungsschicht anordnen. Die Spannung am linken Pixel richtet die Moleküle umso stärker in Feldrichtung aus, desto höher sie ist. Dies resultiert für die in der Schnittebene liegende Polarisationsrichtung (d. h. parallel zur optischen Achse des SLM) in einem anderen Brechungsindex und somit einem Phasenunterschied. Der Crosstalk-Bereich wird in Abschnitt 3.4.1 beschrieben. Modifiziert übernommen aus [15].

Insgesamt hat der verwendete SLM 1050×1440 jeweils $10 \mu\text{m}$ große, $0,4 \mu\text{m}$ voneinander getrennte Pixel (d. h. ein Pixelabstand von $dx = 10,4 \mu\text{m}$), dessen angelegte Spannungen jeweils mit einer 10 Bit-Zahl [17], der sogenannten Graustufe, gesteuert werden, sodass 1024 – im Idealfall dazu proportionale – Phasenstufen zur Verfügung stehen.

Diese Anordnung führt zu einer hohen räumlichen Auflösung, sowie einem hohen Füllfaktor. Dies ist das Verhältnis der durch reflektierendes Material belegten Fläche zur gesamten aktiven Fläche der Rückwand. Außerdem wird in der reflektierenden Anordnung die Modulationstiefe durch das zweifache Durchlaufen des Lichts erhöht.

3.1.2 Modulationsmodi: Phasen- und Amplitudenmodulation

Eine Verwendungsmöglichkeit des SLM ist, diesen mit parallel zur optischen Achse des SLM polarisiertem Licht (d. h. außerordentlicher Strahl) zu bestrahlen. Wie in Abschnitt 3.1.1 beschrieben, wird die Phasenverzögerung dieser Polarisationskomponente durch die Graustufe an jedem SLM-Pixel beliebig gesteuert, sodass der einfallenden Wellenfront eine beliebige digitale Phasenmaske aufgeprägt werden kann. Dabei wird die Polarisation sowie die Amplitude idealerweise nicht verändert. Dieser Betriebsmodus wird (reine) *Phasenmodulation* genannt.

Durch Bestrahlung mit Licht, das 45° zur optischen Achse des SLM linear polarisiert ist, also gleichgroße Komponenten parallel $|\leftrightarrow\rangle$ bzw. senkrecht $|\updownarrow\rangle$ zur optischen Achse hat, wird der Polarisationszustand

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\updownarrow\rangle + |\leftrightarrow\rangle)$$

durch den SLM moduliert und ergibt

$$|\phi\rangle = \hat{M}_{\text{SLM}} |\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|\uparrow\rangle + e^{i\Delta\varphi} |\leftrightarrow\rangle \right).$$

Passiert das Licht anschließend einen ebenfalls im Winkel 45° zur optischen Achse des SLM eingestellten Analysator, so wird die Intensität/Amplitude gemäß

$$I = I_0 |\langle \psi | \phi \rangle|^2 = \frac{I_0}{2} (\cos \Delta\varphi + 1) \quad (3.3)$$

moduliert¹, wobei I_0 die Maximalintensität ist. Dieser Betriebsmodus wird nachfolgend *Amplitudenmodulation* genannt.

Ziel der Untersuchungen ist es, beide Modi zu vergleichen und deren Vor- und Nachteile bezüglich der Verwendung im DQSIM-Experiment aufzuweisen.

3.2 Versuchsaufbau: Holografie und direkte Abbildung

Anhand des SLM soll ein beliebiges Intensitätsmuster erzeugt werden. Dies kann einerseits mittels reiner Phasenmodulation erreicht werden: Ein zuvor berechnetes Phasenmuster (Hologramm) wird auf die einfallende näherungsweise ebene Welle aufgeprägt. Gemäß der Fraunhofer-Beugung kann aus diesem Feld (SLM-Ebene) das Fernfeld durch eine Fourier-Transformation beschrieben werden (siehe Abschnitt 2.3). Das Hologramm wird so gewählt, dass dessen Fourier-Transformation das gewünschte Intensitätsmuster erzeugt. Im Holografie-Aufbau wird das Fernfeld durch eine Linse der Brennweite f im $2f$ -Aufbau erzeugt (vgl. Abschnitt 2.4).

Es ist auch möglich, den Effekt der Linse durch Überlagern des Hologramms mit einer quadratischen Phase nach Gl. (2.9) durch den SLM selbst hervorzurufen, sodass hierfür gar keine physikalische Linse nötig ist, wodurch auch Aberrationen vermieden werden. Allerdings reflektiert der SLM auch immer den Teil des Lichts unverändert zurück, der zwischen die Pixel fällt (0. Ordnung). Im Falle der holografisch generierten Linse erhält man somit einen Untergrund in der Fourierebene. Der Vorteil der physikalischen Linse besteht somit in der Fähigkeit, die 0. Ordnung in der Brennebene der Linse zu fokussieren, wodurch der Hintergrundbeitrag vermieden wird. Damit die 0. Ordnung jedoch nicht das erzeugte Intensitätsmuster überlagert, kann das Hologramm mit einem in Abb. 3.2 dargestellten Blazegitter überlappt werden, sodass sich das Muster in der Fourierebene verschiebt.

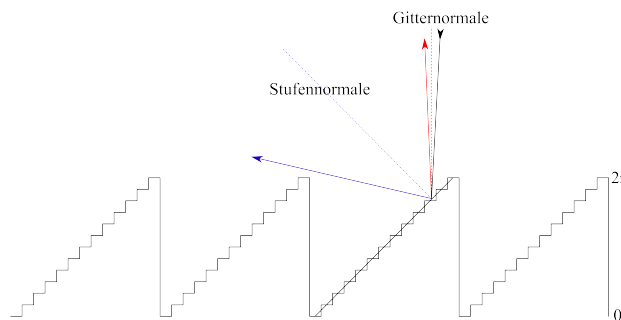


Abb. 3.2: Digitales Phasen-Blazegitter mit einer Gitterperiode von 13 Pixel. Das parallel zur Gitternormalen einfallende Licht (schwarzer Pfeil) wird größtenteils in die 1. Ordnung gebeugt (blauer Pfeil), zum Teil jedoch auch in höhere Ordnungen oder in die 0. Ordnung (roter Pfeil) zurück reflektiert.

Für manche Muster ist es möglich, deren Hologramm analytisch zu berechnen. Dies ist etwa für die Laguerre-Gaußschen (LG) Moden der Fall, welche die Helmholtz-Gleichung (2.1) in Zylinderkoordinaten lösen und das Fraunhofer-Beugungsmuster einer Kreisapertur sind, die konzentrisch durch

¹ Die Amplitude ergibt sich aus der Projektion $\langle \psi | \phi \rangle = \frac{1}{2} (\langle \uparrow | \uparrow \rangle + \langle \leftrightarrow | \uparrow \rangle + e^{i\Delta\varphi} \langle \uparrow | \leftrightarrow \rangle + e^{i\Delta\varphi} \langle \leftrightarrow | \leftrightarrow \rangle) = \frac{1}{2} (e^{i\Delta\varphi} + 1)$. Daraus folgt für die Intensität $\frac{I}{I_0} = |\langle \psi | \phi \rangle|^2 = \frac{1}{4} (e^{i\Delta\varphi} + 1) (e^{-i\Delta\varphi} + 1) = \frac{1}{2} (\frac{1}{2} (e^{i\Delta\varphi} + e^{-i\Delta\varphi}) + 1) = \frac{1}{2} (\cos \Delta\varphi + 1)$.

Licht mit schraubenförmiger Wellenfront beleuchtet wird. An deren optischen Achse befindet sich ein optischer Vortex (Wirbel, Punkt mit Nullamplitude). Die Helixmodi werden durch eine *topologische Ladung* genannte ganze Zahl l gekennzeichnet. Bei $l = 0$ ist die Wellenfront nicht schraubenförmig, sondern eine ebene Welle aus parallel aufeinanderfolgenden Wellenfronten. Die zugehörige LG Mode ist somit wie in Abschnitt 2.5 erläutert das Airy-Scheibchen. Bei $|l| = 1$ ist die Wellenfront eine Helix mit der Schrittlänge λ . Das Vorzeichen bestimmt lediglich die Händigkeit. Für $|l| \geq 2$ besteht die Wellenfront aus $|l|$ verschiedenen, aber ineinander verschlungenen Helices, wobei die Schrittlänge jeder Helix gleich $|l|\lambda$ ist, und eine durch das Vorzeichen von l gegebene Händigkeit hat. Das Beispiel $l = 3$ ist in Abb. 3.3 dargestellt.

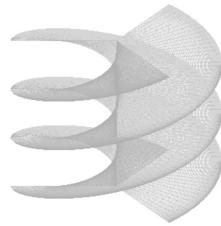


Abb. 3.3: Schematische Darstellung einer Wellenfront für einen optischen Vortex $l = 3$ über den Bereich von 3λ (übernommen aus [18]). Der Abstand zwischen aufeinanderfolgenden Wellenfronten beträgt λ .

Die Beugungsmuster dieser Helixmodi, die LG_{lp} Moden, bestehen aus mit $|l|$ größer werdenden $p+1$ (radialer Index) konzentrischen Ringen mit einer radial abfallenden Intensität (Gaußsche Einhüllende) [19][20][18]. Die LG_{l0} Moden lassen sich somit durch ein kreisförmiges Hologramm erstellen, in dem die Phase wie in Abb. 3.4 gezeigt spiralförmig um den optischen Vortex gewickelt ist. Diese Moden sind Gegenstand aktueller Forschung. So wurde in [18] von der direkten Spontanemission von Photonen mit dieser Feldstruktur durch elektronische Relaxation eines delokalisierten Exzitonenzustandes berichtet.

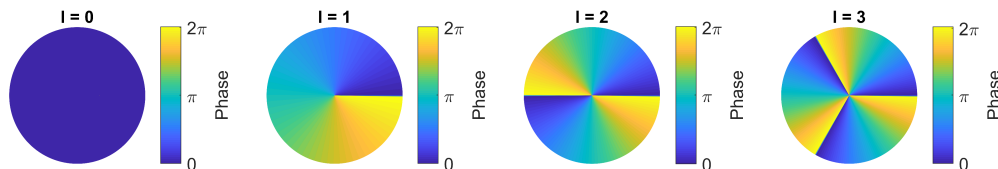


Abb. 3.4: Spirale Phasenmuster als Hologramme der LG_{l0} Moden mit $l = 0$ bis 3.

Das Intensitätsmuster kann ebenfalls durch Verwendung der Amplitudenmodulation erzeugt werden. Dazu wird das gewünschte Muster nach Gl. (3.3) auf dem SLM als Phasenmuster angezeigt. Dabei wird die höchste Intensität I_0 durch $\Delta\varphi = 0$ und die Intensität Null durch $\Delta\varphi = \pi$ erzeugt. Um das Intensitätsmuster in der Beobachtungsebene (Kamera bzw. Atome) zu erhalten, reicht die direkte Abbildung mit einer Abbildungslinse.

Für die Erzeugung einer möglichst ebenen Wellenfront mit homogener Amplitude am SLM, wird ein Laserstrahl mit gaußförmigem Intensitätsprofil durch ein 27-fach vergrößerndes Kepler-Teleskop verbreitert. Das Intensitätsmuster wird durch eine Kamera¹ aufgenommen. Der Aufbau für die Holografie bzw. direkte Abbildung ist in Abb. 3.5 dargestellt.

¹ 8-Bit CMOS Kamera DCC1545M von Thorlabs, im Folgenden kurz CCD-Kamera genannt. Diese hat 1280×1024 Pixel der Größe $dx_{\text{CCD}} = 5,2 \mu\text{m}$, was genau der Hälfte des SLM-Pixelabstands entspricht.

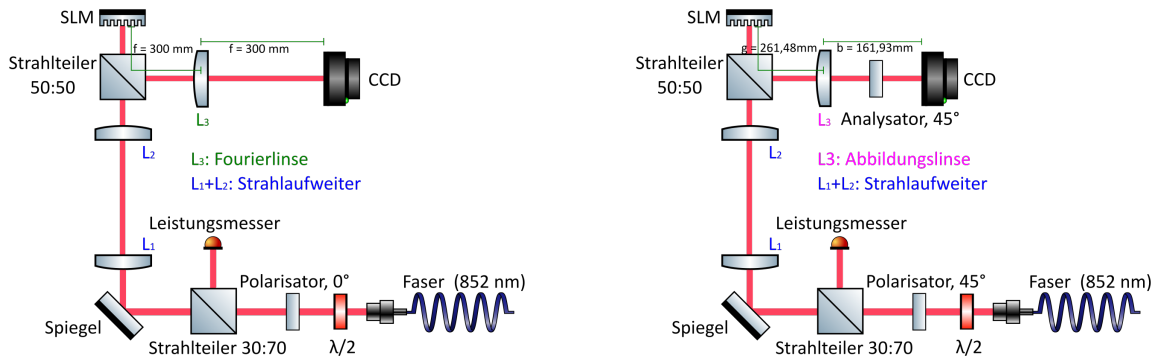


Abb. 3.5: Schematische Darstellung des Aufbaus in der Holografie (*links*) und in der direkten Abbildung (*rechts*): Ein 852 nm Laserstrahl wird aus einer optischen Faser ausgekoppelt und kollimiert. Die Polarisation wird durch ein $\lambda/2$ -Plättchen und einen Polarisator eingestellt (0° für Holografie und 45° für direkte Abbildung). Ein Strahlteiler reflektiert 30 % des Lichts zum Leistungsmesser, der zur Kalibration bezüglich der Eingangsintensität dient. Durch ein vergrößerndes Kepler-Teleskop ($f_1 = 11$ mm und $f_2 = 300$ mm) fällt auf den SLM eine flache Wellenfront ein. Die Phase der 0° -Polarisationskomponenten wird ortsabhängig moduliert. Der Strahlteiler leitet den Strahl anschließend über die Fourier- bzw. Abbildungslinse zur CCD-Kamera. Im Aufbau der direkten Abbildung ist zusätzlich ein Analysator (Polarisator in 45° -Einstellung) nötig.

3.3 Die Wahl der experimentellen Parameter

Die experimentellen Parameter sollen so gewählt werden, dass die Holografie und die direkte Abbildung direkt miteinander verglichen werden können und die Pixelgröße des erstellten Intensitätsmusters dem Abbe-Radius des DQSIM-Mikroskopobjektivs entspricht.

Die Gitterkonstante des zweidimensionalen optischen Gitters im DQSIM-Experiment beträgt 612 nm [1][21], der Abbe-Radius gemäß dem Abbe-Kriterium Gl. (2.16) $r_{\text{Abbe}} = \lambda/(2NA) = 463$ nm, mit der numerischen Apertur des Mikroskopobjektivs $NA = 0,92$ [22][5] und der verwendeten Wellenlänge $\lambda = 852$ nm. Vier Abbe-Radien werden somit auf jeweils drei Gitterplätze projiziert. Da die Kamera, mit der das Intensitätsmuster analysiert wird, eine im Vergleich große Pixelgröße von $5,2 \mu\text{m}$ hat, und zudem das Nyquist-Shannon-Abtasttheorem (s. Abschnitt 3.5) erfüllt sein muss, ist eine geringere numerische Apertur für die Musteranalyse erforderlich. Die Situation wird im Holografie-Aufbau simuliert, indem auch jeweils vier (größere) Abbe-Radien bzw. Fourier-Pixel¹ für drei im Intensitätsmuster gedachte Gitterplätze verwendet werden. Das aus [4] übernommene zu erzeugende viertelkreisförmige Intensitätsmuster, das in Abschnitt 4 genauer beschrieben und nachfolgend „Plateau“ genannt wird, soll beispielsweise eine Größe von 40 Gitterplätzen haben. Dementsprechend wird dies durch 53 Fourier-Pixel realisiert. Deren Größe ist $r_{\text{Abbe}} = \lambda f/d$, wobei $d = M dx$ die Größe des Hologramms ist², das auf dem SLM als $M \times M$ -Matrix angezeigt wird. Mit der Größe des Musters in Fourier-Pixel, hier $M' = 53$, ergibt sich die Größe des Musters $M' r_{\text{Abbe}} = M' \lambda f / (M dx)$.

Im Aufbau der direkten Abbildung ist die Größe des Intensitätsmusters $N dx \cdot b/g$ durch die Größe der am SLM angezeigten $N \times N$ -Matrix und dem Vergrößerungsfaktor b/g gegeben³. Da für die in den Abschnitten 4.1 und 4.2.1 beschriebene Berechnung eines Hologramms mit dem Phasenrückgewinnungsalgorithmus eine Matrix mit $M \gtrsim 6M'$ erforderlich ist⁴, kann mit der verfügbaren SLM-Fläche

¹ Das Fourier-Pixel wird hier definiert als das Pixel der Ausgangsebene (Fourier-Domäne), d. h. die Auflösungseinheit des Phasenrückgewinnungsalgorithmus. ² Die Größe lässt sich aus der numerischen Apertur $NA = \frac{d/2}{f}$ berechnen. ³ Unter der Annahme der Linsengleichungen $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$ und $\frac{B}{G} = \frac{b}{g}$ für idealisierte dünne Linsen mit der Objekthöhe G , Bildhöhe B , Objektweite g und Bildweite b . Eine hohe Übereinstimmung der Intensitätsmustergrößen ist nicht wichtig für den Vergleich der Modulationsmodi. ⁴ Das Hologramm muss um das Muster herum einen dunklen Bereich erzeugen. Außerdem muss mindestens ein Viertel der Matrix in der Fourierebene keine Zwangsbedingungen haben (Rauschbereich).

durch direkte Abbildung jederzeit eine höhere Auflösung erreicht werden. Außerdem ist die numerische Apertur in diesem Aufbau nicht durch die Apertur am SLM, sondern durch den größeren Linsendurchmesser¹ gegeben (s. Abschnitt 2.6, insbesondere Abb. 2.4).

Für einen quantitativen Vergleich der beiden Methoden ergibt es keinen Sinn, die numerischen Aperturen jeweils gleichzusetzen, da dies eine künstliche Einschränkung der Möglichkeiten der direkten Abbildung wäre. Allerdings sollten die Größe des erzeugten Musters und die verwendete Fläche des SLMs jeweils gleich sein. Da der dunkle Hintergrundbereich, der das Intensitätsmuster umgeben soll, in der Holografie schon im Hologramm enthalten ist, jedoch bei direkter Abbildung erst durch einen die $N \times N$ -Matrix umgebenden Bereich mit $\Delta\varphi = \pi$ erzeugt werden muss, wird für die verwendete SLM-Fläche $M = 2N$ gefordert. Für einen Vergleich der Leistungsfähigkeiten der beiden Anordnungen bezüglich der Eingangintensität muss die Intensität nicht gleich gewählt sein. Diese sollte man jeweils so einstellen, dass die volle dynamische Breite der CCD-Kamera ausgenutzt wird. Allerdings muss die Intensität gemessen und eine Kalibrierungskurve aufgenommen werden, damit ein Vergleich möglich ist.

Die verwendete Auswahl an experimentellen Parametern, die diese Bedingungen erfüllen, ist in nachfolgender Tabelle aufgelistet. In der direkten Abbildung wird das Muster um einen Faktor $b/g \approx 0,6$ verkleinert. Jedes SLM-Pixel wird also noch gerade durch die Kamera aufgelöst. Durch Verbinden von jeweils 6×6 SLM-Pixeln zu Superpixeln ist es möglich, die Anzahl an Superpixeln im Zielmuster der Anzahl an Fourier-Pixeln in der Holografie gleichzusetzen, sodass das Aussehen der erstellten Muster gleich ist. Es können aber auch alle Pixel unabhängig voneinander genutzt werden.

Holografie	Brennweite	f	300 mm
	Hologramm-Größe	M	636
	Abbe-Radius	r_{Abbe}	38,6 μm
Direkte Abbildung	Brennweite	f	100 mm
	Größe der Muster-Matrix	N	318
	Bildweite	b	161,93 mm
	Objektweite	g	261,48 mm

Tab. 3.1: Ausgewählte experimentelle Parameter.

3.4 Fertigungsbeschränkungen des SLM und Kompensationen

Der SLM ist Fertigungsbeschränkungen unterworfen und hat somit nicht vollständig ideale Eigenschaften. Zum Teil lassen sich die unerwünschten Effekte genau charakterisieren und dann kompensieren.

3.4.1 Pixel- und Crosstalk-Effekt des SLM

Die Effekte der räumlichen Diskretisierung des aufzuprägenden Phasenmusters durch die SLM-Pixel in der Fourierebene lassen sich durch das Faltungstheorem Gl. (2.12) und (2.13) herleiten. Das Abtasten des kontinuierlichen, gewünschten Phasenmusters führt zu einem sich wiederholenden Beugungsmuster, während die Pixelierung die Intensität in der Fourierebene nach außen hin sinc^2 -gewichtet² abfallen lässt [23][11]. Dies verringert somit die Beugungseffizienz. Bei Verwendung durch direkte Abbildung führt die Diskretisierung lediglich zu einem Bild, das ebenfalls aus Pixeln besteht.

¹ Die freie Apertur beträgt für die von Thorlabs verwendete Linse AC508-100-B 45,72 mm ² Das Quadrat des Kardinalsinus $(\sin(x)/x)^2$ hat die vom Beugungsmuster des Einzelspalts bekannte Form mit zentralem Maximum und symmetrischen Nebenmaxima. Es ist die Fourier-Transformierte der Rechteckfunktion (welche hier vom Pixel herrührt).

Wie bereits in Abb. 3.1 dargestellt, führt ein ausreichender Spannungsunterschied an zwei benachbarten Pixeln zu einem die LC-Moleküle des anderen Pixels beeinflussenden Randfeld. Die Orientierung der LC-Moleküle wechselt dadurch an der Pixelgrenze nicht scharf von der einen zur anderen Orientierung. Dies wird auch Crosstalk-Effekt (Engl. für *Übersprechen*) genannt. Auch das LC-Material selbst kann durch die elastischen Kräfte, die abrupte Änderungen des Direktors verhindern, zum Crosstalk-Effekt beitragen [15]. Der resultierende Glättungseffekt der Phasenreaktion kann durch eine Faltung der Phasenreaktion eines idealen SLM ohne Crosstalk-Effekt mit einem gaußschen Kern simuliert werden [24]. Für den verwendeten SLM muss die Standardabweichung des gaußschen Kerns unter 0,2 SLM-Pixel liegen [25].

Der Crosstalk-Effekt hat somit gegensätzliche Effekte in der Holografie: Bei Phasensprüngen reduziert dieser die Beugungseffizienz, bei kontinuierlichen Phasenverläufen, wie etwa im Blazegitter (Abb. 3.2), wird der Diskretisierungseffekt teilweise kompensiert und die Beugungseffizienz steigt. Im Aufbau durch direkte Abbildung führt dies zu einer ungewollten Weichzeichnung.

3.4.2 Planheitsabweichung, sowie nichtlineare und inhomogene Phasenreaktion

Durch die Herstellung bedingt ist die LC-Pixelmatrix auch im ausgeschalteten Zustand leicht gekrümmt [26]. Dies kann durch Phasenverschiebungsinterferometrie vermessen werden, um dann als Kompensation das Inverse der gemessenen Krümmung als Korrekturphasenmaske auf das Phasenmuster am SLM zu superponieren. Für den hier verwendeten SLM hat dies [25] gemacht: Der Abstand zwischen dem höchsten und dem niedrigsten Punkt (PV) beträgt $2,14\lambda$. Mit der Kompensation wurde eine Flachheit mit der Standardabweichung von $\lambda/78$ gemessen.

Außerdem ist die Phasenantwort durch räumlich unterschiedliche LC-Schichtdicken und ungleichmäßige elektronische Ansteuerung an jedem Pixel leicht verschieden (inhomogen). Die elektronische Ansteuerung ist auch nicht vollkommen linear. Deshalb wurde dies in [25] durch Anwenden derselben interferometrischen Methode bei unterschiedlichen Graustufenwerten charakterisiert und eine sogenannte Look-up-Tabelle erstellt, die für jede gewünschte Phasenantwort die nötige Grauwert-Einstellung für jedes Pixel enthält.

3.5 Kamera: Funktionsweise und Störeffekte

Die im Aufbau benutzte 8-Bit CMOS Kamera DCC1545M von Thorlabs mit 1280×1024 Pixeln der Größe $d_{\text{CCD}} = 5,2 \mu\text{m}$ besteht aus einer auf CMOS-Technik basierenden Matrix von in Sperrrichtung betriebenen Photodioden. Durch die Pixelierung wird die kontinuierliche Intensitätsverteilung abgetastet und durch die Pixelfunktion (Rechteckfunktion der Höhe 1 und Breite d_{CCD}) gefaltet, wodurch Information verloren geht. Dieser Verlust kann jedoch durch Erfüllen des Nyquist-Shannon-Abtasttheorems vermieden werden. Das besagt, dass die Abtastfrequenz größer oder gleich der doppelten höchsten Frequenz im Originalsignal sein muss [11][7]. In der vorliegenden Situation bedeutet dies, dass der Abbe-Radius auf mehr als zwei CCD-Pixel abgebildet werden muss [27],

$$r_{\text{Abbe}} > 2 \cdot d_{\text{CCD}} .$$

Mit den in der Holografie gewählten Parametern ist dies mit dem Faktor 7,4 erfüllt.

Leere Seite.

Simulation, Messungen und Ergebnisse

Zum Vergleich des SLM-Betriebs durch direkte Abbildung und durch Holografie werden die beiden in Abb. 4.1 gezeigten Intensitätsmuster verwendet. Das viertelkreisförmige Muster „Plateau“ ist gut geeignet, um die erreichbare Ebenheit, den Kontrast, sowie das Signal-Rausch-Verhältnis zu ermitteln. Außerdem wird die Dunkelheit des Hintergrundbereichs analysiert. Anhand des komplexeren Musters „Rampen“ lässt sich die Auflösung beurteilen und die Übereinstimmung des erzeugten Intensitätsmusters mit dem gewünschten Intensitätsmuster überprüfen.

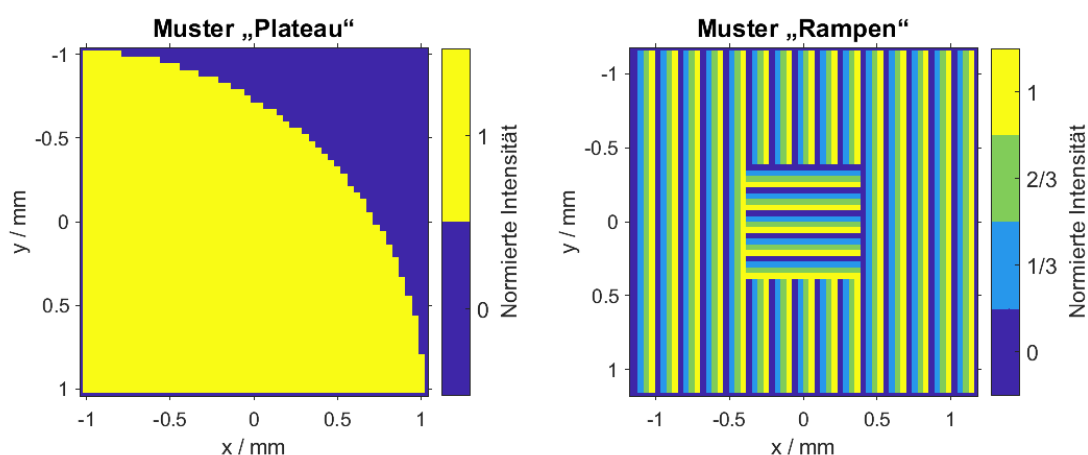


Abb. 4.1: Ein Viertelkreis eines Radius, das 40 Gitterplätzen im DQSIM-Experiment bzw. 53 Abbe-Radien entspricht, bildet das Muster „Plateau“. Das Muster „Rampen“ besteht aus 15 vierstufigen horizontalen Rampen, wobei das innere Neuntel aus 5 vierstufigen vertikalen Rampen besteht. Jede Stufe entspricht einem Abbe-Radius. Das Muster ist mit 60×60 Abbe-Radien also etwas größer.

4.1 Berechnung der Hologramme

Um die gewünschten Intensitätsmuster holografisch zu erzeugen, ist es zuvor nötig, das entsprechende Hologramm zu berechnen. Es soll also eine Phasenverteilung $\phi(x, y)$ gefunden werden, mit der sich in der Fourierebene die gewünschte Zielamplitude $Z(u, v)$ ergibt (die Intensität ist dann proportional zu deren Quadrat). Dabei steht man vor dem aus der Röntgenkristallographie bekannten Phasenproblem: Es ist experimentell oft nur möglich, die Intensität einer Welle zu messen (beispielsweise mit einer CCD-Kamera); die Phaseninformation geht dabei verloren. In Beugungsexperimenten trägt die Phase jedoch wichtige Informationen über das beugende Objekt. Eine Lösung für dieses Problem würde beugungsbegrenzte Bilder von nicht-periodischen Objekten ohne die Verwendung oder Notwendigkeit einer Linse ermöglichen [28].

Mathematisch lässt sich dies als Suche einer Lösung $Ae^{i\phi}$ der Gleichung

$$|\mathcal{F}\{Ae^{i\phi}\}| = Z$$

formulieren. In der vorliegenden Situation ist die Amplitude der einfallenden ebenen Welle $A(x, y) = A_0$ konstant, und nur die Phase bleibt als zu berechnende Variable zurück. Die numerische Lösung wird als Optimierungsverfahren angegangen, das durch Algorithmen wie die direkte binäre Suche, evolutionäre Algorithmen oder durch Gerchberg und Saxtons iteratives Fourier-Transformationsverfahren (kurz: GS-Algorithmus) realisiert werden kann [29].

Für die Berechnung der Hologramme in dieser Arbeit wurde die auf dem MRAF- [30] und OMRAF-Algorithmus [29] basierende Weiterentwicklung SOMRAF [25] verwendet. Sie alle beruhen auf dem Prinzip des GS-Algorithmus [31], welches die Amplitude in der Objektebene (SLM) und der Beobachtungsebene durch die Fourier-Transformation verknüpft und iterativ bei jeder Hin- und Rücktransformation die jeweilige Amplitude dem resultierenden Feld auferlegt, wie dies in der schematischen Darstellung Abb. 4.2 erläutert wird.

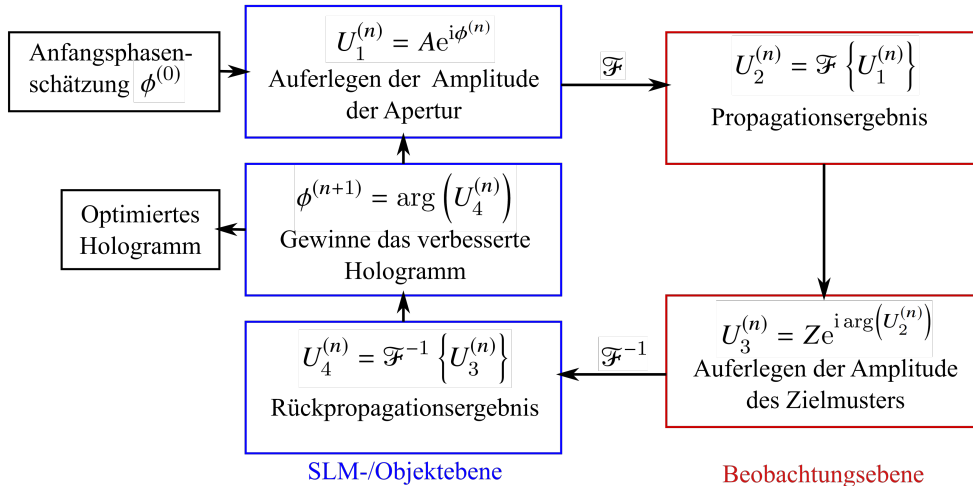


Abb. 4.2: Blockdiagramm des GS-Kern-Algorithmus. Mit einer Anfangssphasenschätzung beginnend, wiederholt der Algorithmus die Hin- und Rückpropagation zwischen der SLM-/Objektebene und der Beobachtungsebene. Dort wird die jeweilige Amplitude aufgedrückt. Nach der gewünschten Anzahl an Iterationen erhält man ein optimiertes Hologramm. Diese Abbildung basiert auf [29] und [25].

Unverändert liefert der GS-Algorithmus nur begrenzt brauchbare Ergebnisse, da dessen Wirksamkeit stark von der zufällig gewählten Anfangsschätzung abhängt und das Ergebnis viele unerwünschte Specklemuster enthält. Speckles sind körnige Lichtflecken, die durch die im Abschnitt 3.2 begegneten Vortices entstehen. Mit der MRAF-Adaptation (Mixed-Region-Amplitude-Freedom) sind viel bessere Ergebnisse möglich. Der Grundgedanke von MRAF ist es, die Konvergenz des Algorithmus in einem Bereich der Beobachtungsebene (Signalbereich) zu verbessern, indem die Kontrolle über die verbleibenden Bereiche (Rauschbereich) aufgegeben wird. Dies reduziert jedoch die Lichtausbeute (LA), definiert als Verhältnis der Intensität im Signalbereich zur Gesamtintensität. Außerdem wird eine quadratische Anfangsphase verwendet, die bereits in der ersten Iteration ein Ergebnis nahe dem Zielmuster liefert (vgl. Gl. (2.9)) und die Zahl der Vortices reduziert [30][25]. OMRAF fügt der Zielintensität einen kleinen Offset hinzu, sodass der Ursprung aller restlichen Speckles entfernt wird und schon sehr gute Ergebnisse erzielt werden [29]. Nur scharfe Kanten des Zielmusters kann der Algorithmus noch nicht ohne Randartefakte erzeugen. SOMRAF unterdrückt diese, indem dem Zielmuster in jeder Iteration eine Glättung¹ verliehen wird [25].

4.2 Simulationen

4.2.1 Holografie

Bei der Berechnung der $M \times M$ -Hologramme in MATLAB² müssen Parameter wie die Steigung der quadratischen Anfangssphasenschätzung, die Größe des in der Zielmuster-Ebene ohne Zwangsbedingung gelassenen Rauschbereichs, der OMRAF-Offset und die Breite des weichzeichnenden gaußschen Kerns der SOMRAF-Erweiterung manuell optimiert werden. Dazu werden die Parameter über

¹ Diese lässt sich durch eine Faltung mit einem gaußschem Kern bewerkstelligen. ² MATLAB ist eine auf numerische Berechnungen mit Matrizen und Darstellung der Ergebnisse ausgelegte Software des Unternehmens MathWorks. Sie wurde für alle Berechnungen und deren Darstellungen in dieser Arbeit verwendet.

einen großen Wertebereich ausprobiert und deren Einfluss auf die Leistungszahlfunktion, welche die Konvergenz des Algorithmus visualisiert, und auf das (durch Fouriertransformation) rekonstruierte Intensitätsmuster beobachtet. Die gefundenen optimalen Parameter und die berechneten SOMRAF-Hologramme befinden sich der Übersicht halber im Anhang in Abschnitt A.1 (Tab. 6.1 bzw. Abb. 6.2 und 6.1). Die Parameter sind fast identisch zu denen in [25]. Darin wurden die gleichen Muster (jedoch unterschiedlicher Größe) verwendet. Für eine detailliertere Diskussion und einen Vergleich mit Ergebnissen anderer Veröffentlichungen sei deshalb auf [25] verwiesen.

Die schrittweisen Verbesserungen des GS-Algorithmus durch OMRAF und SOMRAF, sowie die Zahlreichen Specklemuster im GS-Muster sind in Abb. 4.3 gut zu erkennen. In Abb. 4.4 ist nicht nur das rekonstruierte Muster, sondern auch der gesamte Signal- und Rauschbereich dargestellt.

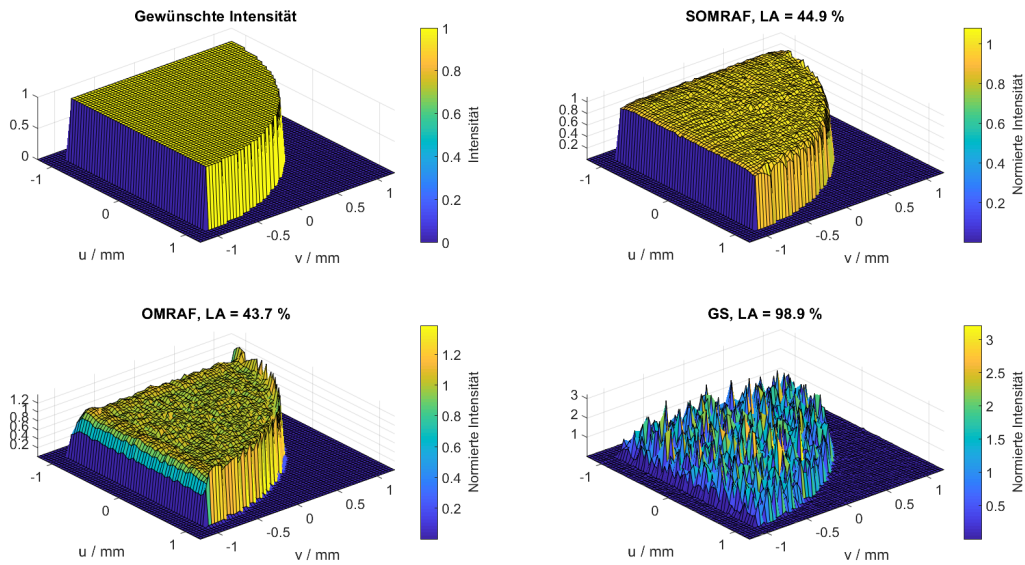


Abb. 4.3: Vergleich des durch SOMRAF, OMRAF und GS-Algorithmus generierten und rekonstruierten Musters „Plateau“. Alle Intensitäten wurden auf die Zielintensität normiert. Die Lichtausbeute (LA) ist angegeben. Der entsprechende Vergleich für das Muster „Rampen“ befindet sich im Anhang im Abschnitt A.1 (Abb. 6.3).

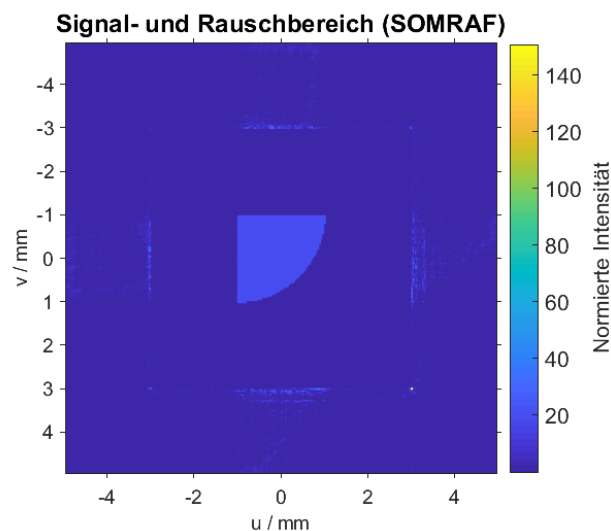


Abb. 4.4: Rekonstruiertes Muster „Plateau“ (SOMRAF) einschließlich Rauschbereich. Die Intensität wurde auf die Zielintensität normiert. Der Rauschbereich enthält lokal z. T. sehr hohe Intensitäten.

Es wird die schnelle Fourier-Transformation (engl. *fast Fourier transform*, FFT) als Algorithmus zur numerischen Berechnung der diskreten Fourier-Transformation verwendet. Damit die FFT die Beobachtungsebene auflösen und das Hologramm in der Objektebene berechnen kann, ist die $M \times M$ Hologramm-Matrix in das Zentrum einer $2M \times 2M$ Nullmatrix eingebettet (engl. *zero-padding*), wie vom Nyquist-Shannon-Abtasttheorem (s. Abschnitt 3.5) gefordert.

Da dieses Theorem im experimentellen Aufbau mit dem Faktor 7,4 erfüllt ist, werden die berechneten Hologramme schließlich in einer $7M \times 7M$ Nullmatrix eingebettet und Fourier-transformiert, sodass ein um diesen Faktor interpoliertes Muster erhalten wird, das sich dann mit dem experimentell aufgenommenem Muster vergleichen lässt.

4.2.2 Direkte Abbildung

Im Aufbau durch direkte Abbildung benötigt man keine vorhergehende Berechnungen. Das Zielmuster muss lediglich anhand der Modulationskurve Gl. (3.3) in ein Phasenmuster umgerechnet werden. Die erwarteten Abweichungen der experimentellen Messungen vom Zielmuster lassen sich jedoch simulieren. Wie bereits in Abschnitt 3.4.1 über den Crosstalk-Effekt beschrieben wurde, glättet dieser das erzeugte Muster schon in der SLM-Ebene, was durch eine Faltung des gewünschten Musters mit einem gaußschen Kern modelliert werden kann. Das erstellte Intensitätsmuster in der Bildebene lässt sich wie in Abschnitt 2.7 erläutert durch eine Faltung des Musters unmittelbar nach dem SLM mit der Punktspreizfunktion der Abbildungslinse simulieren. Unter der Annahme, dass die Aberrationen gering ausfallen (was sich infolge auch experimentell bestätigt), kann für die PSF das Airy-Scheibchen mit der numerischen Apertur der Linse gewählt werden.

Für die Simulation des durch den Aufbau durch direkte Abbildung generierten Musters wird das Zielmuster also zunächst mit einem gaußschen Kern gefaltet, der einen Bereich von 2×2 Pixel umfasst, da der Effekt nur benachbarte Pixel beeinflusst. Die Breite des Kerns wird als die in [25] gemessene obere Grenze für den Crosstalk-Effekt von $\sigma = 0,2$ SLM-Pixel gewählt. Anschließend wird die Linienabbildung durch die erneute Faltung mit dem zur numerischen Apertur¹ $NA = 0,087$ gehörenden Airy-Scheibchen simuliert. Da σ und der Abbe-Radius der Abbildung kleiner als ein SLM-Pixel sind, muss dafür eine Subpixelauflösung (z. B. 10×10) gewählt werden. Beide Kerne werden in Abb. 4.5 dargestellt. Die glättende Wirkung des Crosstalk-Effekts und der Linienapertur lässt sich in Abb. 4.6 gut erkennen.

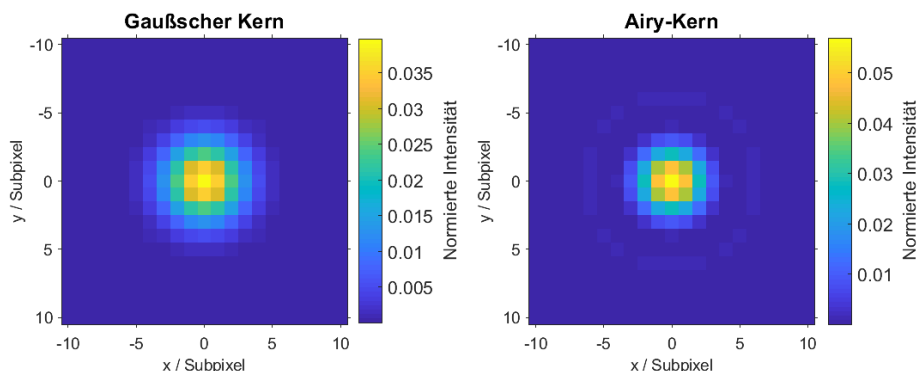


Abb. 4.5: Der gaußsche Kern und das Airy-Scheibchen, mit dessen Faltung der Crosstalk-Effekt bzw. die Linienabbildung simuliert werden.

¹ Diese ergibt sich nach Gl. (2.16) aus $NA = \lambda g/d$ und dem Linsendurchmesser 45,72 mm.

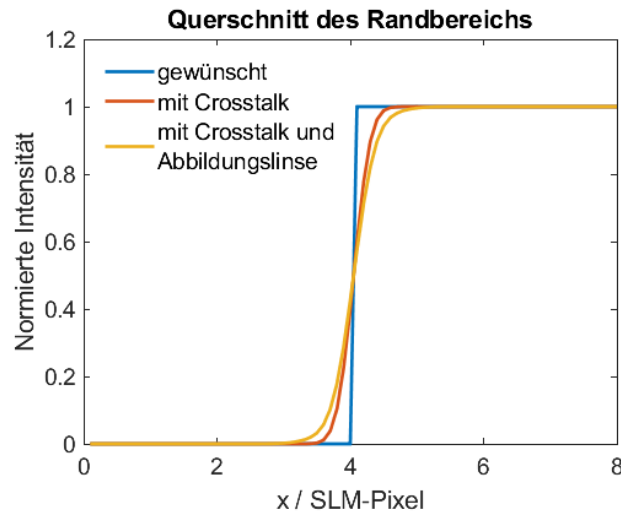


Abb. 4.6: Querschnitt eines Randbereichs des Musters „Plateau“ durch Simulation des Crosstalk-Effekts und der Abbildung mit der Linse im Aufbau durch direkte Abbildung.

4.3 Vorbereitung der Aufnahmen

Bei der Justage des optischen Aufbaus (Abb. 3.5) ist der SLM sehr nützlich, um Aberrationen durch Defokussierung oder leicht falsche Ausrichtungen gezielt zu erkennen und dadurch so gut es geht zu vermeiden. Dabei macht man sich zunutze, dass man die LG_{00} Mode (das Airy-Scheibchen, s. Abschnitt 2.5 und 3.2) holografisch einfach erzeugen kann. Am SLM muss dafür innerhalb einer kreisförmigen Apertur eine uniforme Phase und für eine Verschiebung¹ ein überlagertes Blazegitter angezeigt werden. Eine Iris-Blende unmittelbar vor dem SLM blockiert das Licht außerhalb der Apertur. Durch zusätzliche Superposition mit einer holografischen Linse ist das Beugungsmuster in einem durch diese festgelegten Abstand, der Fourierebene, zu beobachten.

So kann man, schon ganz ohne physikalische Linse, den Abstand der Kamera zum SLM justieren sowie den Aufbau auf Aberrationen hin untersuchen. Die so durch Anzeigen einer kreisförmigen Apertur am SLM gemessene PSF sollte dem Airy-Scheibchen so weit es geht ähneln. Quantitativ kann man dazu das Strehl-Verhältnis bestimmen (s. Abschnitt 2.7). Im Holografie-Aufbau kann dies nach Einbauen der Fourierlinse wiederholt werden. Allerdings erwartet man trotz den in Abschnitt 3.4 beschriebenen Kompensationen verbleibende Phasenfehler der Wellenfront an der SLM-Apertur, welche das Strehl-Verhältnis somit auch um einen gewissen Betrag reduzieren.

Die im fertiggestellten Holografie-Aufbau mit der Linse $f = 300$ mm sowie die im Aufbau durch direkte Abbildung mit der holografischen Linse² $f = b + g$ gemessenen LG_{00} Moden werden gemäß der in [21] erarbeiteten Methode zur Evaluierung der gemessenen PSF, die auf den in Abschnitt 2.7 beschriebenen Zusammenhängen basiert, ausgewertet, wie in Abb. 4.7 und 4.8 dargestellt. Dabei wird die PSF zunächst Fourier-transformiert, sodass in der erhaltenen MTF die Abbe-Frequenzgrenze und somit die numerische Apertur $NA_{\text{schätz}}$ abgeschätzt werden kann und alle darüber liegenden Ortsfrequenzen ausgefiltert werden (Fourier-Filterung von hochfrequentem Rauschen). Da die MTF nun eine begrenzte Bandbreite besitzt, kann die PSF gemäß der Whittaker-Shannon-Interpolationsformel beliebig interpoliert werden [21][27] und mit dem zur $NA_{\text{schätz}}$ gehörigen idealen Airy-Scheibchen das Strehl-Verhältnis berechnet werden.

¹ Die Verschiebung ist nützlich, um bei Verwendung einer die 0. Ordnung fokussierenden Linse ein Überlappen des Beugungsmusters mit dieser zu vermeiden. ² Diese wurde zur Justage des Abstandes zwischen SLM und Kamera und zur Beurteilung möglicher Aberrationen und Phasenfehler der Wellenfront verwendet, bevor die Abbildungslinse $f = 100$ mm und der Analysator eingebaut wurden.

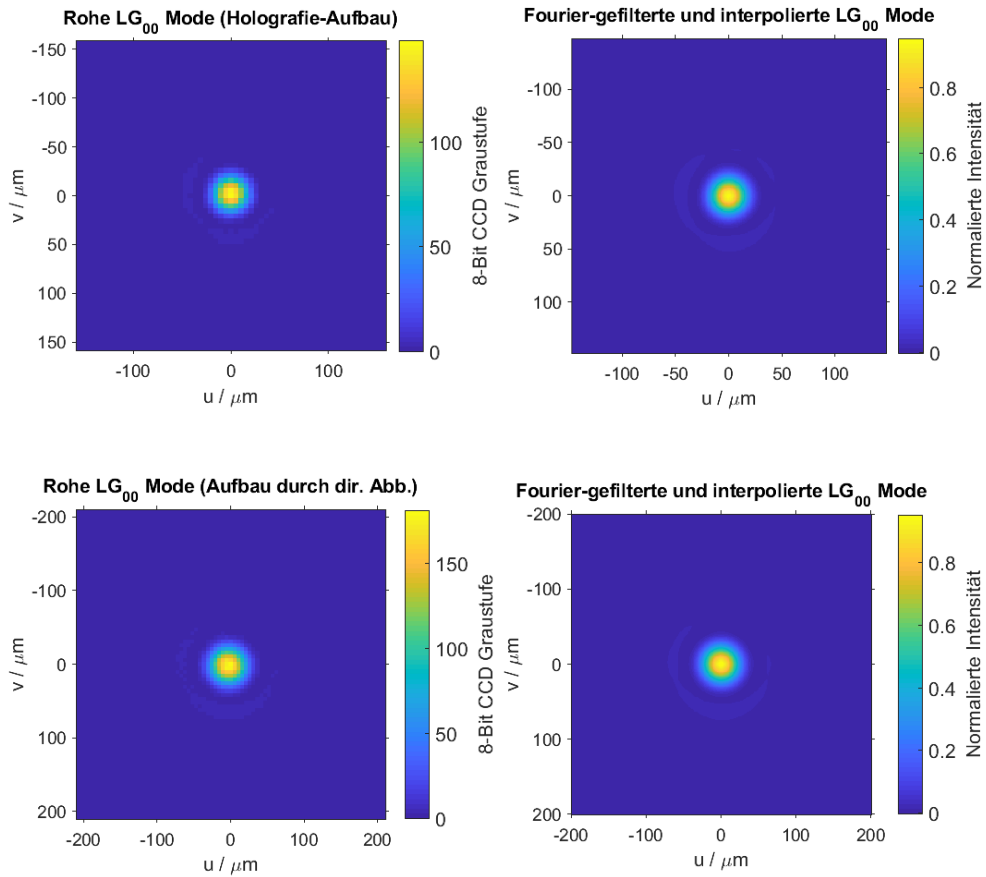


Abb. 4.7: Gemessene PSF im jeweiligen Aufbau.

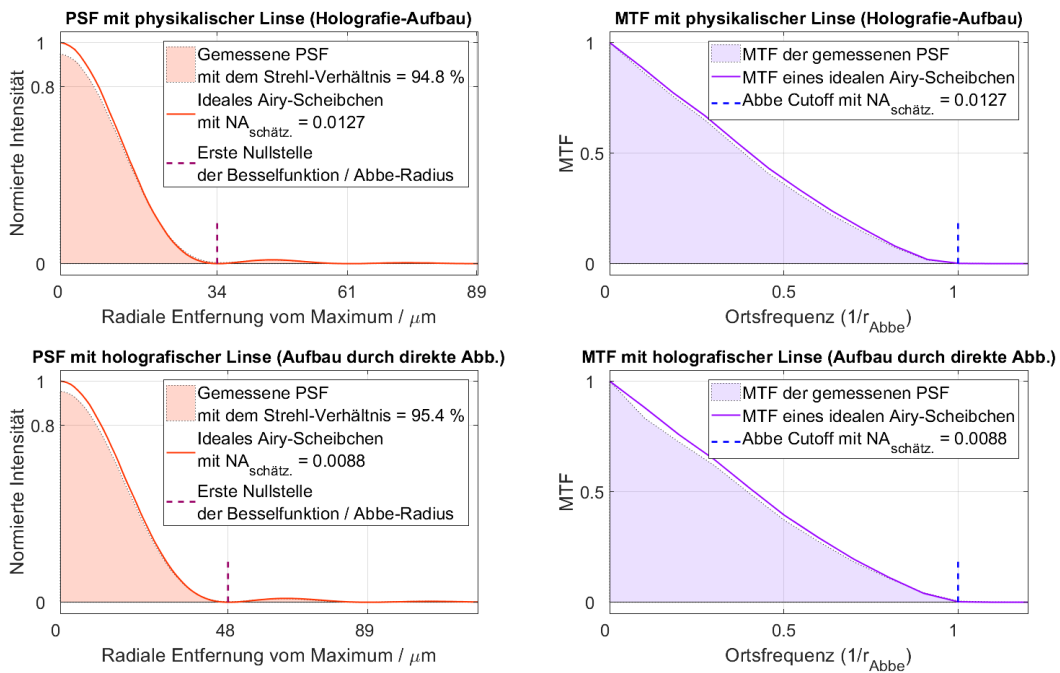


Abb. 4.8: Ermittelte MTF und interpolierte PSF sowie das berechnete Strehl-Verhältnis im jeweiligen Aufbau.

Die gemessenen Strehl-Verhältnisse $SV = 94,8\%$ bzw. $SV = 95,4\%$ erfüllen das Maréchal-Kriterium,

wonach ein optisches System mit $SV \geq 80\%$ als beugungsbegrenzt betrachtet werden kann [32]. Die entsprechende Wellenfrontabweichung¹ ist $\lambda/28$ bzw. $\lambda/29$ und somit geringer als in [25] und wie erwartet schlechter als die allein durch verbleibende Phasenfehler des SLM bedingten $\lambda/78$ (vgl. Abschnitt 3.4). Der geringe Unterschied zwischen den in beiden Aufbauten gemessenen Strehl-Verhältnissen ist auf die Aberrationen durch die Linse im Holografie-Aufbau zurückzuführen².

Der holografische Aufbau ist somit bereit für das Erstellen der Intensitätsmuster. Im Aufbau durch direkte Abbildung ist nach dem Einsetzen der Abbildungslinse und des Analysators noch die Polarisationsjustierung durchzuführen. Die Polarisator- und Analysatoreinstellungen von 45° relativ zur optischen Achse des SLM müssen aufgrund von leicht polarisationsändernden optischen Elementen (z. B. Spiegel und Strahlteiler) anhand des Kontrasts optimiert werden. Dieser lässt sich gut durch die in Abb. 4.9 gezeigte Modulationskurve Gl. (3.3) visualisieren, die man durch Anzeigen einer linearen Phasenrampe von 0 bis 2π am SLM als Intensitätsmuster erhält. Nach dem Aufnehmen aller Daten wurde der SLM durch einen Spiegel ersetzt und durch Messen der maximal und minimal vom Aufbau durchgelassenen Leistung das Extinktionsverhältnis des Aufbaus $EV = P_{\max}/P_{\min} = 32,6$ dB ermittelt. Der deutlich geringere gemessene Kontrast (im nächsten Abschnitt 4.4 und schon an der Modulationskurve ersichtlich) ist somit durch den SLM bedingt. Der Aufbau durch direkte Abbildung ist also auch bereit für die Aufnahmen.

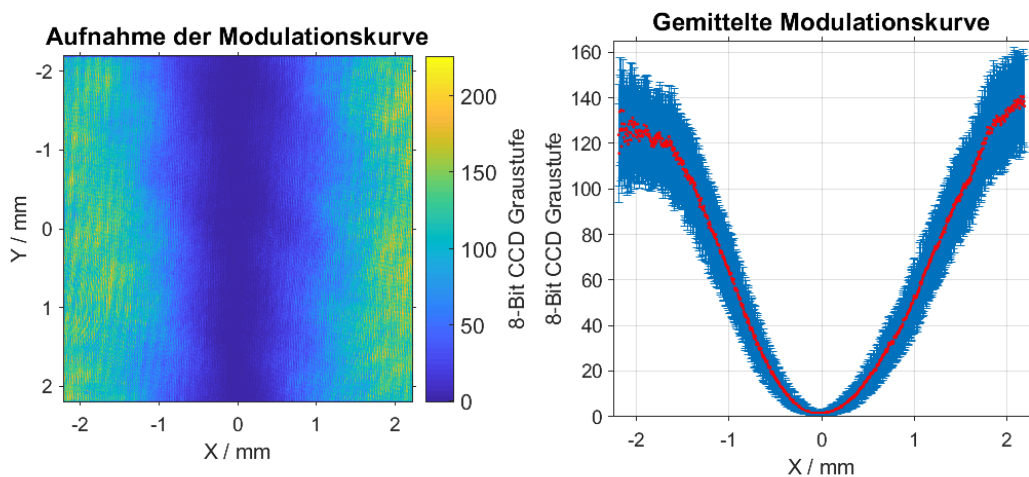


Abb. 4.9: Aufnahme der Modulationskurve Gl. (3.3) und Mittelung über die Y -Achse. Die Fehlerbalken zeigen die jeweilige Standardabweichung an. Die Rampe steigt über die X -Achse von 0 bis 2π an.

4.4 Auswertung der Intensitätsmuster

Sowohl im Aufbau durch direkte Abbildung als auch in der Holografie werden von den beiden Testmustern „Plateau“ und „Rampen“ Aufnahmen in verschiedenen Positionen der Beobachtungsebene gemacht, die im Anhang in den Abschnitten A.2 und A.3 enthalten sind. Diese werden entsprechend zugeschnitten und nach sorgfältiger Überlappung gemittelt, damit sich die an Flächen von optischen Bauteilen entstehenden räumlich variierenden Interferenzmuster herausmitteln. In der direkten Abbildung wird das Muster dazu lediglich an verschiedenen Positionen des SLM angezeigt. Aufgrund von streifenförmigen Interferenzmustern werden die Aufnahmen in zwei unterschiedlichen Orientierungen gemacht. In der Holografie werden dem Hologramm horizontale und/oder vertikale Blazegitter unterschiedlicher Gitterperioden überlagert, die das Muster in unterschiedliche Positionen beugen. Es werden jedes Mal auch Aufnahmen bei blockiertem Laserstrahl gemacht und deren Mittelwert unter der Annahme eines homogenen Untergrunds (durch Streulicht, Digitalisierungsoffset und

¹ Ein Zusammenhang zwischen Strehl-Verhältnis und der mittleren quadratischen Abweichung der Wellenfront liefert die Maréchal-Näherung $SV = 1 - (2\pi W_{\text{rms}}/\lambda)^2$ [32][33]. ² Das gemessene Strehlverhältnis im Holografie-Aufbau ohne physikalische Linse ist entsprechend geringfügig höher.

Dunkelstrom [27]) von den Messungen abgezogen. Die resultierenden Intensitätsmuster sind in den Abb. 4.10 und 4.11 dargestellt.

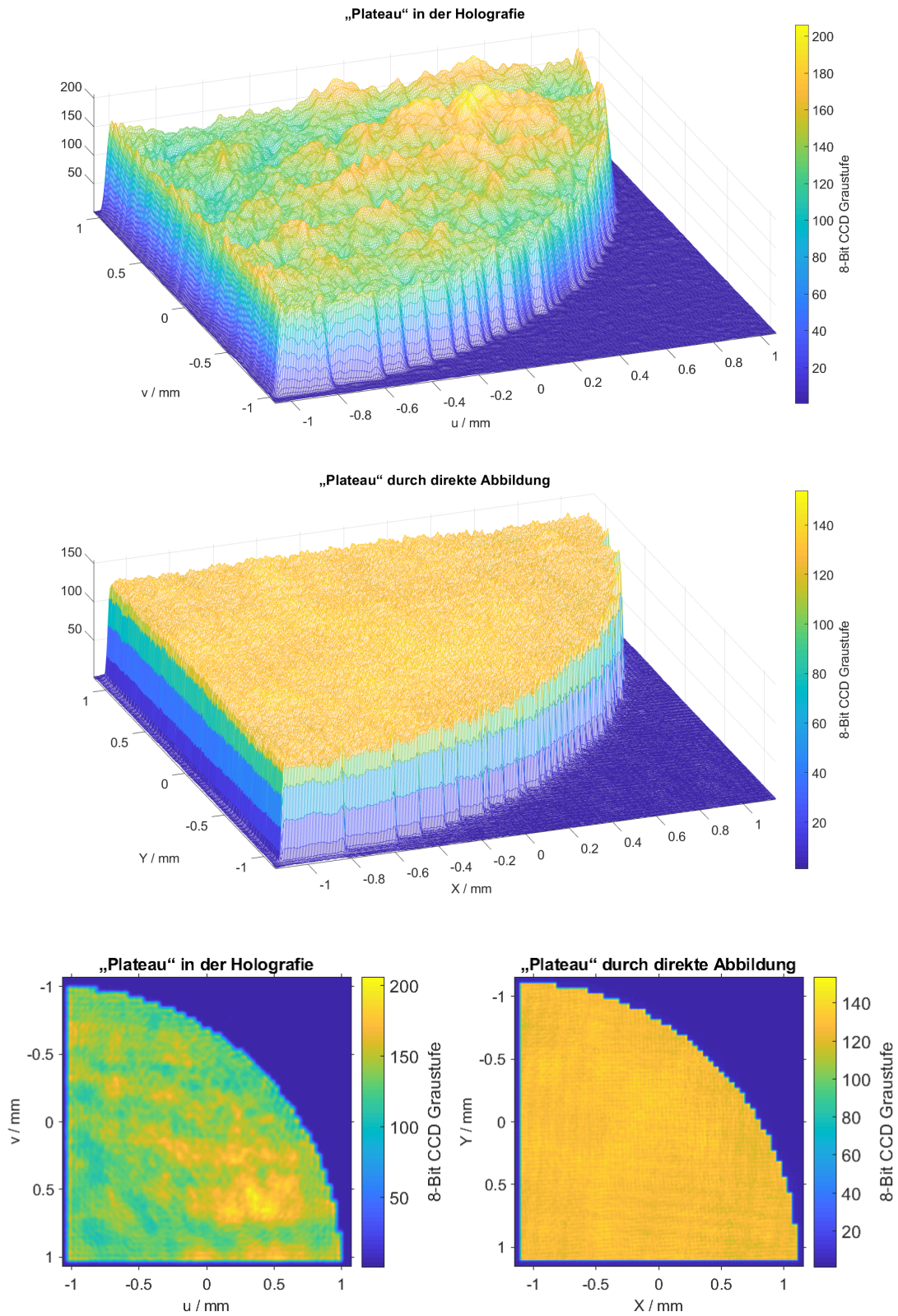


Abb. 4.10: Gemessene und gemittelte durch Holografie und direkte Abbildung erstellte Intensitätsmuster „Plateau“.

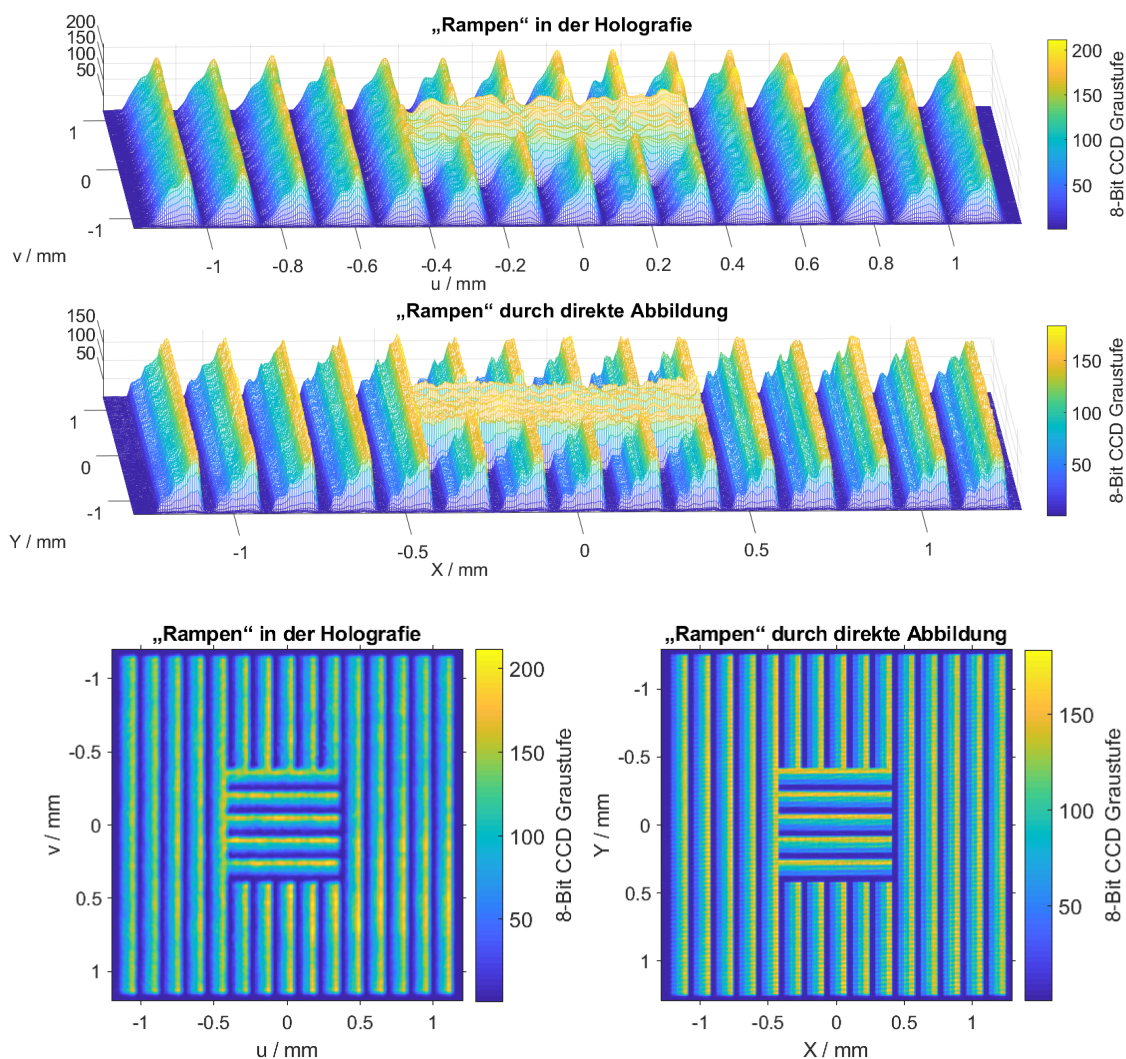


Abb. 4.11: Gemessene und gemittelte durch Holografie und direkte Abbildung erstellte Intensitätsmuster „Rampen“.

Ein erster visueller Vergleich ergibt, dass alle Muster in der gewünschten Größe erfolgreich erstellt wurden. Außerdem sieht man, dass das durch direkte Abbildung konstruierte Plateau deutlich flacher ist als in der Holografie. Wie durch die höhere Auflösung in der direkten Abbildung erwartet, sind zudem die Kanten des Plateaus abrupter und die Stufen der Rampen ausgeprägter. Dies kann man sich auch zunutze machen, um den Viertelkreis des Plateaus runder zu gestalten oder ein gleich großes Rampen-Muster mit der sechsfachen Anzahl an Stufen zu erstellen, indem die Superpixelung aufgegeben wird. Diese Muster wurden ebenfalls an unterschiedlichen Positionen der Beobachtungsebene aufgenommen, zurechtgeschnitten und gemittelt und sind in Abb. 4.12 dargestellt.

Um die Ebenheit, den Kontrast, das Signal-Rauschverhältnis sowie die im Hintergrundbereich erreichte Dunkelheit quantitativ zu beurteilen, werden innerhalb der jeweiligen Plateaus ein Signalbereich (mit Werten S) und außerhalb ein Hintergrundbereich (mit Werten B) definiert, wie dies am Holografie-Muster in Abb. 4.13 gezeigt ist (Nicht zu verwechseln mit dem Signalbereich aus dem MRAF-Algorithmus). Die anderen ausgewählten Bereiche befinden sich in Abb. 6.11 im Anhang. Der durch das Abbildungssystem glatte Übergangsbereich zwischen Plateau und Hintergrund ist dabei ausgelassen, damit die Berechnung davon unbeeinflusst bleibt.

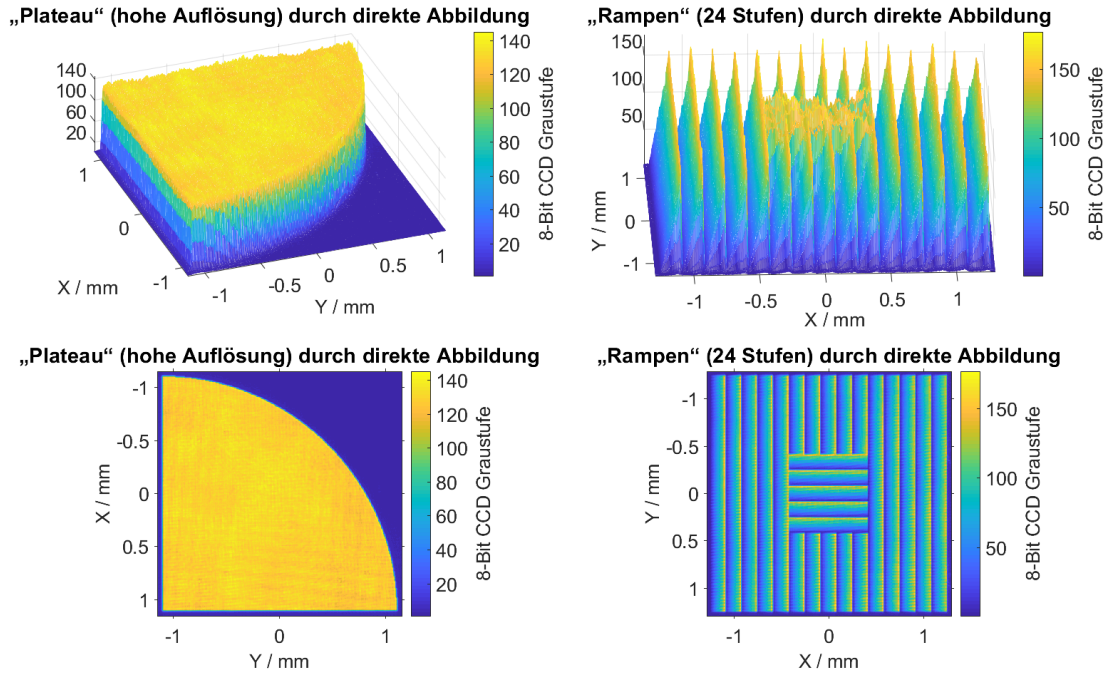


Abb. 4.12: Gemessenes und gemittelt durch direkte Abbildung erstelltes Intensitätsmuster „Plateau“ in höherer Auflösung.

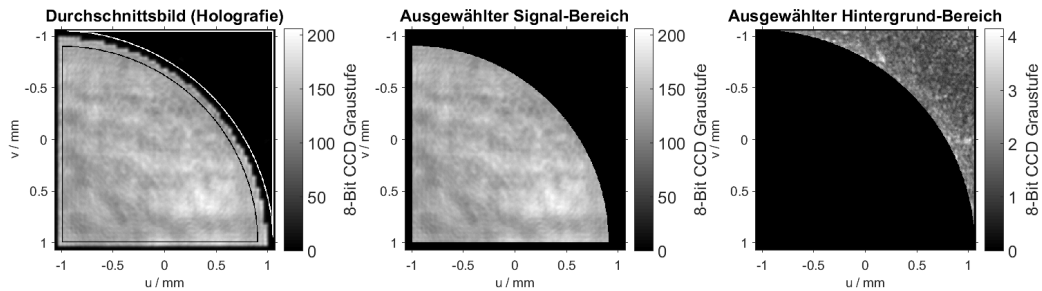


Abb. 4.13: Auswahl der Bereiche zur Auswertung des Signal- bzw. Hintergrundbereichs im „Plateau“-Muster durch Holografie.

Die Ebenheit wird durch den relativen quadratischen Mittelwert (RMS, engl. *root mean square*)

$$\text{RMS} = \frac{\text{rms}(S - \bar{S})}{\bar{S}}$$

berechnet¹. Der (Michelson) Kontrast ist

$$K = \frac{\bar{S} - \bar{B}}{\bar{S} + \bar{B}}$$

und das Signal-Rausch-Verhältnis (SNR, engl. *signal-to-noise ratio*) lässt sich durch

$$\text{SNR} = \frac{\bar{S} - \bar{B}}{\text{rms}(B - \bar{B})}$$

bestimmen und wird oft in Dezibel angegeben.

¹ rms steht hierbei für das quadratische Mittel $\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2/n}$ und der Überstrich für das arithmetische Mittel.

Um die absolute Dunkelheit des Hintergrundbereichs zu quantifizieren, wird der Mittelwert der Graustufen \bar{B} verwendet. Dieser ist jedoch abhängig von der Eingangsintensität, die somit für die Vergleichbarkeit bei allen Aufnahmen gleich gewählt werden müsste. Wie in Abschnitt 4.1 erläutert und in Abschnitt 4.2.1 berechnet, geht etwa die Hälfte des auf das Hologramm am SLM einfallenden Lichts nicht in das Muster ein. Aufgrund des für eine vergleichbare Ausnutzung der SLM-Fläche gewählten Zusammenhangs $M = 2N$ ist jedoch die zur Intensität beitragende SLM-Fläche in der Holografie viermal größer. Somit erwartet man bei einer jeweils gleichen durch den am unteren Strahlteiler gemessenen Eingangsleistung (s. Abb. 3.5) in der direkten Abbildung ein Muster mit etwa der Hälfte der Intensität des entsprechenden Holografie-Musters. Um die 256 Graustufen der CCD-Kamera in beiden Aufbauten vollständig auszunutzen, wurde die Eingangsintensität¹ entsprechend auf $201 \mu\text{W}$ im Aufbau durch direkte Abbildung bzw. $108 \mu\text{W}$ in der Holografie optimal eingestellt. Die jeweils gemessenen \bar{B} betragen 2,21 a.u. bzw. 1,76 a.u. CCD-Kamera Graustufenwerte (a. u. für engl. *arbitrary units*).

Für den Vergleich ist es nötig, einen der Messwerte auf den bei der anderen Intensität erwarteten Wert zu extrapolieren, was durch eine Kalibrierungskurve von \bar{B} gegen die Eingangsintensität erfolgen kann. Der Vollständigkeit halber wurden in beiden Aufbauten und im Signal- sowie im Hintergrundbereich eine Kalibrierungskurve erstellt. Dazu wurde das Muster „Plateau“ bei jeweils über 90 Eingangsintensitäten aufgenommen (Abb. 6.6 und 6.10 im Anhang). Mit den im Anhang in Abb. 6.12 enthaltenen Kalibrierungskurven und deren Geradenanpassungen mit den in Tab. 6.2 gelisteten Parametern ergibt sich für die Dunkelheit in der Holografie der für die Eingangsintensität in der direkten Abbildung hochgerechnete Wert von $(3,47 \pm 0,08)$ a.u. (Kalibrierungskurve des Hintergrundbereichs der Holografie). Der Hintergrundbereich im Aufbau der direkten Abbildung ist somit 36 % dunkler. Um die Angaben der Dunkelheit nicht in von der Kamera abhängigen Einheiten anzugeben, wird eine Kalibrierungskurve der auf die Kamera einfallenden Leistung in Funktion der in einem Plateau durchschnittlich gemessenen Graustufe erstellt (Abb. 6.13 im Anhang). Der Anteil der den Hintergrundbereich ausleuchtenden Leistung von der Eingangsleistung² lässt sich damit errechnen und ist zusammen mit den RMS, dem SNR und dem Kontrast in Tab. 4.1 aufgeführt.

	Holografie	Simulation der Holografie	Direkte Abbildung
RMS Signalbereich	11 %	2,6 %	3,2 %
RMS Hintergrundbereich	26 %	49 %	20 %
SNR	24,8 dB	28,5 dB	24,6 dB
Kontrast	97,6 %	99,4 %	96,6 %
Dunkelheit als Anteil der Eingangsintensität ³	$3,2 \cdot 10^{-5}$	$1,1 \cdot 10^{-5}$	$2,2 \cdot 10^{-5}$

Tab. 4.1: Übersicht über die errechneten relativen Ebenheits-RMS im Signal- und Hintergrundbereich, des SNR, des Kontrasts und der Dunkelheit des Hintergrunds.

Zum Vergleich sind auch die in Abb. 4.14 dargestellten Ergebnisse der Simulation der Holografie aufgeführt. Es ist zu erkennen, dass die Messung ein raueres Plateau und einen schlechteren Kontrast und Hintergrund liefert. Bei der Simulation ist man jedoch von einem idealen SLM mit voller Beugungseffizienz und ohne Phasenfehler ausgegangen, sodass dies nicht überraschend ist. Die Simulation verdeutlicht jedoch die Leistungsfähigkeit des SOMRAF-Algorithmus. Da bei der direkten Abbildung ausschließlich Glättungseffekte simuliert wurden, wären Angaben von diesen Größen nicht sinnvoll.

¹ Die für die Eingangsintensität angegebenen Zahlenwerte beziehen sich immer nur auf die vom Strahlteiler abgezweigten 30 % und wurden genau genommen als Leistung gemessen. ² Hier sei erneut angemerkt, dass die Eingangsleistung die vom Strahlteiler abgezweigten 30 % Leistung angibt. ³ Für die simulierte Dunkelheit in der Holografie wurde die durchschnittliche (normierte) Intensität von 0,289 % mit der gemessenen mittleren Plateau-Höhe multipliziert (142,2 a.u.).

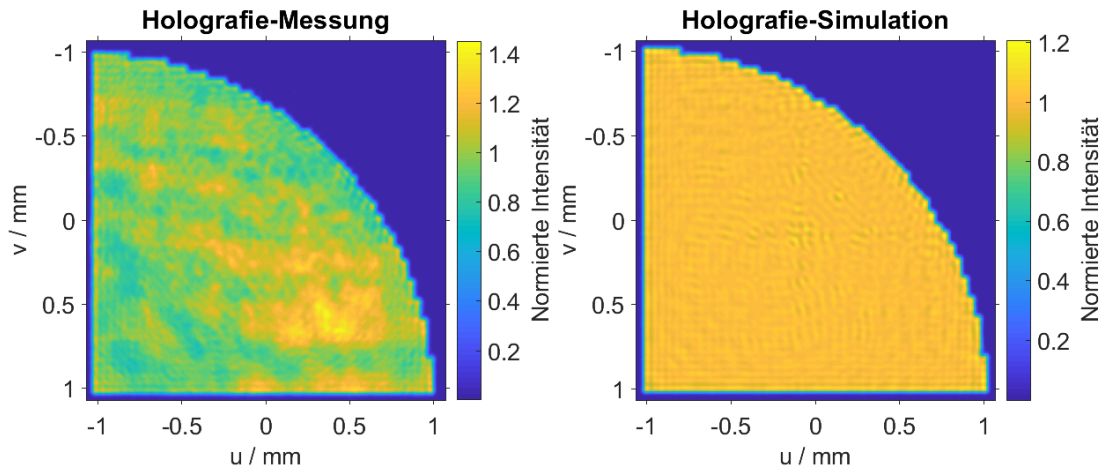


Abb. 4.14: Vergleich der Messung und der interpolierten Simulation des Plateau-Musters in der Holografie.

Neben der Kalibrierung ermöglichen es die dafür gemachten Aufnahmen auch, die Abhängigkeit der ermittelten Größen von der Eingangsintensität festzustellen. Bei jeder Intensität wurde dabei jeweils nur eine Aufnahme gemacht, sodass Hintergrundinterferenzen nicht herausgemittelt werden konnten. Deshalb ist der RMS größer und das SNR kleiner als in der Hauptmessreihe. Die in Abb. 4.15 gezeigten Verläufe zeigen, dass die Kenngrößen ab einer gewissen Eingangsintensität wie erwartet konstant sind, bei niedrigeren Intensitäten jedoch stark abweichen, was lediglich eine Folge des geringen Abtastens der CCD-Kamera ist.

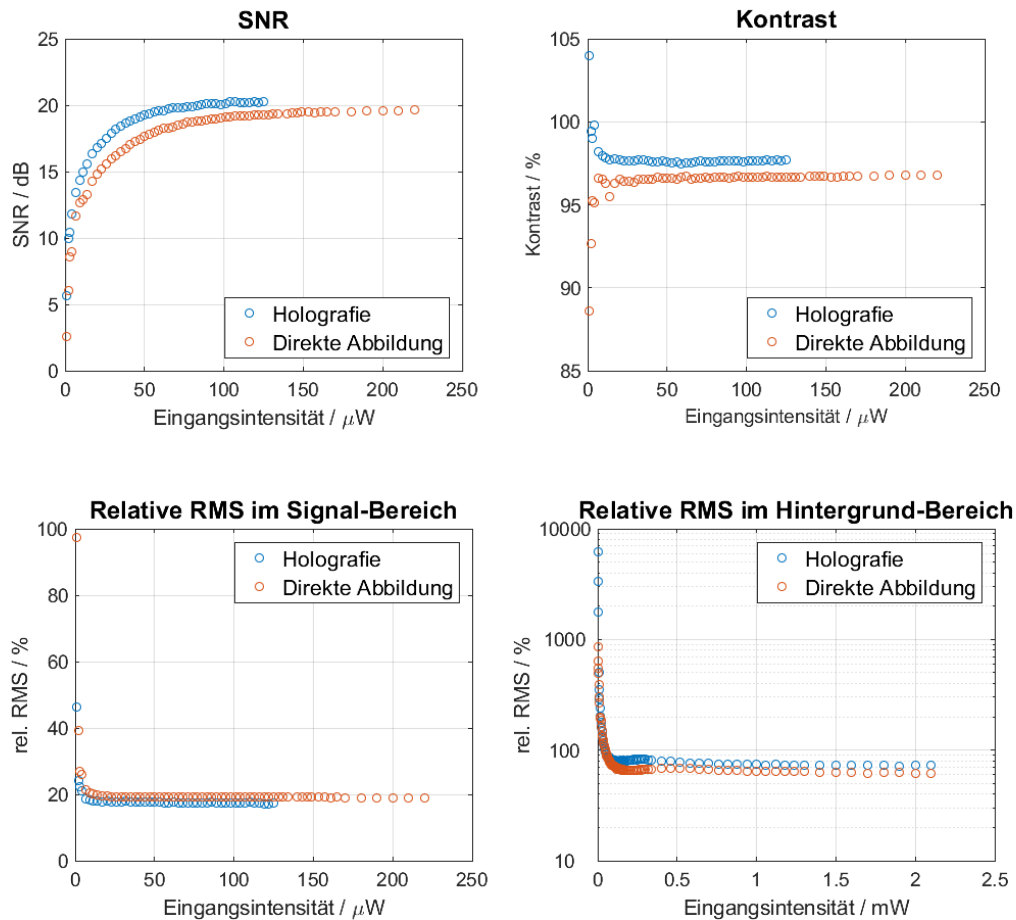


Abb. 4.15: Abhängigkeit der RMS, des SNR und des Kontrasts von der Eingangsintensität.

Um die Qualität der Intensitätsmuster an Kanten und kleinen Strukturen zu analysieren, wurden die Muster „Rampen“ verwendet. Diese werden normiert, um einen Vergleich mit den Simulationen zu ermöglichen, über die äußeren Rampen gemittelt und in Abb. 4.16 dargestellt. Die ausgewählten Bereiche für die Mittelung befinden sich im Anhang in Abb. 6.14. In der Holografie stimmen die Messungen sehr gut mit der Simulation überein. Die Übergänge von maximaler zu minimaler Intensität sind jedoch im Vergleich zur direkten Abbildung deutlich geglätteter. Die höhere Auflösung der direkten Abbildung erlaubt es außerdem ein Rampen-Muster mit deutlich mehr Stufen pro Rampe zu erstellen.

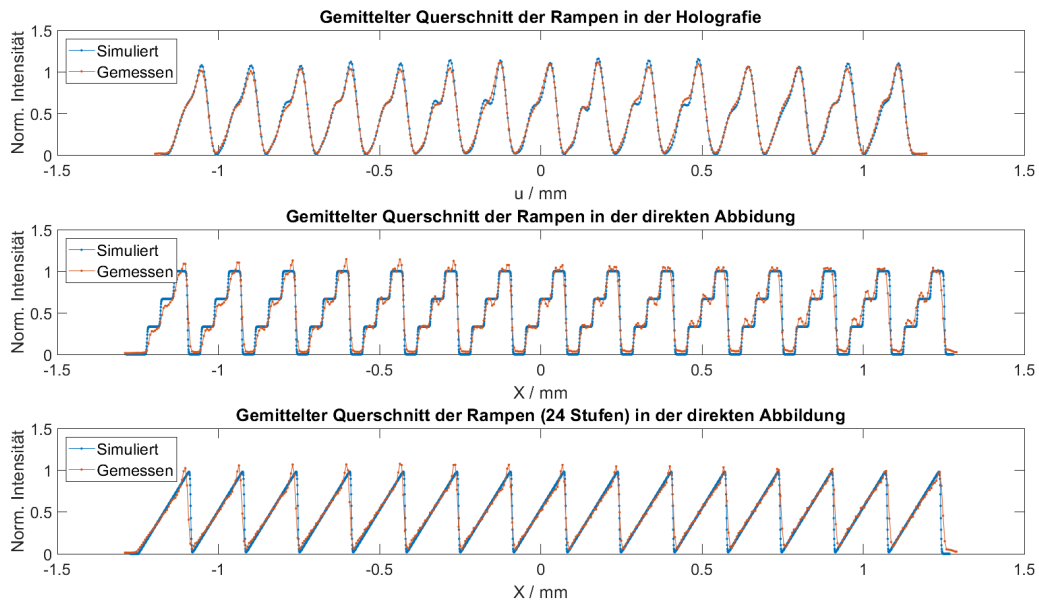


Abb. 4.16: Durch Holografie und direkte Abbildung gemessene und gemittelte Rampen und deren Simulation.

4.5 Vergleich der Holografie und der direkten Abbildung

Die Messungen haben gezeigt, dass sich die im DQSIM-Experiment benötigten Intensitätsmuster am zuverlässigsten durch direkte Abbildung erstellen lassen. Diese erreicht eine bessere Ebenheit und einen dunkleren Hintergrund bei annähernd gleichem Kontrast und Signal-Rausch-Verhältnis. Außerdem ist generell eine höhere Auflösung möglich, die etwa dazu genutzt werden kann, weit größere Muster in der Atom- bzw. Beobachtungsebene zu erzeugen, da ein Pixel nicht kleiner als der Abbe-Radius des Mikroskopobjektivs abgebildet werden muss. Zudem ist es nicht notwendig, im Voraus ein Hologramm zu berechnen und es gibt keinen den Hintergrundbereich umrandenden Rauschbereich.

Wie anhand der Kalibrierungskurven in Abb. 6.12 ersichtlich, geht im holografisch erzeugten Plateau mehr von der Eingangsintensität in das Muster ein als im Aufbau durch direkte Abbildung. Dies ist jedoch je nach Muster unterschiedlich: In der Holografie wird das gesamte einfallende Licht in das Muster (und in den Rauschbereich) gebeugt, sodass die Holografie insbesondere für Intensitätsmuster geeignet sein könnte, die insgesamt nur wenige helle Bereiche beinhalten, etwa ein aus einzelnen Gitterplatz-großen Punkten bestehendes Muster. Die absolute Dunkelheit des Hintergrunds wäre aufgrund der für ein solches Muster niedrigen benötigten Eingangsintensität auch gering. Im Aufbau der direkten Abbildung wird in jedem dunklen Bereich das auf den SLM fallende Licht durch den Analysator blockiert. Somit eignet sich die direkte Abbildung besser für Muster, die innerhalb ihrer Ausdehnung genug helle Bereiche beinhalten.

Entscheidende Faktoren können auch technisch-experimentelle Gründe sein. So ist der Aufbau durch direkte Abbildung anfälliger für ungewollte Interferenzmuster. Die Holografie ist außerdem für

die Justage äußerst hilfreich.

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden die Grundlagen zur experimentellen Nutzung des SLM erarbeitet. Die Beugung von Licht an einer beliebigen Apertur, beschrieben durch das Beugungsintegral, lässt sich im Fernfeld durch die Fraunhofer-Beugung approximieren. Diese entspricht einer Fourier-Transformation der Transmissionsfunktion und kann auch in der rückseitigen Brennebene einer Linse erzeugt werden, wenn sich diese jeweils im Abstand ihrer Brennweite von der Objekt- bzw. Brennebene befindet. Das Airy-Scheibchen ist beispielsweise das Fraunhofer-Beugungsmuster der Kreisapertur. Anhand der Abbe'schen Bildentstehungstheorie, nach der für die Entstehung eines Bildes mindestens zwei Beugungsordnungen notwendig sind, lässt sich die vom Linsendurchmesser abhängige Auflösungsgrenze in der direkten Abbildung ableiten. Auch lässt sich verstehen, weshalb die Auflösungsgrenze in der Holografie von der Apertur am SLM abhängig ist. Durch das Konzept der Punktspreizfunktion (PSF) kann die Abbildung eines optischen Systems einschließlich Aberrationen beschrieben und auch im Fourierraum untersucht werden.

Der LCoS SLM besteht aus einer LC-Schicht, an die pixelweise eine Spannung angelegt werden kann. Dadurch lässt sich die Orientierung der LC-Moleküle in einer Ebene verändern und somit der effektive Brechungsindex einer Polarisationskomponente des einfallenden und reflektierten Lichts modulieren. Da dies eine proportionale Phasenverzögerung bewirkt, lässt sich dadurch Phasenmodulation von parallel zur optischen Achse des SLM polarisiertem Licht bewerkstelligen. Wählt man eine weitere geeignete Polarisationsanordnung, so lässt sich auch die Amplitude des einfallenden Lichtes modulieren. Durch die Phasenmodulation kann ein Intensitätsmuster durch Holografie im Fernfeld des SLM erzeugt werden. Anhand der Amplitudenmodulation kann das Muster durch direkte Abbildung in die Beobachtungsebene gebracht werden. Für den direkten Vergleich und die Übertragung der Ergebnisse auf das DQSIM-Experiment wurden entsprechende experimentelle Parameter für die Anordnungen erarbeitet.

Für die Holografie war es zunächst nötig, Hologramme zu berechnen, die nach Fourier-Transformation das gewünschte Intensitätsmuster ergeben. Dafür wurde der SOMRAF-Algorithmus verwendet. Die holografische Mustererstellung wurde durch geeignete Interpolation simuliert. In der direkten Abbildung wurde die Glättung des Musters durch den Crosstalk-Effekt und die Beugung an der Abbildungslinse simuliert. Die Justierung der Anordnungen wurde anschließend durch die Auswertung der PSF und das Bestimmen des Strehl-Verhältnisses sowie die Messung des Extinktionsverhältnisses überprüft, sodass die Aufnahmen der Testmuster gemacht werden konnten.

Die direkte Abbildung liefert mit einer RMS-Ebenheit von 3,2 %, verglichen mit 11 % in der Holografie, und einem um ein Drittel dunkleren Hintergrund bei ähnlichem Kontrast und Signal-Rausch-Verhältnis von etwa 97 % bzw. 25 dB bessere Intensitätsmuster. Weitere Vorteile sind, dass im Vorfeld keine Hologramme berechnet werden müssen und eine höhere Auflösung möglich ist. Allerdings kann es sinnvoll sein, die Holografie für Intensitätsmuster zu verwenden, die nur wenige helle Bereiche enthalten, da stets etwa die Hälfte der Eingangsintensität in das Muster einfließen (ohne den Rauschbereich). In der direkten Abbildung wird nur der die hellen Bereiche des Musters ausmachende Anteil der Eingangsintensität durchgelassen. Die Ergebnisse zeigen auch die langfristige Gültigkeit der Charakterisierungen und Kompensationen der Fertigungsbeschränkungen des SLM durch [25].

In einem nächsten Schritt könnten beide Methoden jeweils unabhängig voneinander weiter optimiert werden. In der direkten Abbildung könnte etwa zur Erzeugung eines Musters die gesamte Fläche des SLM verwendet werden und ein weiträumiger dunkler Hintergrundbereich durch Platzieren einer der aktiven Fläche des SLM entsprechenden absorbierenden Apertur vor dem SLM erzeugt werden. Ein Platz sparerer Aufbau ist für die Amplitudenmodulation ebenfalls durch Platzieren eines polarisierenden Strahlteilers und eines $\lambda/2$ -Plättchens unmittelbar vor dem SLM möglich.

Das verwendete Plateau-Muster ist dem Rahmenwerk [4] zur Erstellung von topologischen Isolatoren¹ unter Verwendung des DQSIM-Aufbaus entnommen. Darin wurde die Zeitentwicklung eines Walkers auf einer topologischen Kante des Viertelkreises basierend auf dem darin erarbeiteten Floquet-Phasenaufprägungsschema simuliert. Dies kann nun durch die mit dem SLM erstellten Intensitätsmuster experimentell untersucht werden.

¹ Topologische Isolatoren verhalten sich in ihrem Inneren wie ein elektrischer Isolator, aber auf ihrer Oberfläche (bzw. an den Kanten) leitend.

Anhang

A.1 Berechnete Hologramme und Simulationen

Steigung der quadratischen Anfangsphasenschätzung	0,45 bzw. 0,48 mrad/Pixel ² (für Plateau und Rampen)
Größe des Rauschbereichs	40 % der Hologramm-Kantenlänge
OMRAF-Offset	0,5 % der maximalen Musterintensität
Breite des 20 × 20 gaußschen Kerns	0,5 SLM-Pixel

Tab. 6.1: Optimierte Parameter der Algorithmen zur Berechnung der Hologramme.

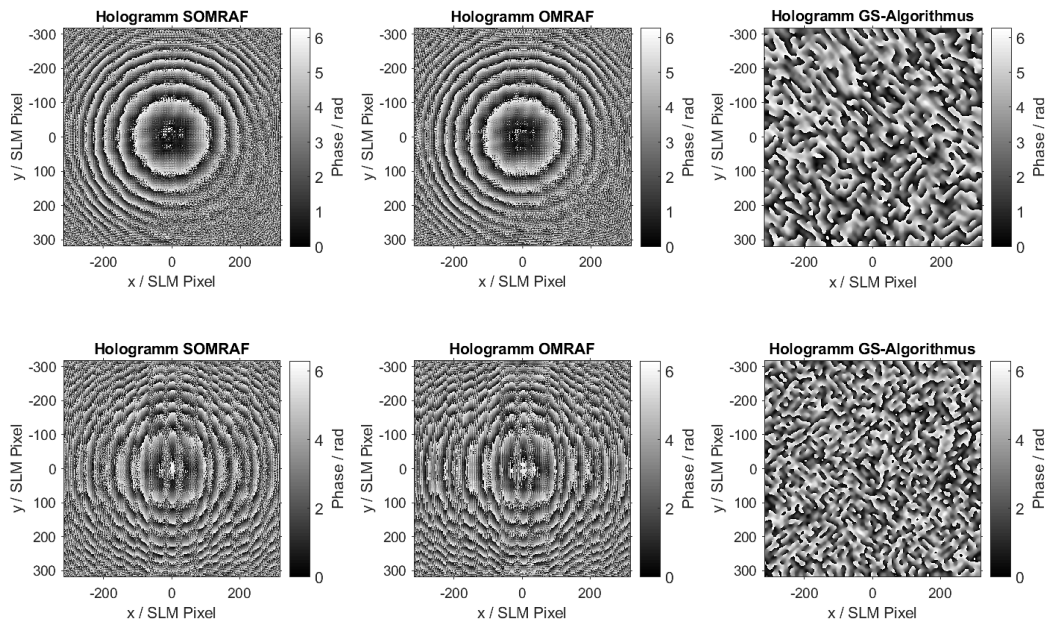


Abb. 6.1: Die berechneten Hologramme der Muster „Plateau“ (oben) und „Rampen“ (unten).

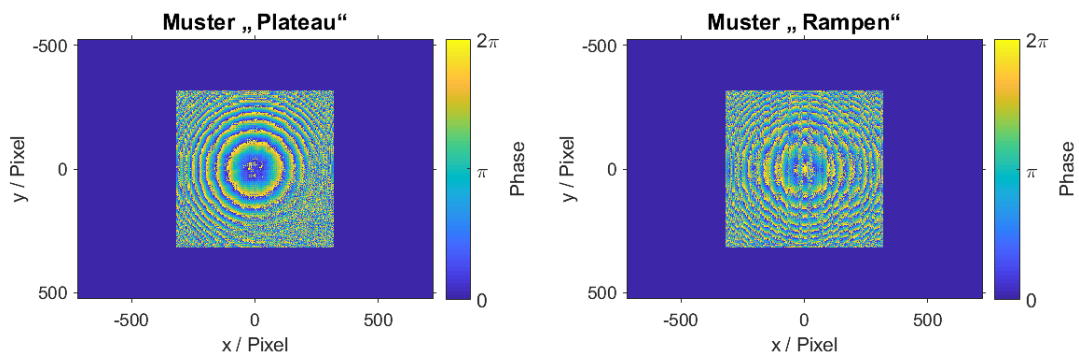


Abb. 6.2: Mit dem SOMRAF-Algorithmus berechnete Hologramme der Muster „Plateau“ und „Rampen“. Diese sind in eine Nullmatrix der Größe des SLM 1050 × 1440 eingebettet.

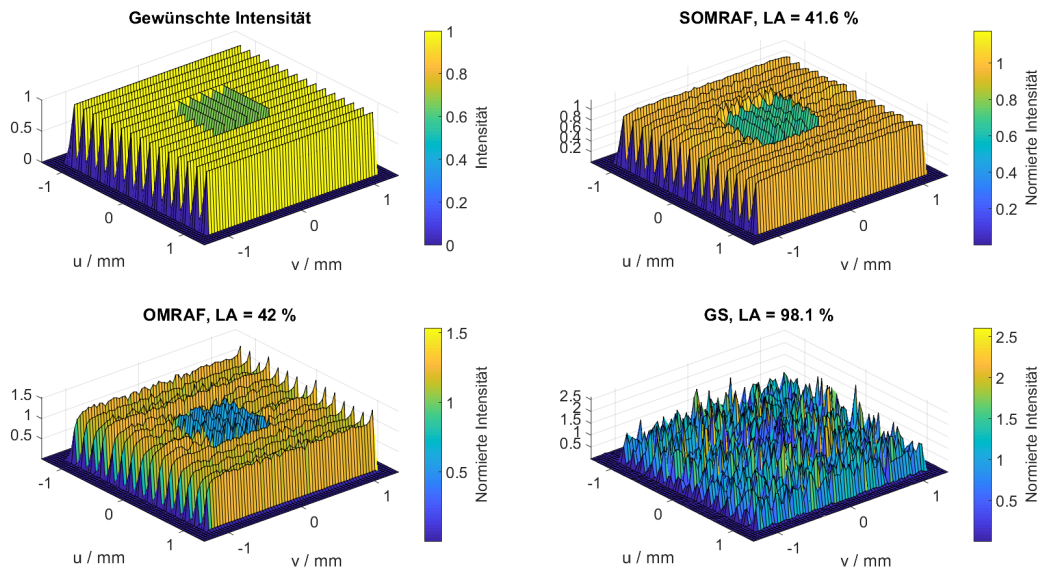
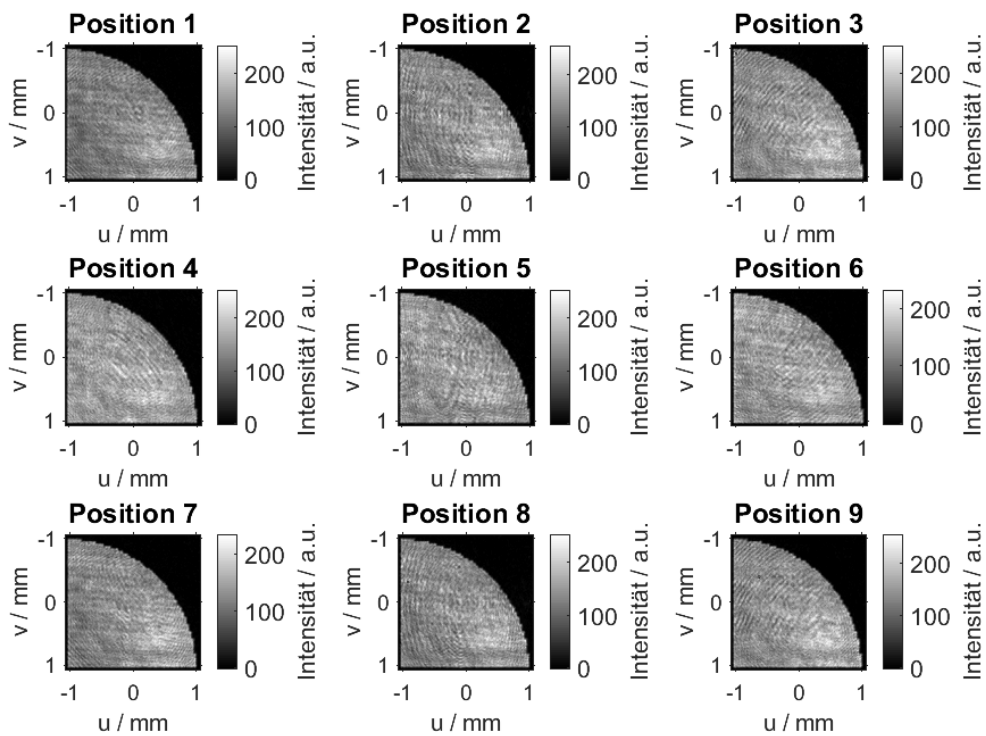


Abb. 6.3: Vergleich des durch die Algorithmen generierten und rekonstruierten Musters „Rampen“. Alle Intensitäten wurden auf die Zielintensität normiert. Die Lichtausbeute (LA) ist angegeben.

A.2 Aufnahmen in der Holografie



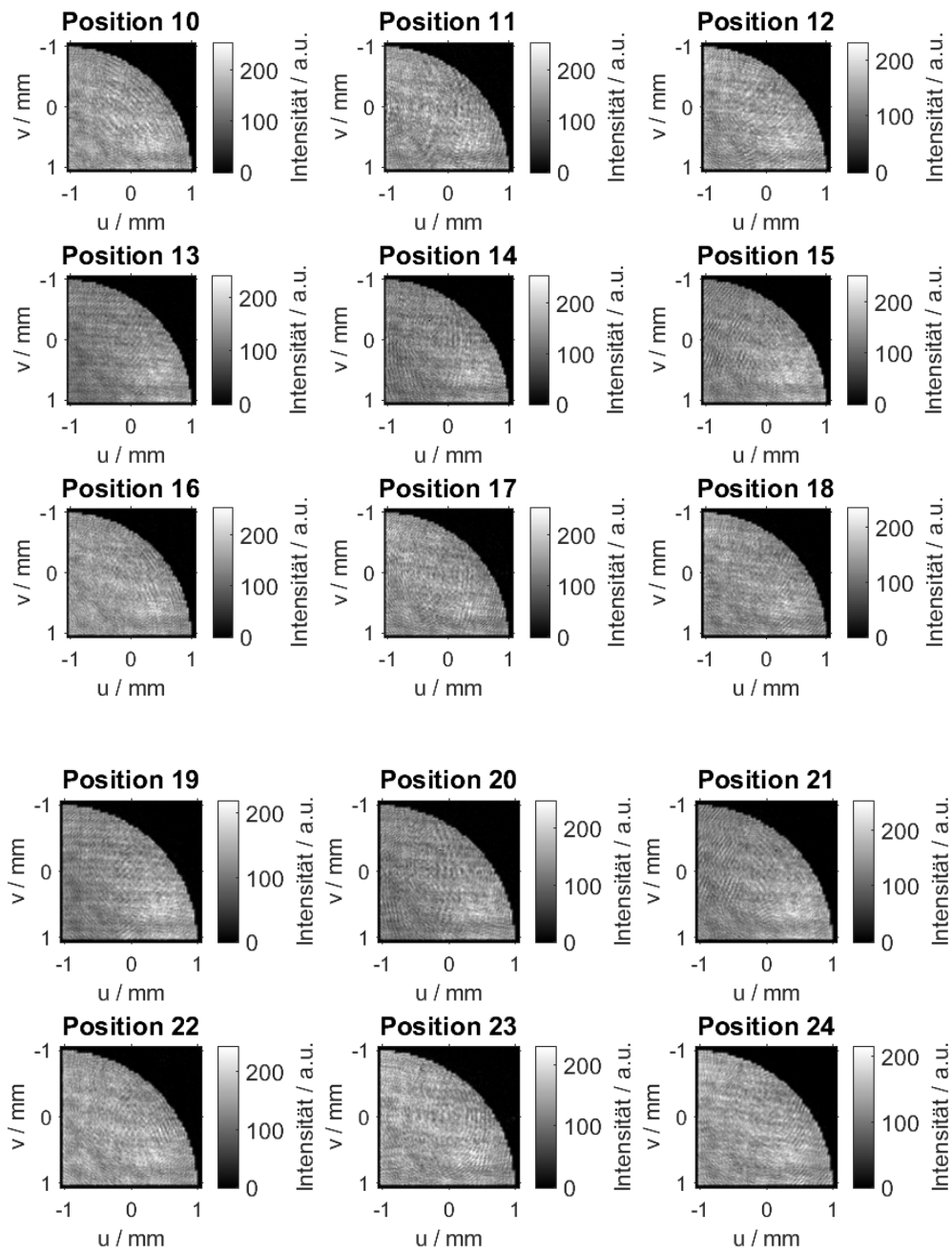


Abb. 6.4: Zugeschnittene CCD-Kameraaufnahmen des Musters „Plateau“.

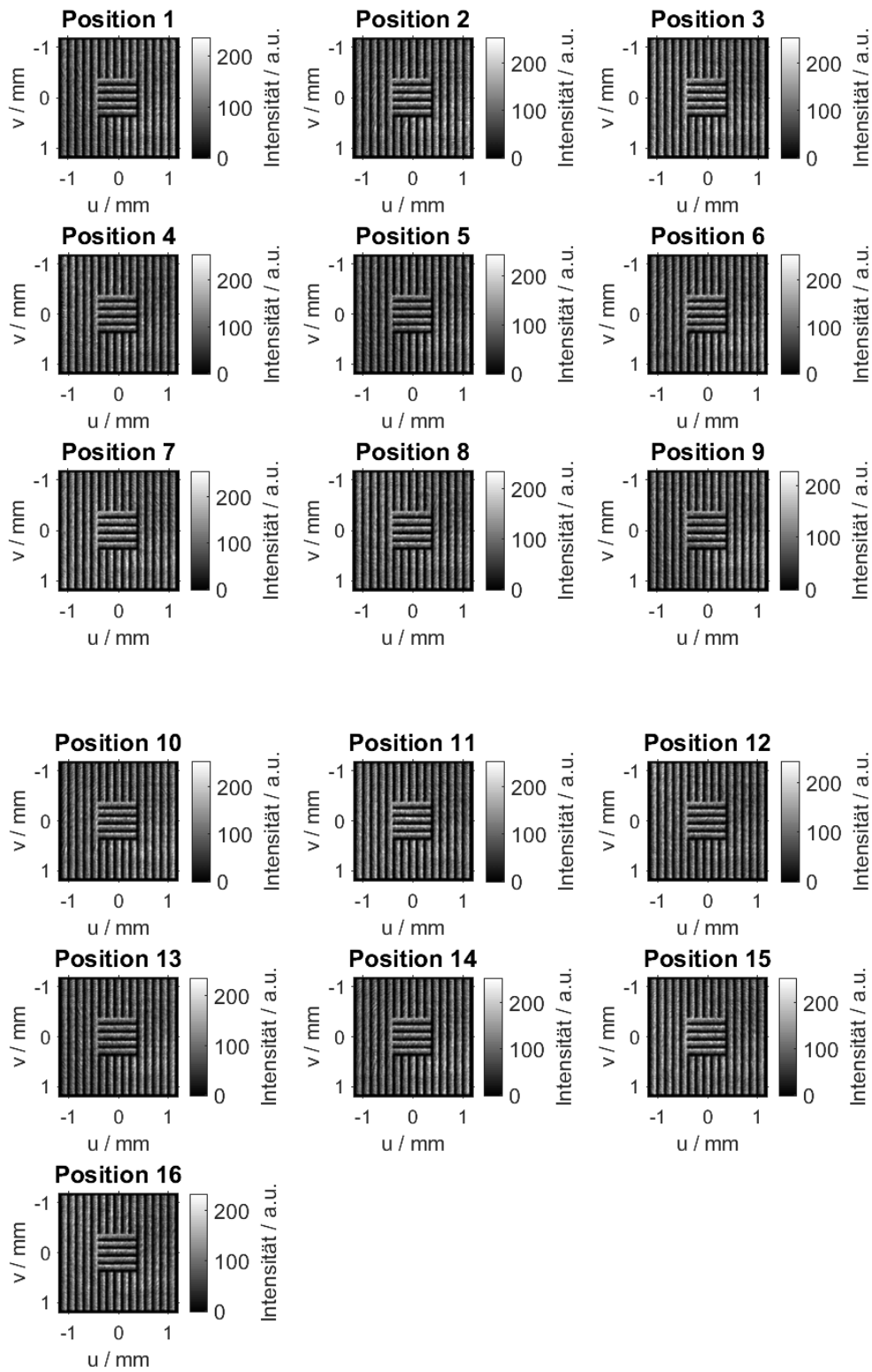


Abb. 6.5: Zugeschnittene CCD-Kameraaufnahmen des Musters „Rampen“.

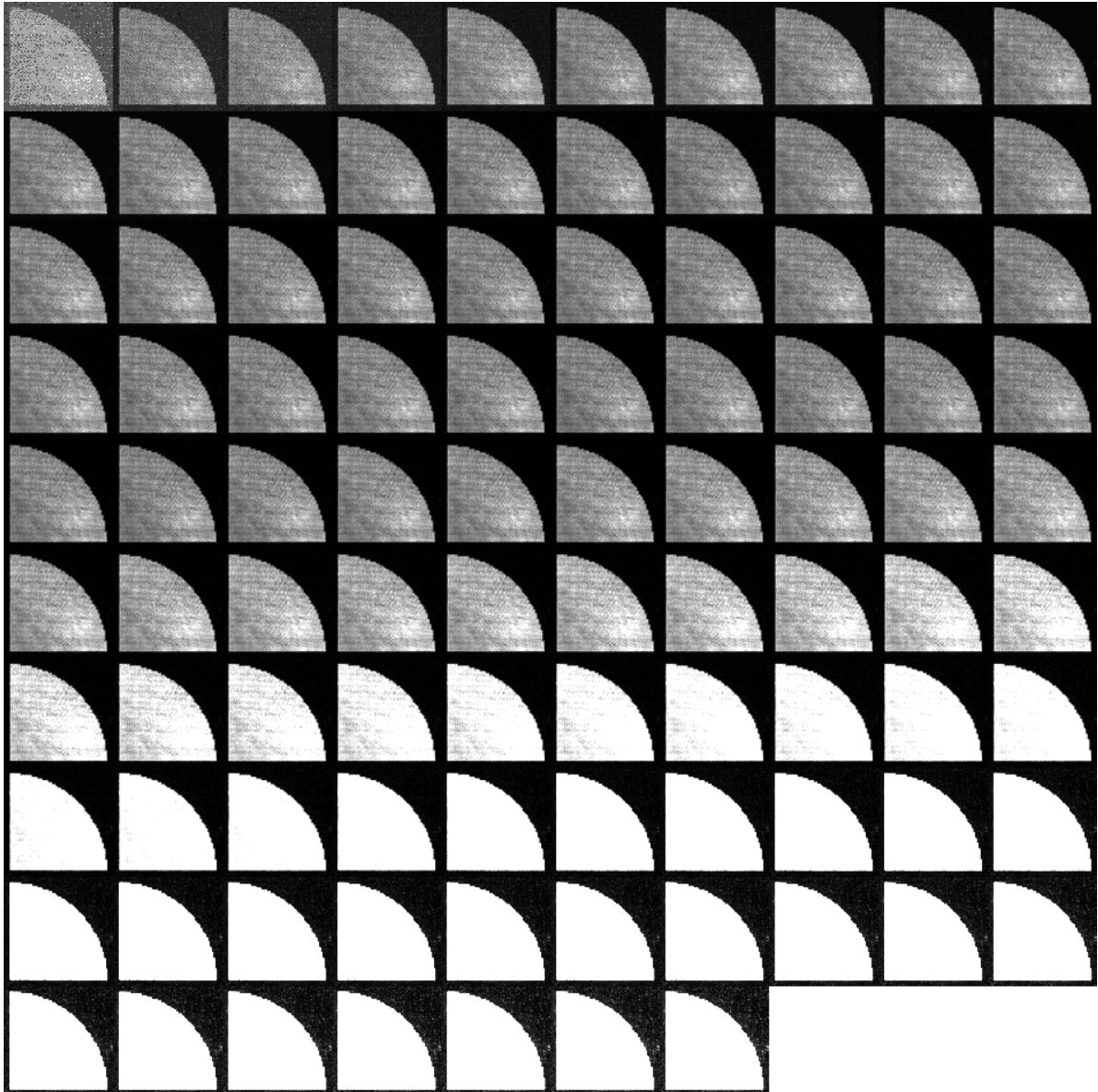


Abb. 6.6: Zugeschnittene CCD-Kameraaufnahmen des Musters „Plateau“ bei Eingangsintensitäten bis 2,1 mW für die Intensitätskalibrierung. Achsenbeschriftungen sowie Farbskala wurden aus Platzgründen weggelassen.

A.3 Aufnahmen im Aufbau durch direkte Abbildung

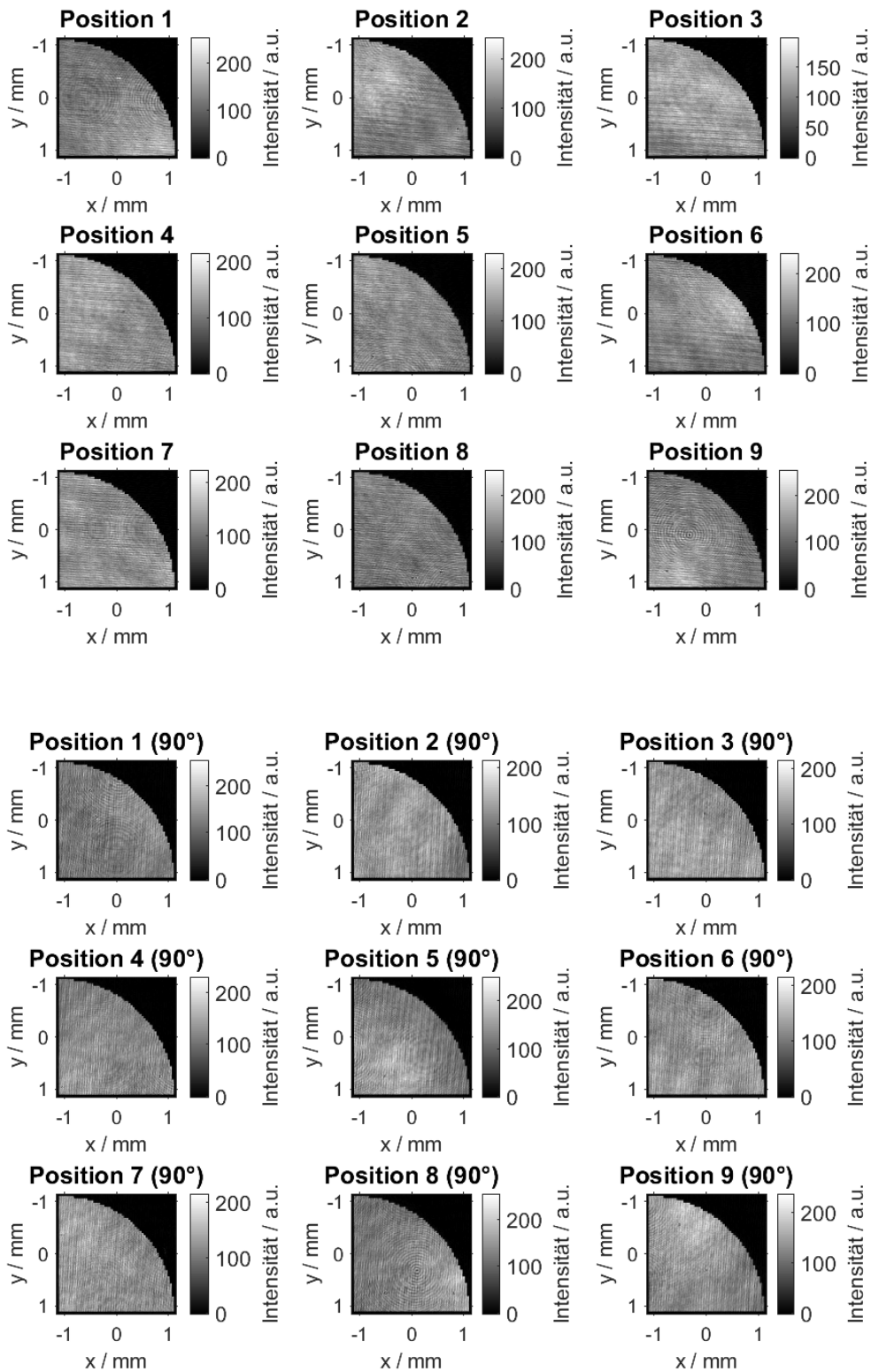


Abb. 6.7: Zugeschnittene CCD-Kameraaufnahmen des Musters „Plateau“ mit Superpixeln, wobei diese auch jeweils um 90° gedreht aufgenommen wurden. Für die Darstellung wurden diese zurückgedreht.

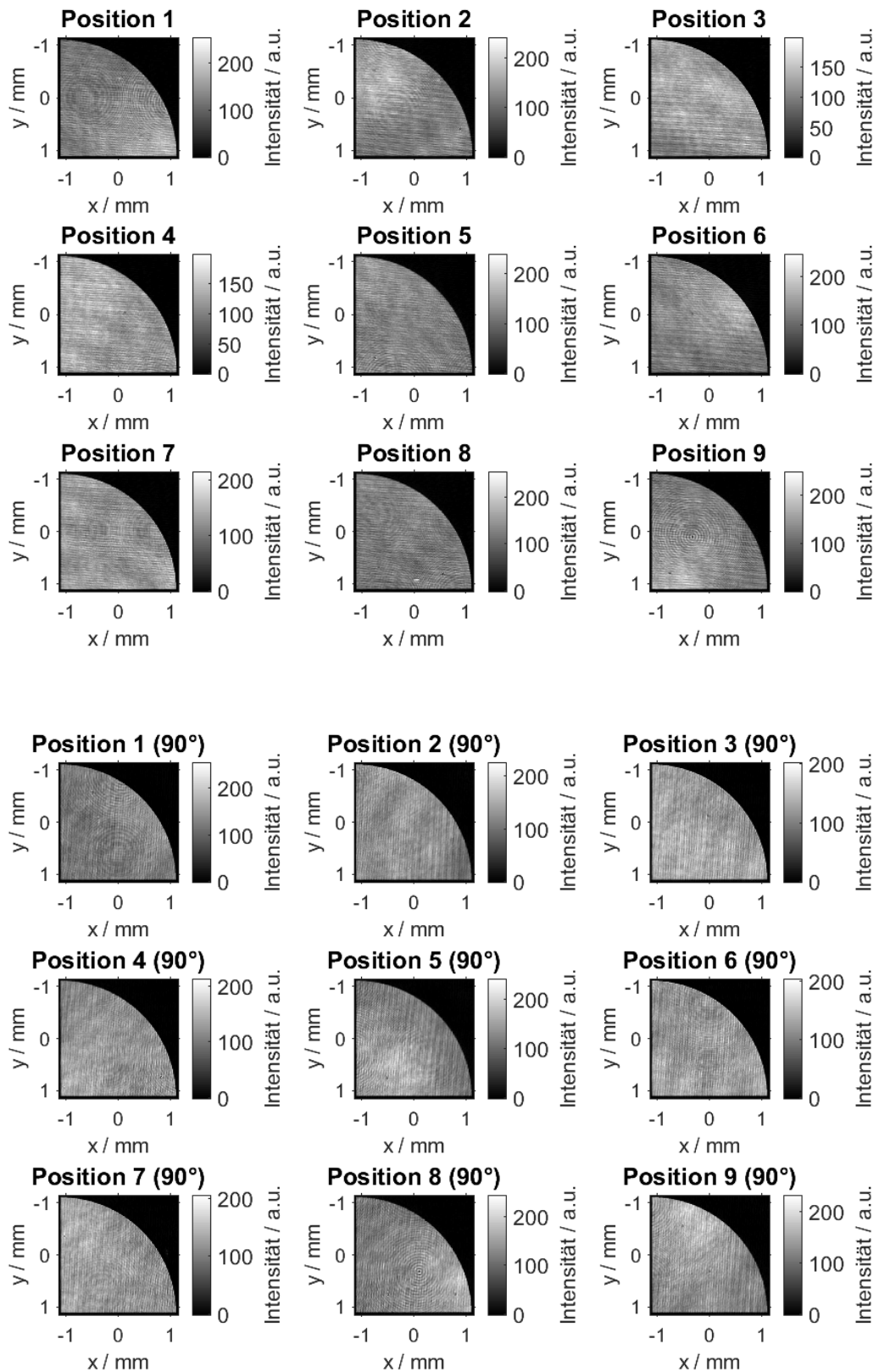


Abb. 6.8: Zugeschnittene CCD-Kameraaufnahmen des Musters „Plateau“ ohne Superpixel, wobei diese auch jeweils um 90° gedreht aufgenommen wurden. Für die Darstellung wurden diese zurückgedreht.

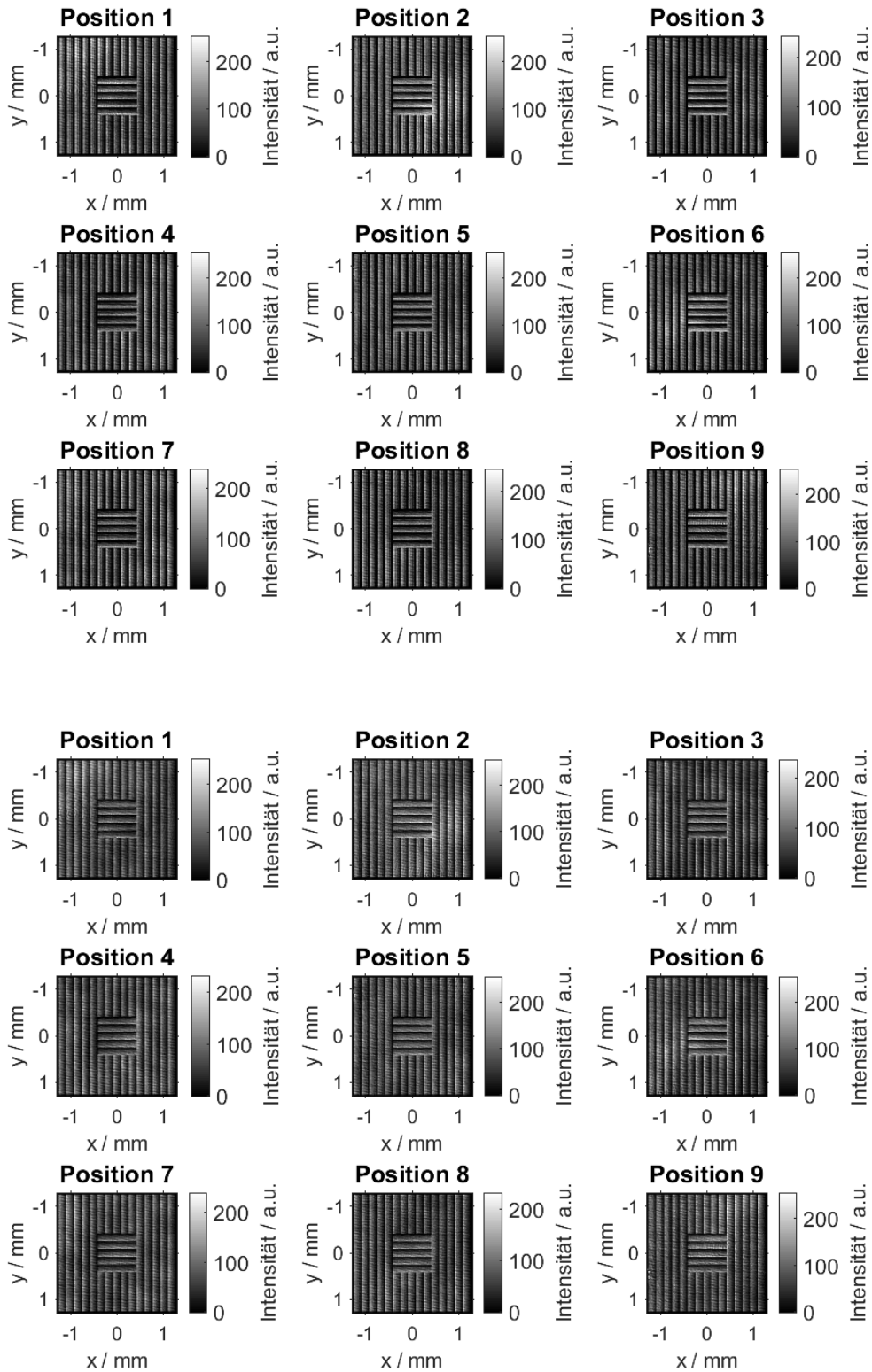


Abb. 6.9: Zugeschnittene CCD-Kameraaufnahmen des Musters „Rampen“, wobei die ersten neun Aufnahmen 4 diskrete Rampenstufen und die restlichen neun 24 Rampenstufen haben.

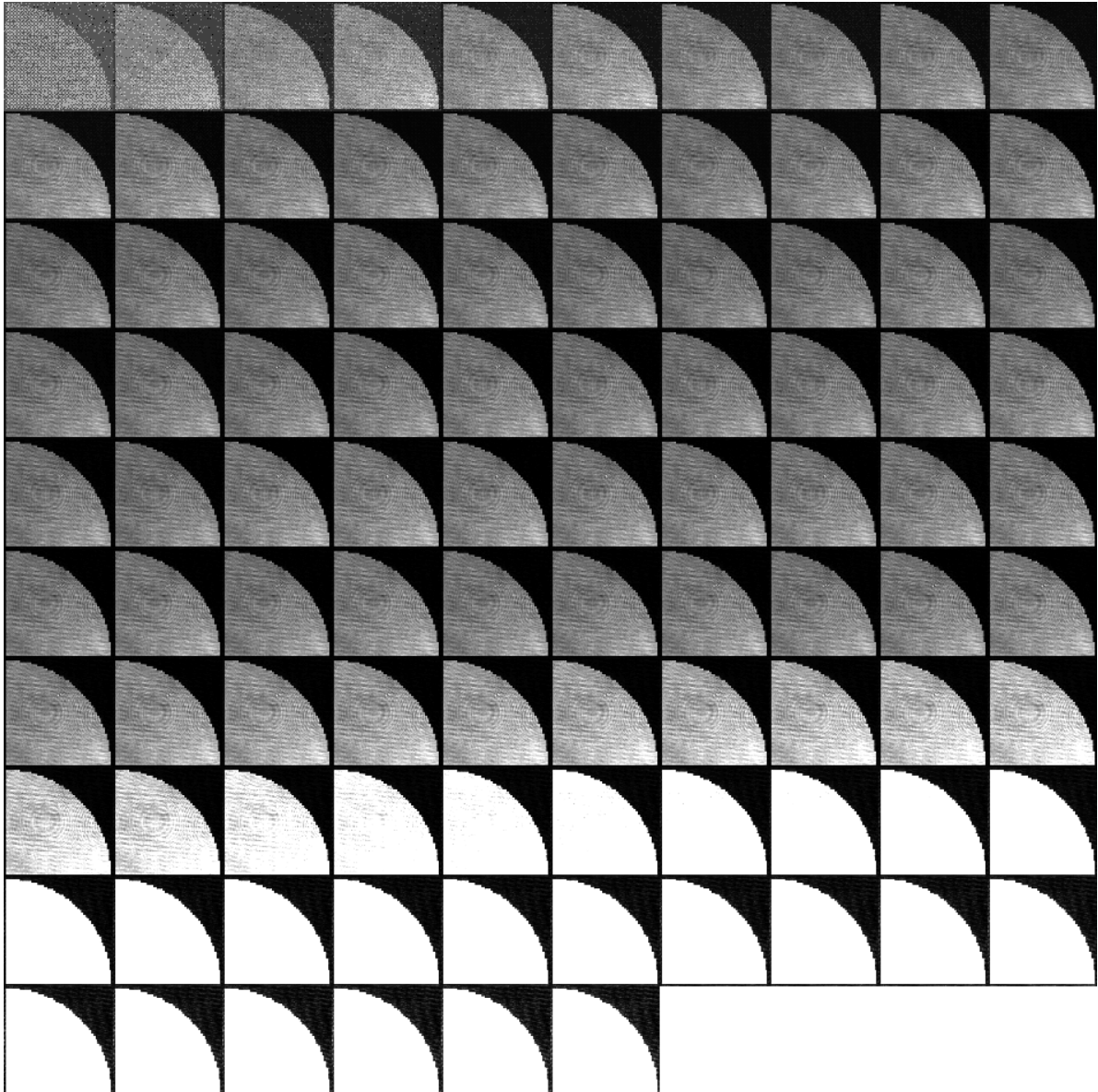


Abb. 6.10: Zugeschnittene CCD-Kameraaufnahmen des Musters „Plateau“ bei Eingangsintensitäten bis 2,1 mW für die Intensitätskalibrierung. Achsenbeschriftungen sowie Farbskala wurden aus Platzgründen weggelassen.

A.4 Auswertung

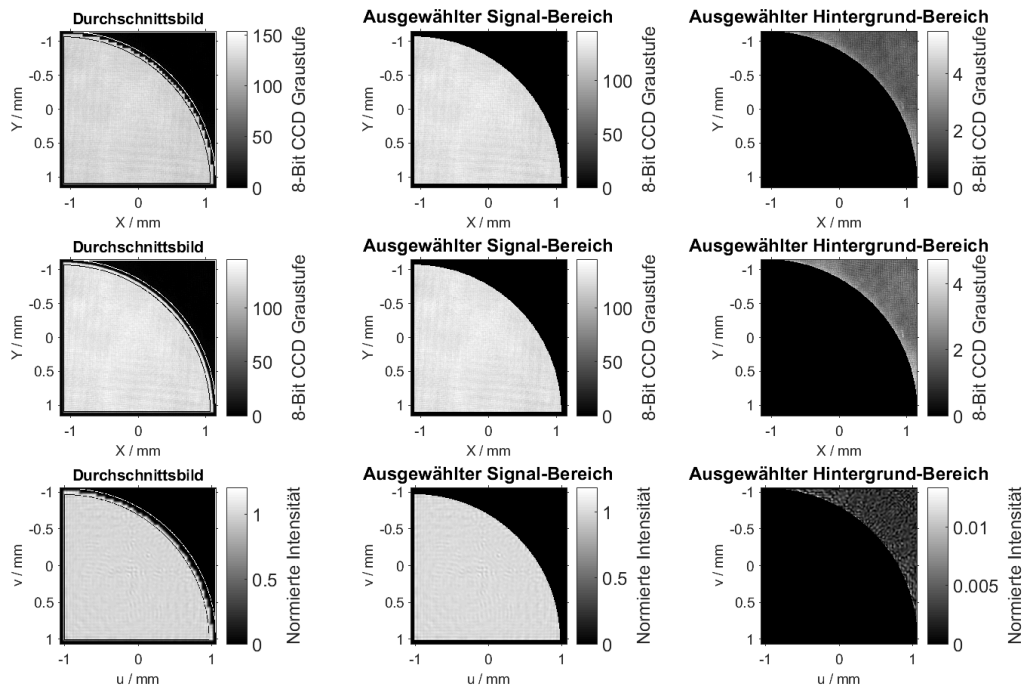


Abb. 6.11: Auswahl der Bereiche zur Auswertung des Signal- bzw. Hintergrundbereichs im „Plateau“-Muster durch direkte Abbildung (auch höhere Auflösung) und in der untersten Reihe die Holografie-Simulation.

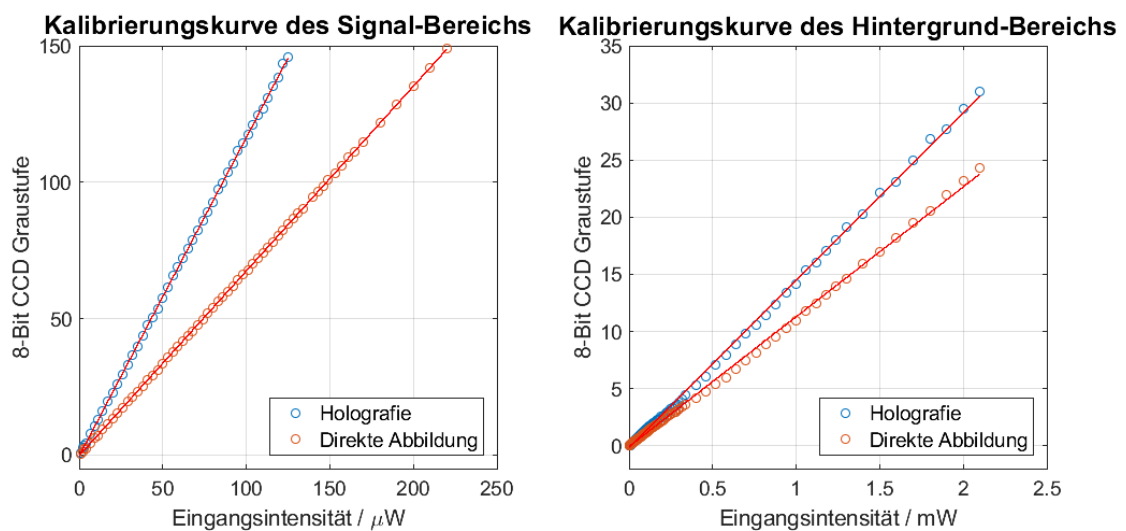


Abb. 6.12: Kalibrierungskurven der durchschnittlichen Intensität im Signal- bzw. Hintergrundbereich in CCD-Kamera Graustufenwerten gegen die Eingangsintensität in der Holografie und der direkten Abbildung.

	Holografie	Direkte Abbildung
Steigung (Signalbereich)	$(1,168 \pm 0,004)$ a.u./ μ W	$(0,677 \pm 0,001)$ a.u./ μ W
Ordinatenabschnitt (Signalbereich)	$(-0,4 \pm 0,3)$ a.u.	$(-0,26 \pm 0,10)$ a.u.
R^2 (Signalbereich)	0,9999	1,0000
Steigung (Hintergrundbereich)	$(0,014\ 65 \pm 0,000\ 09)$ a.u./ μ W	$(0,011\ 36 \pm 0,000\ 07)$ a.u./ μ W
Ordinatenabschnitt (Hintergrundbereich)	$(-0,18 \pm 0,06)$ a.u.	$(-0,07 \pm 0,05)$ a.u.
R^2 (Hintergrundbereich)	0,9991	0,9989

Tab. 6.2: Geradenanpassungsparameter der Kalibrierungskurven.

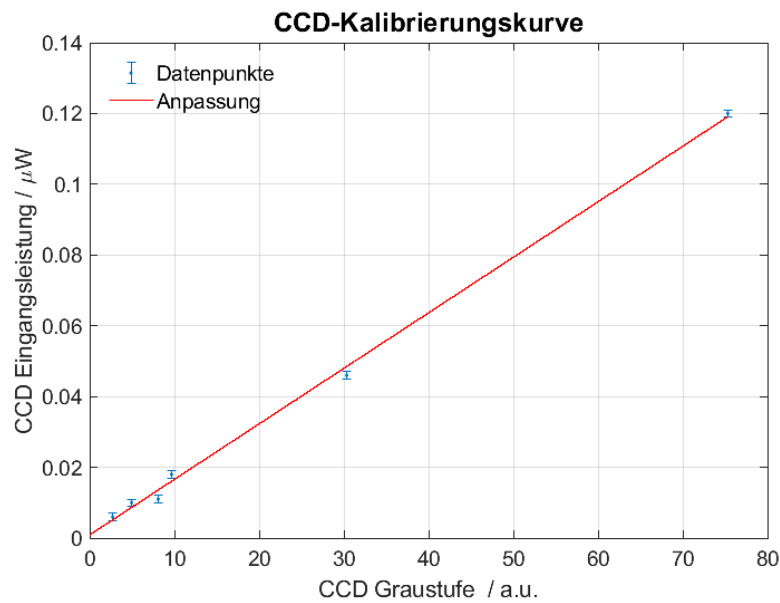


Abb. 6.13: Kalibrierungskurve zur Umrechnung der Intensität pro Pixel in CCD-Kamera Graustufen-Einheiten in eine auf die Kamera fallende Eingangsleistung (gemessen im Aufbau durch direkte Abbildung). Die Fehlerbalken stellen die Messunsicherheit des Leistungsmessgerätes dar. Eine Geradenanpassung mit $R^2 = 0,9974$ liefert die Steigung $(1,75 \pm 0,10)$ nW/a.u. und den Ordinatenabschnitt (1 ± 3) nW.

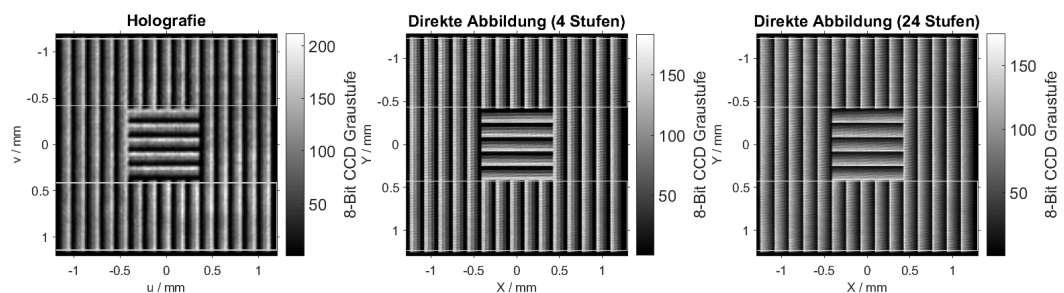


Abb. 6.14: Auswahl der Bereiche zur Bildung des Mittelwerts im „Rampen“-Muster durch Holografie und direkte Abbildung.

Leere Seite.

Literaturverzeichnis

- [1] S. Brakhane (2016) *The Quantum Walk Microscope*, Doktorarbeit, Universität Bonn, unter <http://hss.ulb.uni-bonn.de/2017/4609/4609.pdf>
- [2] R.P. Feynman (1982) *Simulating physics with computers*, Int. J. Theor. Phys. **21**, 467–488
- [3] T. Groh, S. Brakhane, W. Alt, D. Meschede, J.K. Asbóth, A. Alberti (2016) *Robustness of topologically protected edge states in quantum walk experiments with neutral atoms*, Phys. Rev. A **94**, 013620
- [4] M. Sajid, J.K. Asbóth, D. Meschede, R.F. Werner, A. Alberti (2019) *Creating anomalous Floquet Chern insulators with magnetic quantum walks*, Phys. Rev. B **99**, 214303
- [5] C. Robens, S. Brakhane, W. Alt, F. Kleiβler, D. Meschede, G. Moon, G. Ramola, A. Alberti (2017) *High numerical aperture ($NA = 0.92$) objective lens for imaging and addressing of cold atoms*, Opt. Lett. **42**, 1043-1046
- [6] D. Meschede (2008) *Optik, Licht und Laser*, 3. Aufl., Vieweg+Teubner, Wiesbaden
- [7] J.W. Goodman (1996) *Introduction To Fourier Optics*, 2. Aufl., McGraw-Hill
- [8] O. Forster (2017) *Analysis. 3, Maß- und Integrationstheorie, Integralsätze im \mathbb{R}^n und Anwendungen*, 8. Aufl., Springer Spektrum, Wiesbaden
- [9] M. Young (2000) *Optics and Lasers*, 5. Aufl., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York
- [10] E. Abbe (1873) *Beiträge zur Theorie des Mikroskops und der mikroskopischen Wahrnehmung*, in Archiv für mikroskopische Anatomie, Band 9, S. 413-468, unter <https://d-nb.info/1140587897/34> mit der URN urn:nbn:de:hebis:30-23587
- [11] B.C. Kress, P. Meyrueis (2009) *Applied Digital Optics: From Micro-optics to Nanophotonics*, John Wiley & Sons
- [12] W.A. Crossland, I.G. Manolis, M.M. Redmond, K.L. Tan, T.D. Wilkinson, M.J. Holmes, T.R. Parker, H.H. Chu, J. Croucher, V.A. Handerek, S.T. Warr, B. Robertson, I.G. Bonas, R. Franklin, C. Stace, H.J. White, R.A. Woolley, and G. Henshall (2000) *Holographic Optical Switching: The "ROSES" Demonstrator*, J. Lightwave Technol. **18**, 1845-1854
- [13] Z. Zhang, Z. You, D. Chu (2014) *Fundamentals of phase-only liquid crystal on silicon (LCOS) devices*, Light-Sci. Appl. **3**, e213
- [14] S. Reichelt, R. Häussler, G. Fütterer, N. Leister, H. Kato, N. Usukura, Y. Kanbayashi (2012) *Full-range, complex spatial light modulator for real-time holography*, Opt. Lett. **37**, 1955-1957
- [15] M. Persson (2013) *Advances in Holographic Optical Trapping*, Doktorarbeit, Universität Gothenburg, ISBN 978-91-628-8697-4, unter <http://hdl.handle.net/2077/32606>

- [16] Z. Zhang, H. Yang, B. Robertson, M. Redmond, M. Pivnenko, N. Collings, W.A. Crossland, D. Chu (2012) *Diffraction based phase compensation method for phase-only liquid crystal on silicon devices in operation*, Appl. Opt. **51**, 3837-3846
- [17] Santec Corporation (2017) *LCoS-SLM Operation Manual*, Bedienungsanleitung, Version 3.0, unter https://www.santec.com/en/wp-content/uploads/SLM-100_Manual_v3.0.pdf
- [18] M.D. Williams, M.M. Coles, D.S. Bradshaw, D.L. Andrews (2014), *Direct generation of optical vortices*, Phys. Rev. A **89**, 033837
- [19] L. Allen, M.W. Beijersbergen, R.J.C. Spreeuw, J.P. Woerdman (1992) *Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes*, Phys. Rev. A **45**, 8185
- [20] F. Pampaloni, J. Enderlein (2004) *Gaussian, Hermite-Gaussian, and Laguerre-Gaussian beams: A primer*, arXiv:physics/0410021
- [21] W. Zhou-Hanf (2016) *Analyse der Punktspreizfunktion des Abbildungssystems vom DQSIM-Experiment anhand der Fluoreszenzaufnahmen*, Bachelorarbeit, Universität Bonn, unter <http://quantum-technologies.iap.uni-bonn.de/de/component/publications/?task=download&file=301&token=5072cf301673e0cd3227489589773703>
- [22] F. Kleibler (2014) *Assembly and Characterization of a High Numerical Aperture Microscope for Single Atoms*, Masterarbeit, Universität Bonn, unter <http://quantum-technologies.iap.uni-bonn.de/de/diplom-theses.html?task=download&file=270&token=0e649527e3458aeead1b1595d47cd09c>
- [23] A. Jesacher (2007) *Applications of spatial light modulators for optical trapping and image processing*, Doktorarbeit, Universität Innsbruck, unter https://www.uibk.ac.at/exphys/photonik/download/thesis_jesacher.pdf
- [24] M. Persson, D. Engström, M. Goksör (2012) *Reducing the effect of pixel crosstalk in phase only spatial light modulators*, Opt. Express **20**, 22334-22343
- [25] W. Zhou-Hanf (2018) *Robust Holographic Generation of Arbitrary Light Patterns: Method and Implementation*, Masterarbeit, Universität Bonn, unter <http://quantum-technologies.iap.uni-bonn.de/de/component/publications/?task=download&file=346&token=db414d0916eb7108441f8f783d5abf26>
- [26] A. Jesacher, A. Schwaighofer, S. Fürhapter, C. Maurer, S. Bernet, M. Ritsch-Marte (2007) *Wavefront correction of spatial light modulators using an optical vortex image*, Opt. Express **15**, 5801-5808
- [27] A. Alberti, C. Robens, W. Alt, S. Brakhane, M. Karski, R. Reimann, A. Widera, D. Meschede (2016) *Super-resolution microscopy of single atoms in optical lattices*, New J. Phys. **18**, 053010
- [28] S. Marchesini, H. He, H.N. Chapman, S.P. Hau-Riege, A. Noy, M.R. Howells, U. Weierstall, J.C.H. Spence (2003) *X-ray image reconstruction from a diffraction pattern alone*, Phys. Rev. B **68**, 140101(R)
- [29] A.L. Gaunt, Z. Hadzibabic (2012) *Robust Digital Holography For Ultracold Atom Trapping*, Sci. Rep. **2**, 721

- [30] M. Pasienski, B. DeMarco (2008) *A high-accuracy algorithm for designing arbitrary holographic atom traps*, Opt. Express **16**, 2176-2190
- [31] R.W. Gerchberg, W.O. Saxton (1972) *A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures*, Optik **35**, 237-46
- [32] D.D. Lowenthal (1974) *Maréchal Intensity Criteria Modified for Gaussian Beams*, Appl. Opt. **13**, 2126-2133
- [33] T.S. Ross (2009) *Limitations and applicability of the Maréchal approximation*, Appl. Opt. **48**, 1812-1818

Leere Seite.

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die mich während der Anfertigung dieser Bachelorarbeit unterstützt und motiviert haben.

Zuerst gebührt mein Dank meinem Betreuer Prof. Dieter Meschede für die Ermöglichung und Begutachtung meiner Bachelorarbeit und die Integration in die Arbeitsgruppe. Er hat stets für eine angenehme und motivierende Arbeitsatmosphäre gesorgt, insbesondere durch die lebhaften und aufschlussreichen wöchentlichen Gruppenmeetings.

Für die hilfreichen Anregungen und die konstruktive Kritik bei der experimentellen Arbeit sowie deren Vorbereitung und Analyse möchte ich mich herzlich bei Dr. Andrea Alberti, Dr. Wolfgang Alt und Richard Winkelmann bedanken. Sie alle haben mich fachlich unterstützt und meine wissenschaftliche Methodik und Gewissenhaftigkeit gestärkt. Bedanken möchte ich mich ebenfalls für die Hilfsbereitschaft der anderen Gruppenmitglieder.

Ein besonderer Dank gilt Weiqi Zhou-Hanf, der «SLM-Expertin», ohne die diese Arbeit nicht hätte entstehen können. Durch ihre Austauschbereitschaft, die zahlreichen interessanten Gespräche und ihre Ideen, hat sie maßgeblich dazu beigetragen, dass diese Bachelorarbeit in dieser Form entstehen konnte.

Ebenfalls möchte ich mich bei meinem Kommilitonen Sebastian Müller bedanken, der mir mit viel Interesse und Hilfsbereitschaft zur Seite stand.

Ganz besonders möchte ich mich bei meiner Partnerin Sabina bedanken, die mich in jeder Lebenslage stets unterstützt hat. Ihr motivierender Einfluss war für mich unverzichtbar.

Abschließend möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken, die mein wissenschaftliches und technisches Interesse schon früh gefördert haben und mir mein Studium durch ihre Unterstützung ermöglichen. Meiner Mutter möchte ich außerdem für das Korrekturlesen der Arbeit danken.

Tangi Legrand